

実務者としてのプレストレスング

斉藤 昇*

1. まえがき

表題の意味は、文字どおり緊張作業に立ち会う実務者の立場でプレストレスングというものを、その原点に立ちかえて考えてみようというわけである。そのための第一歩として、試験緊張の実施例について復習してみることが最適の道順になるであろう^{1), 2)}。

2. 予備知識としての試験緊張

2.1 ケーブル形状寸法

試験緊張実施例としては、最も基本的なフレシネー工法の単純桁で、スパン 19.2 m、ケーブル種別 12-φ7, 1主桁当りのケーブル本数 12 本中の No. 6ケーブルを検討対象とする。

ケーブル配置はスパン中央に関し左右対称で、図-1に形状寸法を示す。

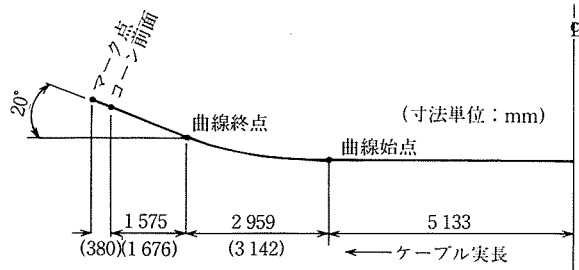


図-1 ケーブル形状寸法

2.2 試験緊張記録

左端を緊張端、右端を固定端とし、緊張端の圧力計示度 P_2 を段階的に測定しながら、それに対応する固定端の圧力計示度 P_1 および PC 鋼材長の変化量 Δl も同時に測定していく。以上の経過は図-2 のように記録され、最終測定値として、

$$P_2 = 350 \text{ kgf/cm}^2$$

$$P_1 = 215 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\Delta l = 102 \text{ mm}$$

が求められたとする。

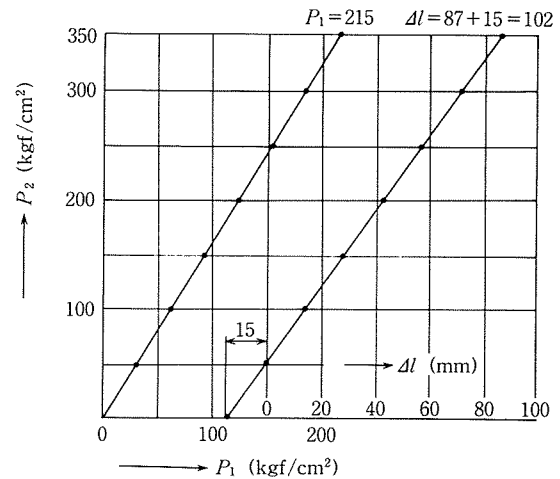


図-2 試験緊張測定記録

2.3 測定結果に対する解析法

2.3.1 P_2, P_1 よりの情報

(1) 総合摩擦係数 $f(x)$

緊張端、固定端の測定値 P_2, P_1 が圧力計示度 (kgf/cm²) により読みとられているので、スパン中央においても圧力計示度 P_0 で表示する。このとき $P_2 - P_0 - P_1$ 間の関係は、ある任意の関数型 $f(x)$ を媒体とした。

$$P_2 = f(x) \cdot P_0, \quad P_0 = f(x) \cdot P_1$$

より

$$P_0 = \sqrt{P_2 \cdot P_1} \quad \text{or} \quad f(x) = \sqrt{P_2 / P_1} \quad \dots (1)$$

が導かれる。測定結果の数値を代入すれば、

$$f(x) = \sqrt{350 / 215} = 1.276 \quad \dots (2)$$

と求まる。

(2) 摩擦係数 μ

前記 $f(x)$ は摩擦係数の関数で、かつ μ をばらつく原因の代表とすれば、一般につきの二通りの表示方法で示される。

$$f(\mu_0) = (1 + \gamma) \exp(a \mu_0) \quad \dots (3)$$

$$f(\mu_1) = (1 + \gamma)(1 + a \mu_1) \quad \dots (4)$$

ここに、 $\gamma = 0.04, \lambda / \mu = 0.0133$ とすれば、図-1 より、

$$a = \alpha + \lambda / \mu \sum_{i=1}^3 l_i = 0.4814$$

となるから、式(2), (3)より、

$$\mu_0 = 0.425$$

* Noboru SAITO : 八千代エンジニアリング(株)技術本部

◇報文◇

式(2), (4)より

$$\mu_1 = 0.471$$

と求まる。

2.3.2 P_2, P_1 および Δl よりの情報

(1) 緊張力分布

スパン中央から左右に x の距離にある点の圧力計示度をそれぞれ P_{2x} および P_{1x} とすれば、式(1)と同様、

$$P_0 = \sqrt{P_{2x} \cdot P_{1x}} \dots\dots\dots (5)$$

となる。この関係と μ_0 あるいは μ_1 が既知ならば、緊張力分布をそれぞれに対応して求めることができる。

(2) ケーブル形状変化点における圧力計示度

図-3の緊張力分布曲線において、スパン中央を基準点とし、かつ $P_0=1$ とすれば、ケーブル形状変化点における圧力計示度は、図-1と式(3)あるいは(4)より表-1のように求められる。

表-1

ケーブル形状変化点	緊張側		固定側	
	$\mu_0=0.425$	$\mu_1=0.471$	$\mu_0=0.425$	$\mu_1=0.471$
スパン中央	1.0			
曲線始点	1.030	1.032	0.971	0.969
曲線終点	1.216		0.822	
コーン前面	1.227		0.815	
マーク点	1.276		0.784	

以上の結果、 $f(x)$ が既知ならば緊張力分布面積に与える μ_0 と μ_1 の差の影響はほとんどないことが十分予想される。

(3) PC鋼材ヤング係数 E_p

図-1のケーブル水平長を用い、緊張力分布面積 A を求めてみると、 μ_0 と式(3)、 μ_1 と式(4)のいずれによっても

$$A = 2.024 (P_0 A_m) \text{ kgf/cm} \dots\dots\dots (6)$$

と求まる。

ここに、 A_m : 圧力計の断面積で 157.8 cm^2

したがって、

$$E_p = \frac{A}{A_p \cdot \Delta l} = \frac{2.024 \sqrt{350 \times 215} \times 157.8}{4.618 \times 10.2} = 1.86 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$$

と求まる。

2.4 試験緊張結果よりの基礎知識

2.4.1 摩擦係数について

(1) $f(x)=1.276$ の意味

スパン中央を1とするとき、桁端で27.6%増しの緊張力を与えなさいということで、この意味で $f(x)$ を総合摩擦係数と称するのがよい。当然ながらその大きさはケーブルの長さ、曲げ上げ角に比例する。

(2) 種々のケーブル形状に共通な摩擦係数として、

γ, μ, λ などがあるが、緊張結果のばらつく原因の代表として μ を選び、 γ, λ は定数と考える。一般に $\gamma=0.04, \lambda/\mu=0.0133$ とする。したがって、このように定義された μ を本来の μ と区別して $\hat{\mu}$ と別記号で表示するのがよい。

(3) 緊張計算を行う場合、理論的には式(3)が正しく、式(4)は近似式である。しかし、 $f(x)$ が既知の場合は、式(3)と(4)は数学的に無関係な独立式とみなせる。ただし、いずれの式を用いたか区別の必要があるときは、本例のように μ_0 または μ_1 と別記号で示すのがよい。

2.4.2 PC鋼材ヤング係数について

PC鋼材伸び量 Δl に対応するPC鋼材ヤング係数 E_p は、本例のように緊張力分布面積に対応させて求めるのが正しい。その緊張力分布面積は μ_0 と式(3)の組合せか、 μ_1 と式(4)の組合せから求めるが、 $f(x)$ が既知ならばいずれの組合せでも実用上同一面積を与える。

いずれにせよ、このように逆算された E_p に対しては、見掛けのヤング係数と呼び、記号的にも \hat{E}_p と別表記する。

なお、ここで緊張力分布面積を求める簡易解法としてシンプソン公式の有用性を示す。図-3より、

$$\begin{aligned} A &= \frac{(P_2 + 4P_0 + P_1) A_m}{6} \times 2L \\ &= \frac{L}{3} \left(\sqrt{\frac{P_2}{P_1}} + 4 + \sqrt{\frac{P_1}{P_2}} \right) P_0 A_m \\ &= \frac{1004.7}{3} (1.276 + 4 + 0.784) P_0 A_m \\ &= 2.029 P_0 A_m \text{ kgf-cm} \end{aligned}$$

この結果と本例の式(6)の結果の $A=2.024 (P_0 A_m)$ kgf-cm を比較すると、わずか0.2%の差であり、実用上十分な結果を示している。

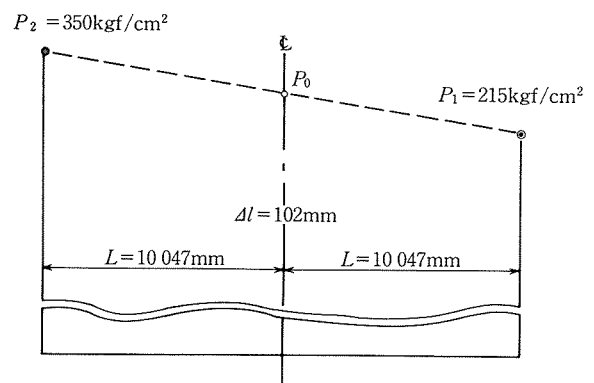


図-3 緊張力分布曲線

3. 緊張計画

3.1 設計計算書の理解

3.1.1 設計・施工の相対性

土木学会の昭和61年制定 コンクリート標準示方書 2章 設計の基本 2.3 設計の前提によれば、「この示方書に基づく設計は、現場等において常に適切な施工が行われることを前提とする」とある。このことを施工側からいえば、適切な施工が行われるよう設計上の配慮がなされているということであり、プレストレスング作業に限定すれば、種々の原因による緊張力のばらつきを考慮した緊張力分布曲線の限界値は、図-4のように集約されているべきである。

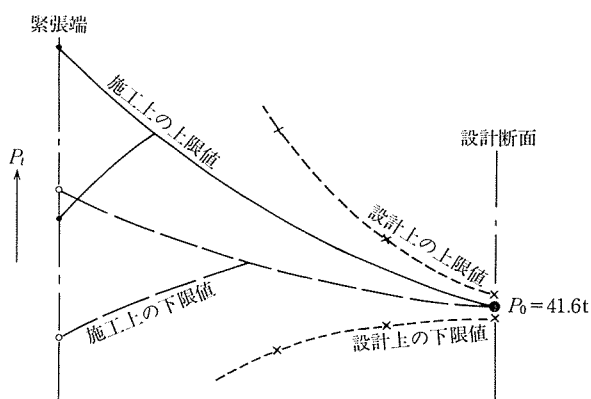


図-4 緊張力分布の限界曲線

すなわち、設計上、設計断面における所定の緊張力は一般に必要なかつ十分な値として与えられている。本例の場合、41.6 tf/1ケーブルとする。したがって施工側は種々な原因による緊張力のばらつきを予め考慮して、設計断面に41.6 tfを導入するよう桁端緊張力を決めればよいわけで、当然ながら任意点では緊張力分布のばらつきに応じた緊張力の変動が生ずるはずで、この変動については設計上問題とならないよう、設計の段階で予め配慮されているということである。

なお、本例のように単純桁の場合は割合に簡明であるが、連続桁のように主要な設計断面がいくつもあるときは、どの設計断面に所定の緊張力を与えればよいか設計の段階で明示されていることが施工側から設計側への要望事項となる。

3.1.2 緊張計算上の仮定

(1) 緊張計算式の関数型

本例の場合、式(4)によっているが、式(3)の場合も当然ある。いずれにせよ、 μ_1 か μ_0 かを区別する。

(2) 摩擦係数、PC鋼材ヤング係数の仮定値

一般には標準的な値として、

$$\gamma=0.04, \lambda/\mu=0.0133, E_p=2 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$$

としているが、本例もそれにならっている。ただし、 μ 値については0.3の一通りしか計算していない場合と、ある値二通りについて計算している場合があり、施工側からみれば後者が好ましい。本例の場合、 $\mu=0.2$ と0.4の二通りについて計算されている。その計算結果は、
 $\mu=0.2$ に対して、 $\sigma_m=300 \text{ kgf/cm}^2, \Delta l=96.7 \text{ mm}$
 $\mu=0.4$ に対して、 $\sigma_m=328 \text{ kgf/cm}^2, \Delta l=100.2 \text{ mm}$
 と求められている。

3.2 試験計画

3.2.1 試験緊張の目的

設計上の所定の緊張力および伸び量は、あくまで標準的な値を与えている参考値にしか過ぎない。施工上、その現場のその時点に対応した、所定の緊張力および伸び量を与えようとするのが試験緊張の唯一無二の目的である。もっと正確に言えば、決して所定の値を絶対的に決めようというのではなく、統計的に推定しようということである。

3.2.2 測定手順

(1) 測定ケーブルの選定

測定時間を考慮に入れ、ケーブル総本数12本のうち8本を選ぶ。選定基準は曲げ上げ角、ケーブル長の大きさの違ったものを優先的に選ぶ。ほとんど同一形状寸法の場合は乱数表などにより無作為に選ぶ。

(2) 測定順序

順序性、方向性に関係しないように決める。一つの例を示せば、第一番目のケーブルに対し、先に左側を緊張端とし、ついで右側に移った場合、二番目のケーブルに対しては、先に右側を緊張端とし、ついで左側に移る。以下、同様な考え方で繰り返す。

3.3 試験緊張結果

2と同様、測定ケーブルのそれぞれに対し、図-2のような記録結果が得られる。測定順に結果を列記すると、

$$\ddot{\mu}=0.47, 0.47, 0.22, 0.22, 0.24, 0.25$$

$$0.17, 0.22, 0.40, 0.43, 0.34, 0.32$$

$$0.22, 0.20, 0.29, 0.21$$

$$\dot{E}_p=1.86, 1.94, 1.92, 1.95, 1.98, 1.98$$

$$1.96, 1.94, 1.90, 1.98, 1.89, 2.00$$

$$1.93, 1.94, 1.81, 2.04 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$$

3.4 母集団平均値の推定

試験緊張結果から求めた $\ddot{\mu}, \dot{E}_p$ 群は、図-5に示されるような、未知母集団から無作為に抽出した試料であるとする。未知母集団の平均値および分散を $\bar{\mu}, \sigma_\mu^2$ とすれば、これから抜きとられた16個の試料から $\bar{\mu}$ を統計学の知識より推定することになる³⁾。

$$\ddot{\mu} = \bar{\mu} \pm t(n-1, \alpha) \sqrt{\frac{V_\mu}{n}}$$

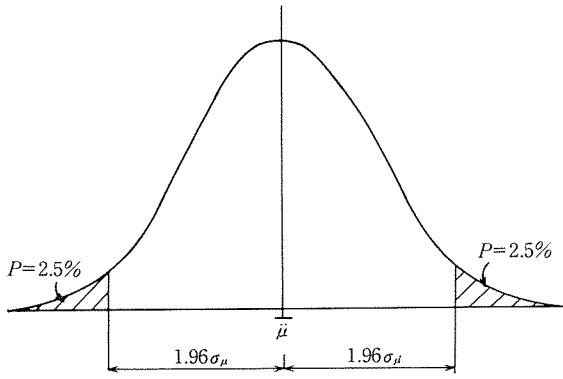


図-5 $N(\bar{\mu}, \sigma_{\mu}^2)$

\dot{E}_p についても同様に,

$$\dot{E}_p = \bar{\dot{E}}_p \pm t(n-1, \alpha) \sqrt{\frac{V_E}{n}}$$

ここに, $\bar{\mu}, \bar{\dot{E}}_p$: $\ddot{\mu}, \dot{E}_p$ の平均値

$t(n-1, \alpha)$: t分布

n : 試料数

α : 危険率で一般に5%

V_{μ}, V_E : $\ddot{\mu}, \dot{E}_p$ の不偏分散

3.3 の $\ddot{\mu}, \dot{E}_p$ の測定値群について計算すると,

$$\bar{\ddot{\mu}} = 0.29, V_{\mu} = 0.01017$$

$$\bar{\dot{E}}_p = 1.94 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2,$$

$$V_E = 0.00312 \text{ (kgf/cm}^2)^2$$

が得られ, $t(15, 0.05) = 2.131^{3)}$ だから,

$$\ddot{\mu} = 0.29 \pm 2.131 \sqrt{\frac{0.01017}{16}}$$

$$= 0.29 \pm 0.05$$

$$\dot{E}_p = 1.94 \pm 2.131 \sqrt{\frac{0.00312}{16}}$$

$$= (1.94 \pm 0.03) \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$$

と, $\ddot{\mu}, \dot{E}_p$ の平均値が95%の確からしきで推定できる。

したがって, この $\ddot{\mu}, \dot{E}_p$ に対応する $\sigma_m, \Delta l$ 値が所定の緊張力および伸び量となる。

3.5 試験緊張測定の代表例

3.4の測定解析例は, ほんの一例にしか過ぎない。実務者として, いろいろな測定例を知っておくことがプレストレス管理上必要なことであろうが, 残念ながら公表されたデータは少ない。ここではその中から参考になる例をあげる。

3.5.1 $\ddot{\mu}, \dot{E}_p$ の測定例⁴⁾

東海道新幹線用 PC 桁における試験緊張結果の代表例

表-2

$\ddot{\mu}$	\dot{E}_p (kgf/cm ²)	σ_m (kgf/cm ²)	Δl (mm)
0.19	1.98×10^6	314	99
0.30	1.86	328	108
0.71	2.02	386	107

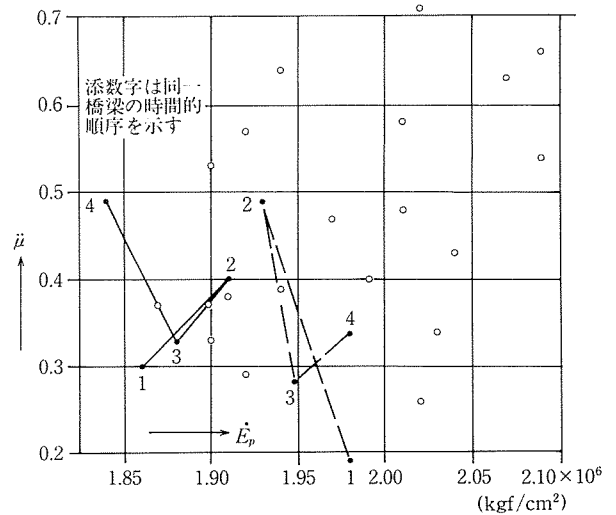


図-6 東海道新幹線 PC 桁の $\ddot{\mu}, \dot{E}_p$

を図-6に示す。解析上の仮定は本例と全く同じで, $\gamma = 0.04, \lambda/\mu = 0.0133, f(x)$ は式(4)による。この測定結果のいくつかを本例に当てはめてみると, 表-2のとおりとなり, ばらつく程度を知ることができる。

3.5.2 μ, λ による最小二乗法解⁵⁾

同一現場における時間的変化のわかる貴重なデータを図-7に示す。 $f(x)$ は式(3)で μ, λ の関係は逆比例の関係にあること, また一部ではあるが λ が負になっていることなど最小二乗法解の特徴がうかがえる。

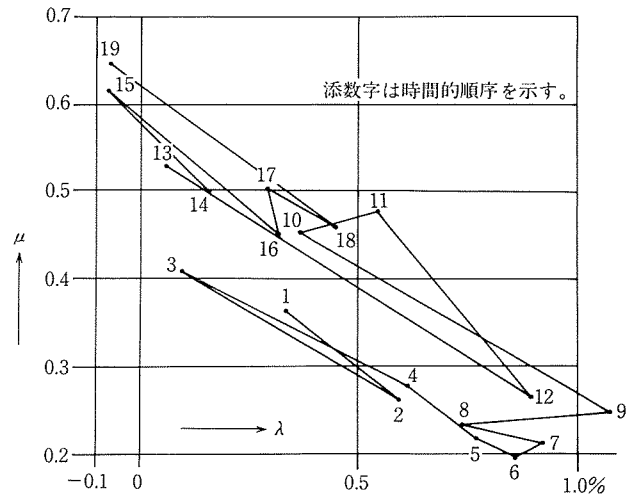


図-7 同一橋梁における μ, λ

いずれにせよ, ここで求められた μ, λ 値を本例に代入すると,

$$\sigma_m = 315 \sim 340 \text{ kgf/cm}^2$$

となり, 同一現場ということもあり, 案外小さなばらつきになっている。

4. プレストレスの管理

プレストレス管理は, ケーブル1本ごとの管理

とケーブルグループに対する管理との二つに大別される。

ケーブル1本ごとの管理は、緊張管理グラフを用い、所定の緊張力を統計的に与える作業であり、ケーブルグループによる管理は、一般の品質管理という管理図により緊張結果を変動させる偶然原因が安定状態にあることを確認するための作業である。

4.1 ケーブル1本ごとの管理

4.1.1 緊張管理グラフの作成

(1) 緊張計算書結果を利用した作図

試験緊張結果より、緊張計算書を利用して緊張管理グラフを作成する。緊張計算結果は3.1.2に示しているとおりである。この2組の $(\Delta l, \sigma_m)$ は緊張管理グラフ上で2点を表わすから、その2点を結べば図-8の①直線が得られる。このことをもっと具体的にいえば、①直線上のすべての点はいずれも $E_p=2 \times 10^6 \text{kgf/cm}^2$ という前提のもと、ある $\ddot{\mu}$ 値という指標をもつ。 $\ddot{\mu}=0.2, 0.4$ は明示されているが、他の $\ddot{\mu}$ 値は上の2点を補間あるいは補外することにより、他の $\ddot{\mu}$ 値を与えることができる。かつ $\ddot{\mu}$ 値を通る水平線はすべて、その $\ddot{\mu}$ 値なる指標をもつ。したがって $E_p=2 \times 10^6 \text{kgf/cm}^2$ 以外の E_p 値は、①直線に平行な斜線であり、移動量は $E_p=2 \times 10^6 \text{kgf/cm}^2$ との比に逆比例する。試験緊張結果の \dot{E}_p の平均値の推定値 $1.94 \times 10^6 \text{kgf/cm}^2$ の場合、 Δl が2.00/1.94倍だけ大となり、②直線として表示される。同様に \dot{E}_p の平均値の下限值は③直線として画かれる。

$\ddot{\mu}$ の平均値0.29に対しては、 $\ddot{\mu}=0.2 \sim 0.4$ を補間した水平線④で表示され、 $\dot{E}_p=1.94 \times 10^6 \text{kgf/cm}^2$ との交点が所定の緊張力および伸び量を示すことが統計的に決

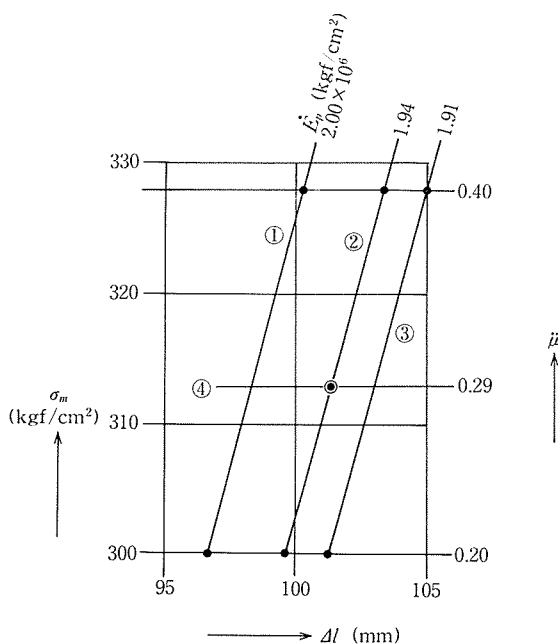


図-8 緊張管理グラフの作成手順

まる。このことは、 $\ddot{\mu}=0.29, \dot{E}_p=1.94 \times 10^6 \text{kgf/cm}^2$ として新たに緊張計算を行った結果と同値となる。

(2) 管理限界の設定

圧力計示度とPC鋼材伸び量の測定値の軌跡は、緊張管理グラフ上である勾配をもった直線を示す。この軌跡は、所定の緊張力および伸び量を示す図-9のC点の周りをばらつくのが普通である。このばらつきの程度により、緊張作業の安定性を判定する。その程度を示す尺度が管理限界であり、品質管理手法によれば⁶⁾、中心線である $\ddot{\mu}=0.29$ に対する上下の幅は、 $\pm 3 \sqrt{V_{\mu}}$ となる。

3.4より $V_{\mu}=0.01017$ と求められているので、

$$\pm 3 \sqrt{0.01017} = \pm 0.30$$

したがって、 $\ddot{\mu}=0.59 \sim -0.01$ が管理限界の上下限值となり、図-9のA、B点で表示される。

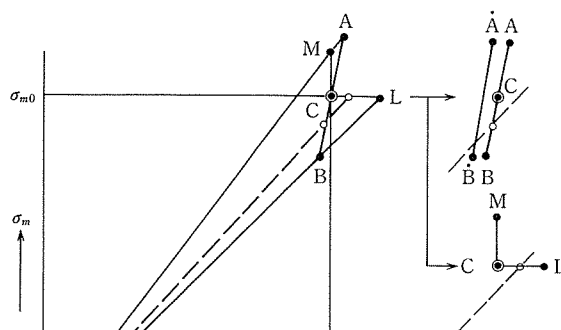


図-9 緊張管理グラフ

4.1.2 導入緊張力の決定方法

図-9の緊張管理グラフ上にプロットされていく圧力計の示度とPC鋼材伸び量の軌跡が、

- ① 直線であること
- ② OA, OBの限界内にあること

を確認しながら、その軌跡の延長線がA-C-B, またはM-C-L線と交わる点を最終緊張力とする。

どちらを採用するかは、後述の統計量の決め方に従う。

4.2 ケーブルグループによる管理

基本的な考え方、作業手順については一般の品質管理手法にならえばよいから、詳細は品質管理の専門書にゆずる⁶⁾。また、プレストレスングへの応用例についても参考文献4), 7)を参照されたい。

ここでは、プレストレスング特有の統計量の決め方を図-9によって補足説明するにとどめる。

4.2.1 A-C-B線を引止め線とする場合

(1) A-B線上の $\ddot{\mu}$ 値そのものを統計量とする

別表現で言えば、試験緊張結果から求めた $\dot{E}_p=$

◇報文◇

$1.94 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ 線上の $\bar{\mu}$ 値を統計量とする。したがって、現場により、時間により $\bar{\mu}$ 値に差がでる。

(2) 特定の \dot{E}_p 線上の $\bar{\mu}$ 値を統計量とする

現場、時間に関係ないよう、一般には設計上用いられている $E_p = 2 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ 上の $\bar{\mu}$ 値を統計量とする。この場合の $\bar{\mu}$ 値を (1) と区別して $\dot{\mu}$ と別記号で示すのがよく、図-9 の $\dot{A}-\dot{B}$ 線のように図示される。もちろん、最終緊張力に対する引止め線は (1) と同様、 $A-C-B$ 線である。

4.2.2 M-C-L 線上を引止め線とする場合

所定の圧力計示度、PC 鋼材伸び量を σ_{m0} 、 Δl_0 とし、M-C-L 線上を超えて引止め点を σ_{mi} 、 Δl_i とするとき、所要の統計量は、

$$\delta = \frac{\Delta l_i - \Delta l_0}{\Delta l_0} - \frac{\sigma_{mi} - \sigma_{m0}}{\sigma_{m0}}$$

で示される。

なお、 δ と $\dot{\mu}$ は表現方法が違っただけで、統計量としての価値は同じである⁷⁾。

5. あとがき

筆者自身、最近実務から遠ざかっているのですが、プレストレッシングの原理を試験緊張例によって復習してみた。その結果、再確認を含め、つぎのようにまとめられる。

- 1) 緊張結果のばらつく原因の代表として、 $\bar{\mu}$ および \dot{E}_p の 2 変数が最適である。
- 2) 試験緊張を前提とすれば、緊張計算式の関数型、 γ 、 λ の与え方に関係なく所定の緊張力を定めることができる。
- 3) 導入緊張力決定のためには、当然統一理論が必要で、統計的に定めざるを得ないとすれば、図-9 C 点の決定経過を明確に示すべきである。
- 4) 統計量を含め、測定値に対する処理、推定には、当然ながら統計学の知識が必要となる。

たとえば、図-7 の (μ 、 λ 値) の変動原因が時間的であると、どの程度の確率でいえるかなど統計学の有効活用を図るべきである。

5) 異なる表現、方法について

導入緊張力決定法に関し、

- i) 「所定緊張力まで緊張し、測定伸びが所定伸びの $\pm 5\%$ 以内なら、その点を最終緊張力とする」

という表現については、

まず、測定伸び量の $\pm 5\%$ の変動ということは、PC 鋼材のヤング係数 E_p が $\pm 5\%$ 変動することと同等である。問題点は、所定の緊張力をどう決めたかということになり、少なくとも同じ条件で対比し、その適否を明らかにすることが必要であろう。

- ii) 「緊張端に一定緊張力を与えればよい。たとえば可能な限り最大限の引張力を与えればよい」という意見があったとする。このことは図-5 からわかるとおり、緊張端が 1 点で設計断面は少なくともある幅をもつ、つまり常に 2 点を管理状態におくことになり、一般に複雑かつ不経済化は免れないことになるはずである。

- 6) セット量による補正問題にはあえてふれなかった。それは、セット量=0 の場合の統一見解が第一であること。緊張時と戻し時の摩擦係数は必ずしも同じとはいえないようであることなどの理由による。

セット量の補正の暫定案としては、常識的に (測定セット量 - 許容セット量) 分だけ引越しさせる。

参考文献

- 1) 齊藤 昇：実務者の立場からみた設計上と施工上の統一理論への対応と提言、プレストレストコンクリートの発展に関するシンポジウム論文集、(9)、平成 2 年 10 月
- 2) 齊藤 昇：導入緊張力決定のための統一理論の史的考察、JCI シンポジウム「プレストレス原理・技術の有効利用」論文集、(25)、平成 3 年 7 月
- 3) 森口繁一：日科技連数値表 (A) 日本科学技術連盟、昭和 42 年 8 月
- 4) 齊藤 昇：プレストレッシング管理のための提案と報告、プレストレストコンクリート、Vol. 5, No. 6, Dec. 1963 年
- 5) 和仁達美、川口輝夫、菅原 操、野口 功、羽田野義直：小丸川 PC 鉄道橋の架替え工事ならびにこれに関連して行なった実験研究の報告、土木学会論文集、第 76 号、昭和 36 年 9 月
- 6) 秋草 勲、深谷克海、横田周平、中村慶一：工事管理とその実際、最新土木施工法講座 24、山海堂、昭和 37 年 2 月
- 7) 野口 功：プレストレストコンクリート橋梁 特に鉄道橋におけるプレストレッシングの管理に関する研究、土木学会論文集、第 102 号、昭和 39 年 2 月

【1991 年 6 月 11 日受付】