

# コンクリート箱桁橋の断面変形実用計算法について

野田 行衛\*

## 1. はじめに

近年、プレストレストコンクリート箱桁橋（以下 PC 橋）において、施工性や経済的理由から大型の 1 室箱断面が用いられる場合が増えている。

また、新しい PC 橋の形式として、外ケーブル方式の箱桁橋も施工されており、従来の内ケーブル方式では、ケーブル配置の制限から部材厚が決定されるのに対し、外ケーブル方式では、その制限がなくなり、特にウェブ厚の薄肉化が可能になる。

しかしながら、断面が大型化したり部材厚が小さくなるに従って相対的に横方向の剛性が低下することから、箱断面の変形が生じやすくなる。

比較的小断面のコンクリート箱桁橋では、ほとんど問題とならない断面変形の影響も、大断面においては検討する必要性が生じることも考えられる。

これらを扱う断面変形理論に関しては多くの論文<sup>1), 4), 6)</sup>があるが、その中で任意形状の 1 室箱断面について厳密計算法を扱ったものには文献 2), 5) などがある。

本稿は、簡易的に断面変形を独立させた単純理論に基づき、近似的な実用計算法を示したもので、断面変形に関する基本的概念についても述べた。

なお、本稿で扱ったのは、一軸対称の台形断面であるが、もちろん長方形断面の場合にも適用が可能である。

## 2. 断面変形荷重

文献 9) において偏心荷重が作用した時の荷重の分解について示したように、荷重を分けて考えると対称荷重と逆対称荷重に分かれ、さらに後者は断面を回転させるねじり成分と断面変形荷重成分に分けることができる。

台形断面の場合においても、同様に図-1 に示すように断面変形荷重が抽出される。

断面変形は、ねじりに伴うせん断応力の差により生じるもので、図-2 に示すような断面寸法を有する台形断面に軸方向単位長さ  $dx=1$  の要素にねじりが作用している場合について考える。ここで両断面に作用するせん断流の差を  $\Delta q$ 、ねじりモーメント差を  $\Delta Mt$  とすると、要素の均合いから次のような関係が成り立つ。

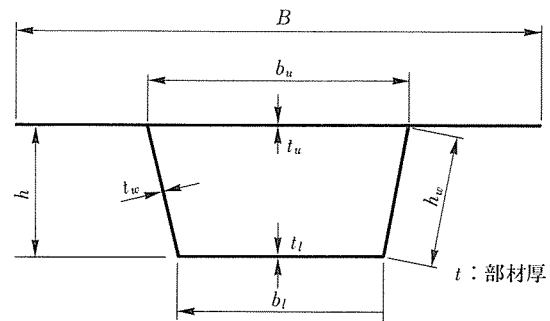


図-2 部材寸法

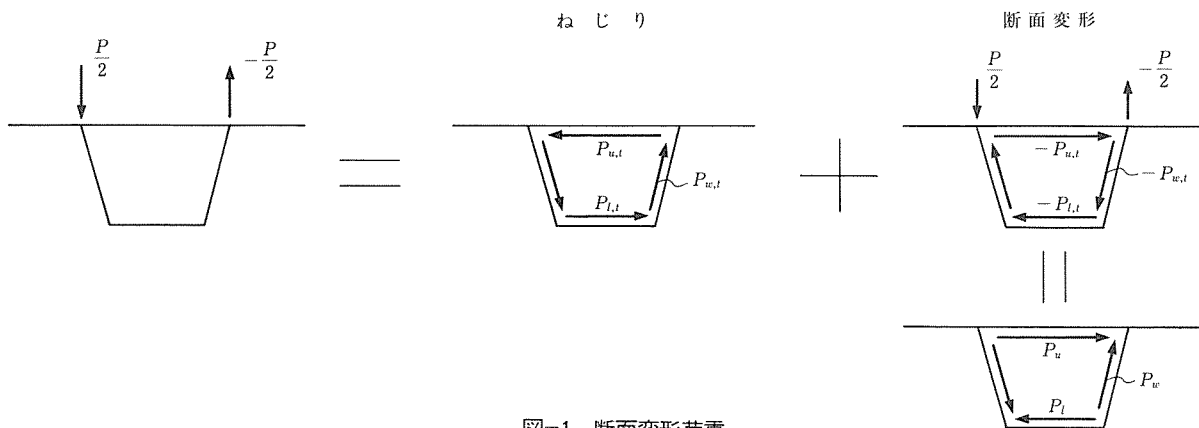


図-1 断面変形荷重

\* Yukie NODA : 川田建設（株）開発部技術開発課

$$\Delta q = \frac{\Delta M_l}{h(b_u + b_l)} = \frac{b_u}{b_m h} \cdot \frac{P}{4} \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 $b_m = \frac{1}{2}(b_u + b_l)$ 、 $P$ ：外力

ここで、ウェブ全体に作用するせん断力は  $\Delta q \cdot h_w$  であり、このせん断力とウェブ上の外力との合力が断面変形荷重として作用する。

したがって、ウェブに作用する断面変形荷重  $P_w$  は、力の方向成分を考慮して計算すると、

$$P_w = \frac{b_l}{b_m} \cdot \frac{h_w}{h} \cdot \frac{P}{4} \dots\dots\dots (2)$$

となり、また、上下床版に作用する断面変形荷重  $P_u$ 、 $P_l$  も同様に次式で与えられる。

$$P_u = \frac{b_l}{h_w} \cdot P_w = \frac{b_l^2}{b_m \cdot h} \cdot \frac{P}{4} \dots\dots\dots (3)$$

$$P_l = \frac{b_u}{h_w} \cdot P_w = \frac{b_u \cdot b_l}{b_m \cdot h} \cdot \frac{P}{4} \dots\dots\dots (4)$$

これらの荷重は、すべての断面において鉛直、水平方向および回転に対して自己均合いを形成しており、したがって支点反力などには影響を与えない。

次に偏心荷重がウェブよりも張出し床版側にある場合について考えると、図-3に示すようにウェブ上の節点には鉛直荷重のほかには付加モーメント  $F = \pm Pa/2$  が加わる。このため付加モーメントにより新たに逆方向のせん断流  $\Delta q'$  が加わるために、断面変形に対する荷重は低減され、例えば  $P_w$  の場合は次のようになる。

$$P_w = \left( \frac{b_l - 2a}{b_m} \right) \cdot \frac{h_w}{h} \cdot \frac{P}{4} \dots\dots\dots (5)$$

$a$ ：ウェブから荷重点までの距離

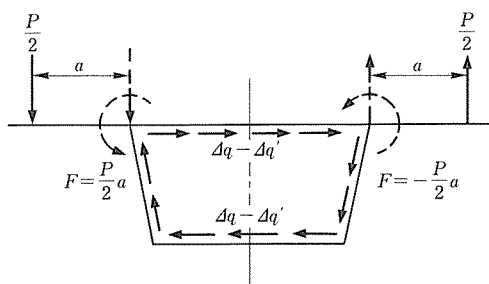


図-3 張出し部に偏心荷重がある場合

### 3. 断面変形による応力状態

1室箱断面をそれぞれ上下床版およびウェブからなるシャイベと考え、断面変形荷重により箱断面は菱形状に変形をおこす。この場合、各節点は変位を生じることから、各シャイベが軸方向に十分長いスパンを有するものとする、軸方向は梁としての変形が、また横方向

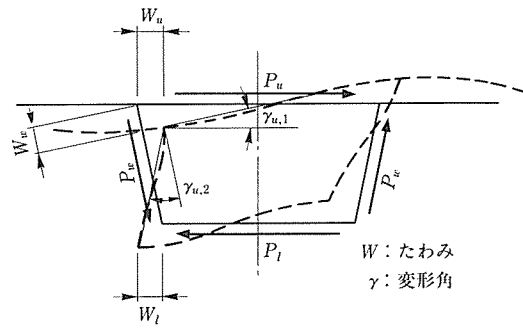


図-4 断面の変形

については、箱ラーメンとしての変形が同時に生じる。

したがって、この2つの変形から各部材には軸方向応力と横曲げモーメントが発生する(図-4)。

#### 3.1 軸方向応力の算出

ウェブシャイベ(ただし、梁として扱う)の軸方向単位長さの要素の均合いを図-5に示す。断面にはそりが生じることから、上下床版との接合面には軸方向のせん断力  $T_u$  と  $T_l$  が作用し、断面を一軸対称とすると他のウェブ面上にも同じ大きさで作用方向が反対のせん断力が同時に作用している。

支点より任意の位置での曲げモーメント  $M_w$ 、軸力  $N_w$ 、せん断力  $Q_w$  とすると、 $T_u = T_l = 0$  としたとき、すなわち断面変形荷重  $P_w$  のみによる断面力をそれぞれ  $M_{0,w}$ 、 $Q_{0,w}$  とすると、次のような関係が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} M_w &= M_{0,w} - \frac{h_w}{2} (T_u + T_l) \\ N_w &= T_u - T_l \\ Q_w &= Q_{0,w} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

これらの関係は、それぞれ上下床版についても同様に成立するが、上下床版の場合軸力  $N_u = N_l = 0$  である。

したがって、それぞれのシャイベの上下縁の軸方向応力は、曲げ応力と軸応力の和として求められる。 $T_u$  と

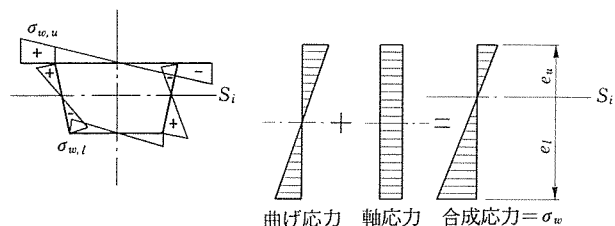
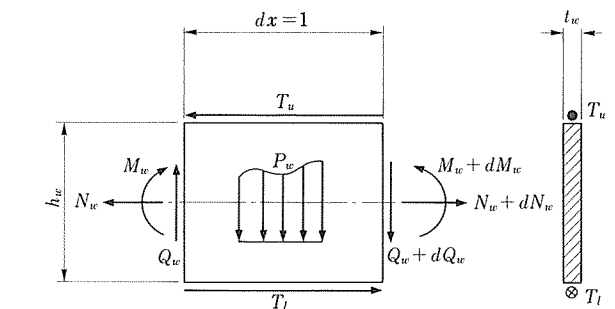


図-5 ウェブ要素の均合いと応力状態

◇研究報告◇

$T_l$  は未知数であるが、各接合面におけるひずみの適合条件から、 $M_{0,w}$  の関数としてあらわすことができる。

次に、曲げ応力と軸応力の和として与えられる軸方向応力が 0 となる中立軸を仮想（理想）重心軸  $S_i$  とし、これに関する仮想（理想）断面二次モーメントを  $I_{Si}$  とすると、軸方向応力  $\sigma_w$  の上下縁応力は次式で与えられる。

$$\sigma_{w,u,l} = \pm \frac{M_{0,w}}{I_{Si}} \cdot e_{u,l} \dots \dots \dots (7)$$

$e_u, e_l$ : 仮想重心位置から上下縁までの距離

$$I_{Si} = \frac{2\beta[(\alpha_u+2)(\alpha_l+2)-1]}{(\beta+1)(\alpha_u+\alpha_l\beta+3\beta+3)} I_w \dots \dots (8)$$

ここで、

$$\beta = \frac{b_l}{b_u}, \alpha_u = \frac{12}{A_w} \frac{I_u}{b_u^3}, \alpha_l = \frac{12}{A_w} \frac{I_l}{b_l^3}$$

さらに、

$$A_w = h_w \cdot t_w, I_u = \frac{t_u B^3}{12}, I_l = \frac{t_l b_l^3}{12}, I_w = \frac{t_w h_w^3}{12}$$

である（図-5）。

以上のことから、(7) 式の  $M_{0,w}$  が得られれば、軸方向応力  $\sigma_w$  を求めることができる。

なお、(8) 式の  $I_{Si}$  は  $\beta=1$  のとき長方形断面の場合であり、文献 9) に示した式と一致する。

3.2 横曲げモーメント

前述したように箱桁の梁作用とラーメン作用により断面変形の荷重は負担される。そこで、ウェブに作用する断面変形荷重  $P_w$  の中で、ラーメン作用として分担する荷重を  $\bar{P}_w$  としよう（ $\bar{P}_w$  はここでは未知数）。これらの断面変形荷重が作用したときの  $\bar{P}_w$  と横曲げモーメントとの関係を力の均合いから求めると次のような関係式が得られる（図-6）。

$$\left. \begin{aligned} m_a = -m_c = -\frac{b_l h}{2(\beta+\alpha) \cdot h_w} \cdot \bar{P}_w \\ m_b = -m_d = -\alpha \cdot m_a \end{aligned} \right\} \dots \dots (12)$$

ここで、

$$\alpha = \frac{\bar{\alpha}_u + \beta + 2}{\beta \bar{\alpha}_l + 2\beta + 1}, \bar{\alpha}_u = \frac{b_u \cdot \bar{I}_u}{h_w \cdot \bar{I}_u}, \bar{\alpha}_l = \frac{b_u \cdot \bar{I}_w}{h_w \cdot \bar{I}_l}$$

さらに、

$$\bar{I}_u = \frac{1 \cdot t_u^3}{12}, \bar{I}_w = \frac{1 \cdot t_w^3}{12}, \bar{I}_l = \frac{1 \cdot t_l^3}{12}$$

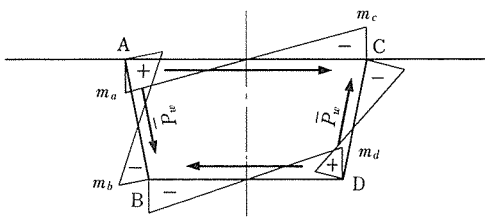


図-6 横曲げモーメント分布

である。

次に変形角  $\gamma_u$  と  $\bar{P}_w$  との関係をたわみ角法から求めると、次のような関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} \bar{P}_w &= \frac{12h_w}{h \cdot b_l} \cdot E_c \bar{I}_w \cdot \frac{\beta^2(\bar{\alpha}_l+2) + \bar{\alpha}_u + 2(1+\beta)}{\beta[(\bar{\alpha}_u+2)(\bar{\alpha}_l+2)-1]} \cdot \gamma_u \\ &= \frac{12h_w}{h \cdot b_l} \cdot E_c \bar{I}_w \cdot A_1 \cdot \gamma_u \dots \dots \dots (13) \end{aligned}$$

ただし、 $\gamma_u = \gamma_{u,1} + \gamma_{u,2}$  である（図-4 参照）。

さらに、変形角とウェブのたわみ  $W_w$  との関係を幾何学的に求める。すなわち、

$$\begin{aligned} \gamma_u &= \frac{2h_w}{h \cdot b_l} \cdot \\ &\frac{(1+\beta)[\alpha_u + \alpha_l \beta^2 + 2(1+\beta + \beta^2)]}{\alpha_u + \alpha_l \beta + 3(1+\beta)} \cdot W_w \\ &\dots \dots \dots (14) \end{aligned}$$

となる。

最終的に  $\bar{P}_w$  とウェブたわみ  $W_w$  との関係を求めるために、(13) 式に (14) 式を代入すると次のようになる。

$$\begin{aligned} \bar{P}_w &= \frac{24 \cdot h_w}{h^2 \cdot b_l^2} \cdot E_c \bar{I}_w \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot W_w \\ &= K \cdot W_w \dots \dots \dots (15) \end{aligned}$$

ただし、

$$A_1 = \frac{(1+\beta)[\alpha_u + \alpha_l \beta^2 + 2(1+\beta + \beta^2)]}{\alpha_u + \alpha_l \beta + 3(1+\beta)},$$

$E_c$ : 弾性係数

$K$ : ラーメン剛性

$$A_2 = \frac{\beta^2(\bar{\alpha}_l+2) + \bar{\alpha}_u + 2(1+\beta)}{\beta[(\bar{\alpha}_u+2)(\bar{\alpha}_l+2)-1]}$$

である。

したがってラーメン剛性  $K$  は、バネ定数であり、ウェブに単位たわみを生じさせる断面変形荷重の大きさと考えることができる。

(12) 式の断面変形荷重  $\bar{P}_w$  と横曲げモーメントおよび (15) 式のたわみとの関係式から、最終的に次式が得られる。

$$m_a = -m_c = -\frac{b_l h}{2(\beta+\alpha) h_s} \cdot K \cdot W_w \dots \dots (16)$$

このことから、横曲げモーメントは、ウェブのたわみに比例し、 $W_w$  を求めればよいことになる。

4. 基本式と近似解

さて、軸方向のウェブシャイベについて考えると、シャイベ（梁）が負担する荷重は、全体の断面変形荷重  $P_w$  から (15) 式で得られたラーメン作用分担力  $\bar{P}_w$  を差し引いた荷重と考えられる。したがって、梁理論を適用すると、

$$E_c I_{Si} \frac{d^4 W_w}{dx^4} = P_w - \bar{P}_w = P_w - K W_w \dots (17)$$

となり、さらに  $E I_{Si}$  で割って整理すると、最終的に弾性支承上の梁と同一の式が得られる。

$$W_w^{IV} + 4 \lambda^4 \cdot W_w = 4 \frac{\lambda^4}{K} \cdot P_w \dots (17)'$$

ここで、 $\lambda = \sqrt[4]{\frac{K}{4 E_c I_{Si}}}$

弾性支承上の梁との対比を表-1にまとめて示す。

表-1 理論の対比

箱桁の断面変形	弾性支承上の梁
断面変形荷重 $P_w(x)$	鉛直荷重 $P(x)$
シャイベの断面力 $M_{0,w}, Q_{0,w}$	梁の断面力 $M, Q$
仮想(理想)断面二次モーメント $I_{Si}$	梁の断面二次モーメント $I$
ラーメン剛性 $K$	バネ定数 $C$
剛な横桁	剛支承

バネ定数  $C$

4.1 単純スパンの近似解

(17)' 式の厳密な解法は種々の文献に示されているが、コンピュータの解析プログラムから支持条件としてバネを考慮することにより容易に断面力やたわみは得られる。

しかしながら、ここでは断面変形による断面力分布を近似的に求めるため基本式を検討するものとする。

さて、微分方程式の解は、数学的に一般解と1つの特殊解の和として与えられることは知られている。本式の一般解  $W_h$  は、2つの減衰関数の和として与えられる。

すなわち、

$$W_h = e^{-\lambda x} (a_1 \cos \lambda x + a_2 \sin \lambda x) + e^{\lambda x} (a_3 \cos \lambda x + a_4 \sin \lambda x) \dots (18)$$

$a_1 \sim a_4$  は定数である。

ここで、(18) 式の減衰状況を調べるものとする。式中の前項には  $e^{-\lambda x}$  があるが、この関数は図-7に示すように、A 端  $x=0$  において最大となり、 $e^{-\lambda x}=1$  となる。一方、後項の場合は  $e^{\lambda x} = e^{\lambda(L-\bar{x})} = e^{\lambda L} \cdot e^{-\lambda \bar{x}}$  となることから、B 端  $\bar{x}=0$  のとき最大となり、そこから徐々に減少する性質がある。ここで減衰関数の周期を  $\lambda t = 2\pi$  ( $t$  は任意点からの距離) とし、 $t = 2\pi/\lambda$  を代入して1周期離れた位置の振幅の比率を計算すると、前項および後項とも次のようになる。

$$\frac{A_n}{A_{n+1}} = \frac{e^{-\lambda x}}{e^{-\lambda(x+t)}} = e^{\lambda t} = e^{2\pi} = 536 \dots (19)$$

したがって、対数減衰率  $\delta$  は、次のようになる。

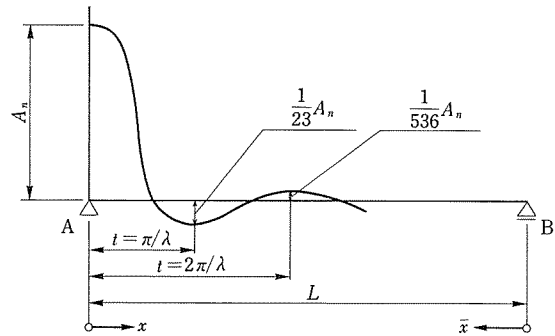


図-7 一般解の減衰

$$\delta = \log_e \left| \frac{A_n}{A_{n+1}} \right| = 2\pi \dots (20)$$

さらに半周期の場合でも、

$$A_{n+1} = e^{-\pi} A_n = \frac{1}{23} A_n \dots (21)$$

である。すなわち、端支点から  $\pi/\lambda$  の位置の振幅は、端支点の値のわずか 4.4% にまで減少することで、また、ここで注目すべき点は、この減衰がスパン長に無関係であるという点である。

このことから、 $x \geq \pi/\lambda$  の範囲では、近似的に左端の影響が右端に及ばないと仮定しても工学的に十分な精度は確保できるものと考えられる。したがって、(18) 式の一般解を簡略化して次のように扱うことが可能である。

$$\left. \begin{aligned} x \leq \pi/\lambda \text{ において} \\ W_h^L = e^{-\lambda x} (a_1 \cos \lambda x + a_2 \sin \lambda x) \\ x \geq (L - \pi/\lambda) \text{ において} \\ W_h^R = e^{\lambda x} (a_3 \cos \lambda x + a_4 \sin \lambda x) \end{aligned} \right\} \dots (22)$$

また、長いスパンの場合においては、 $x > \pi/\lambda$  の範囲では近似的に  $W_h=0$  としても工学的に十分許容されるものと思われる。

これらの近似を等分布荷重状態の弾性支承上梁の解に適用すると、特殊解は  $W_P = P_w/K$  で与えられることから、端支点の境界条件により、次のような近似式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} 1) \ x \leq \pi/\lambda \text{ のとき,} \\ \text{たわみ } W_w = \frac{P_w}{K} \cdot [1 - e^{-\lambda x} \cdot \cos \lambda x] \\ \text{曲げモーメント } M_{w,0} = \frac{P_w}{2\lambda^2} \cdot e^{-\lambda x} \cdot \sin \lambda x \end{aligned} \right\} \dots (23)$$

$$\left. \begin{aligned} 2) \ x \geq \pi/\lambda \text{ のとき} \\ W_h = 0 \text{ (特殊解のみ)} \\ \text{たわみ } W_w = \frac{P_w}{K} \\ \text{曲げモーメント } M_{0,w} = 0 \end{aligned} \right\} \dots (24)$$

となり、 $M_{0,w}$  の分布は図-8のようになる。

◇研究報告◇

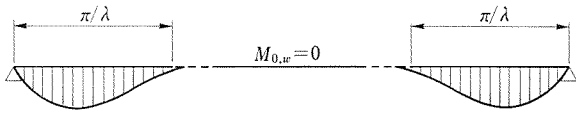


図-8 断面変形等分布荷重による曲げモーメント分布

一方、集中荷重の場合も同様に得られ、結果を示すと次のようになる。

1)  $x \leq \pi/\lambda$  のとき

a)  $x \leq a$

$$\left. \begin{aligned} W_w &= \frac{P_w \cdot \lambda}{K} \cdot e^{-\lambda a} \left[ \sin \lambda x \cosh \lambda x \right. \\ &\quad \left. (\sin \lambda a - \cos \lambda a) + \cos \lambda x \sinh \lambda x \right. \\ &\quad \left. (\sin \lambda a + \cos \lambda a) \right] \\ M_{0,w} &= \frac{P_w}{2\lambda} e^{-\lambda a} \left[ \sin \lambda x \cosh \lambda x \right. \\ &\quad \left. (\sin \lambda a + \cos \lambda a) + \cos \lambda x \sinh \lambda x \right. \\ &\quad \left. (\cos \lambda a - \sin \lambda a) \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25-1)$$

b)  $x \geq a$

$$\left. \begin{aligned} W_w &= \frac{P_w \cdot \lambda}{K} \cdot e^{-\lambda x} \left[ \sin \lambda a \cosh \lambda a \right. \\ &\quad \left. (\sin \lambda x - \cos \lambda x) + \cos \lambda a \sinh \lambda a \right. \\ &\quad \left. (\sin \lambda x + \cos \lambda x) \right] \\ M_{0,w} &= \frac{P_w}{2\lambda} e^{-\lambda x} \left[ \sin \lambda a \cosh \lambda a \right. \\ &\quad \left. (\sin \lambda x + \cos \lambda x) + \cos \lambda a \sinh \lambda a \right. \\ &\quad \left. (\cos \lambda x - \sin \lambda x) \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25-2)$$

2)  $x > \pi/\lambda$  のとき

$$\left. \begin{aligned} W_w &= \frac{P_w \lambda}{2K} \cdot e^{-\lambda x_0} (\cos \lambda x_0 + \sin \lambda x_0) \\ M_{0,w} &= \frac{P_w}{4\lambda} \cdot e^{-\lambda x_0} (\cos \lambda x_0 - \sin \lambda x_0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

(26) 式は、近似的に無限長の弾性支承上梁として解を求めたもので、 $x_0$  は荷重載荷点からの距離を示す(図-9)。

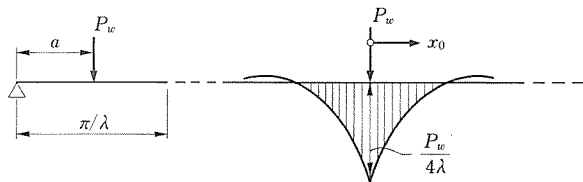


図-9 断面変形集中荷重による曲げモーメント分布

4.2 連続スパンの近似解

断面変形を完全に拘束する中間横桁や支点上横桁が連続的に存在するときは、弾性支承上の連続桁として断面力を求める必要がある。

断面力は、一般の連続桁と同様に静定基本系における

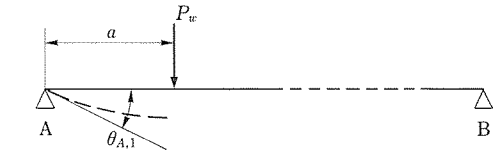


図-10 荷重による支点上たわみ角

たわみ角の連続条件から求めるが、ここでは近似的に不静定力を求めるものとする。

図-10 に示すように、中間支点 A からの距離 a に集中荷重  $P_w$  が載荷したときの単純桁の A 点のたわみ角は、近似的に半無限長のスパンとすると、次のようにならわせる。

$$\left. \begin{aligned} Q_{A,1} &= \frac{2P_w \lambda^2}{K} \cdot e^{-\lambda a} \cdot \sin \lambda a \\ Q_{B,1} &\approx 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

また、支点 A に回転モーメント  $X_a$  が作用したときのたわみ角は、近似的に次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} Q_{A,2} &= \frac{2X_a \cdot \lambda^3}{K} \\ &\quad \frac{\cosh \lambda L \cdot \sinh \lambda L - \cos \lambda L \sin \lambda L}{\cosh^2 \lambda L - \cos^2 \lambda L} \\ &\approx \frac{2X_a \lambda^3}{K} \\ Q_{B,2} &\approx 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

連続条件に上式を代入すると連続桁の中間支点上に作用する不静定力  $X_f$  が求められ、スパン長に無関係に

$$X_f = -\frac{P_w}{2\lambda} e^{-\lambda a} \sin \lambda a \dots\dots\dots (29)$$

として近似的に与えられる。さらに  $X_f$  の最大が生じる荷重位置は、

$$a = \frac{\pi}{4\lambda} \dots\dots\dots (30)$$

となる。

荷重位置  $a$  を任意に移動し、 $P_w=1$  とすれば、 $X_f$  は断面変形による支点上曲げモーメントの影響線をあらわしており、 $\lambda$  をパラメータとして影響線を計算した結果が図-11 である。この結果から言えることは、 $a \geq \pi/\lambda$  の荷重に対しては、支点上の断面力に影響を与えないということで、したがって、支点からの距離が  $\pi/\lambda$  より大きい点の曲げモーメント影響線の最大値を求める場合には、単純スパンの梁として計算すればよく、全径間モデルの連続桁を扱う必要はない。

また、 $\pi/\lambda$  より近い点の場合は、支点付近の集中荷

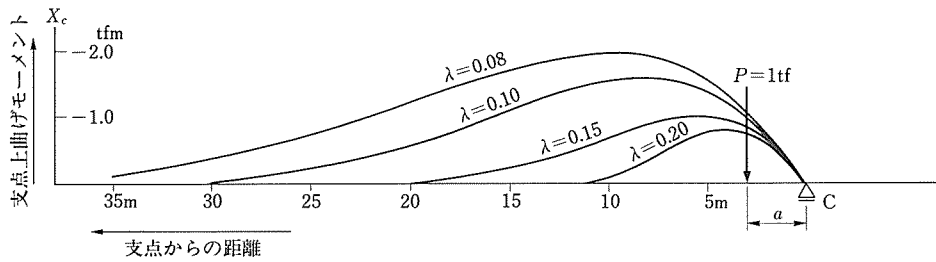


図-11 支点上曲げモーメントの影響線

重に対する解である(25)式と(29)式を重ね合わせることで影響線値が簡易的に求められる。

4.2 その他の近似

前章では、(17)'式の近似的解法について数学的に検討したが、もう1つの近似として構造的なことから考えることができる。すなわち、各節点をヒンジ接合と考え、箱ラーメン作用がないものと仮定すると、(17)'式の第二項目がなくなり、簡単な梁の理論式となる。

$$EI_{Si}W_w'' = P_w \dots\dots\dots (31)$$

このことは、横方向の分配がなく、断面変形荷重に対してウェブシャイベのみが負担することであり、軸方向応力の上限值を求めることである。このような近似はラーメン剛性が小さく、桁高の高い大断面に適用される。

5. 特性値λについて

基本的にはλの値は、箱断面の横方向のラーメン剛性とウェブシャイベの軸方向曲げ剛性の比率をあらわし、これにより荷重分担が決定される。

ここでは、わが国において実際に施工された道路橋の1室箱桁に関する特性値λについて検討する。

連続形式の道路橋箱桁の桁高とスパンの比は、変断面箱桁の場合、支点付近で1/16~1/21、径間中央においては1/35~1/60であり、側面形状は一般に2次放物線や正弦曲線形状が用いられる。

断面の部材厚は、力学的要素のほかに、鋼材配置や施工上の条件から決定される場合が多く、例えば、上床版の場合、横締めケーブルと主ケーブルを配置する場合には、26~30 cm程度の厚さが必要である。

また、ウェブの場合にも主桁のせん断耐力、横方向の曲げ耐力のほかに、主ケーブルと鉛直ケーブルを配置したときの施工性などを考慮して部材厚を決定する。

このような条件に基づいて著者らが設計・施工に携った国内PC橋(9橋)のラーメン剛性Kと特性値λを3章に示した式を用いて計算した(すべて長方形断面)。

これらの結果は図-12と図-13に示すが、これによると径間中央断面のラーメン剛性は、スパン長に関係なくほぼK=1 000~5 000 tf/m、支点付近の場合は、K=10 000~20 000 tf/mの範囲に入っている。

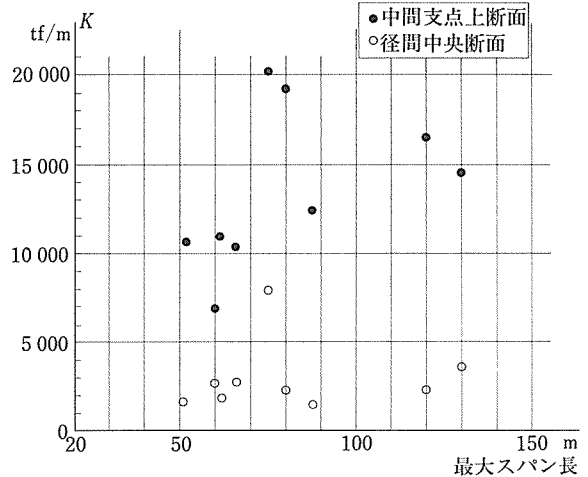


図-12 ラーメン剛性の計算結果

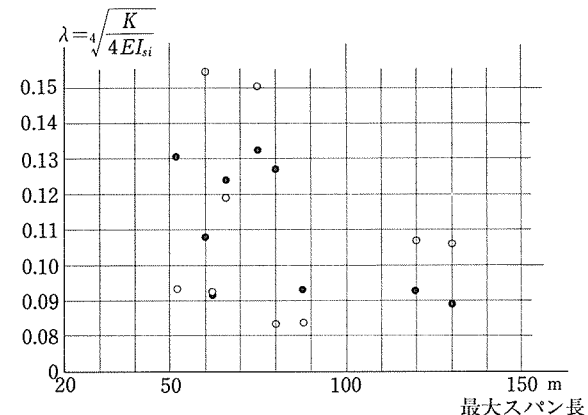


図-13 特性値の計算結果

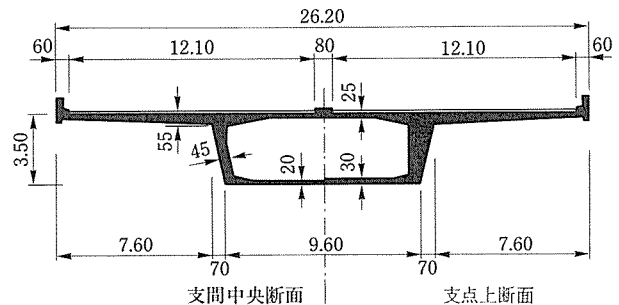


図-14 Felsenau 橋 (文献7より)

一方、特性値の計算結果では、断面の大きさにかかわらずλ=0.08~0.20の範囲内であった。

一般に部材厚が大きく、しかも桁高が低い箱桁ではラーメン剛性は大きくなる。参考として、きわめて大断

◇研究報告◇

面を有する Felsenau 橋 (スイス, 図-14) の場合などでは, 平均部材厚をもって計算すると, 中央断面, 支点付近断面の特性値  $\lambda$  は 0.055 と 0.050 となる。すなわち, 部材厚が同じでも, 断面が大型になると  $\lambda$  は小さくなる。

6. 横方向影響線の計算

横方向影響線は, 上床版に作用する面荷重に対する断面力を計算する場合に必要となり, 断面変形荷重による上床版のたわみ曲線が横方向の影響線となる。

ウェブの断面変形荷重  $P_w=1$  が作用する荷重群における上床版のたわみ曲線を求めるものとする。

剛接合箱断面に断面変形荷重が作用したときの箱内上床版のたわみ曲線は図-15 のようになり, このとき生ずる部材回転角  $\gamma_{u,1}$  (変形角) および接線回転角  $\tau_A$  と曲げモーメントとの関係は次のようになる。

$$\gamma_{u,1} = \frac{2\beta h_w}{hb_l} \frac{\alpha_u + \alpha_l \beta^2 + 2(1 + \beta + \beta^2)}{\alpha_u + \alpha_l \beta + 3(1 + \beta)} \cdot W_w \dots\dots\dots (32)$$

$$\tau_A = \frac{b_u}{6E_c I_u} \cdot m_a \dots\dots\dots (33)$$

したがって, 箱内上床版の形状は, 上式の 2 つによるたわみの和として求められる。

また, 図-16 に示すように張出し床版部は, 横曲げモーメントの影響がなくなり直線形状となる。

この区間の任意点 k のたわみ  $W_k$  は, ウェブ中心からの距離を  $l_k$  とし, ウェブの傾斜を無視すると, 幾何学的に次のように求められる。

$$W_k = W_w - l_k \cdot \tan(\gamma_{u,1} - \tau_A) \dots\dots\dots (34)$$

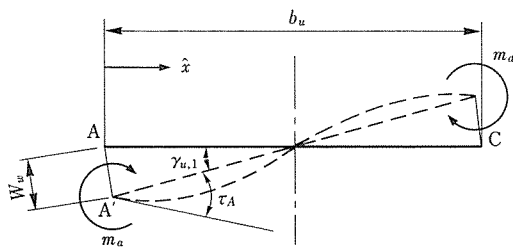


図-15 箱内上床版の変形

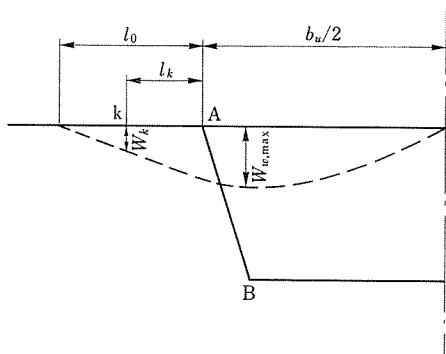


図-16 張出し部の変形

箱断面の形によっては,  $W_k=0$  となる点が存在し, ウェブの縦距を基準に考え  $W_w=1$  とすると,

$$l_0 = \frac{1}{\tan(\tau_A - \gamma_{u,1})} \dots\dots\dots (35)$$

となり, 断面変形が生じない点がある。

7. 計算例

弾性支承を有する多径間連続桁の曲げモーメント影響線に関して, 全径間モデルで解析した場合と近似的に単径間にモデル化した場合の比較を行う。

例として, スパン 30 m の 3 径間連続桁を扱うが, これ以上の多径間の場合にも適用可能である。

単径間の近似モデルに対して, 次のような条件を与えた。

- 1) 連続桁の側径間部を一端ヒンジで他端固定の単スパンとする。
- 2) 連続桁の中央径間部を両端固定の単スパンとする。

計算上の仮定として, 支点上にのみ横桁が配置され, 断面寸法はすべて一定とする。計算に使用した定数は,  $E_c \cdot I_{St} = 7.0 \times 10^6 \text{ tf} \cdot \text{m}^2$ , ラーメン剛性  $K = 5 \text{ 000 tf/m}$  と  $10 \text{ 000 tf/m}$  の 2 種類とし, したがって  $\lambda = 0.116, 0.137$  である。

影響線は, 支間中央と中間支点上の曲げモーメントに着目し, 計算はいずれも平面解析プログラムを使用した。

図-17~19 は,  $\lambda = 0.116$  における近似モデルと 3 径間連続桁の曲げモーメント影響線の分布および最大値を示したものである。

3 径間連続桁の支間中央に着目した場合, 他径間にはほとんど影響を及ぼさず, 考慮している径間のみを対象としてよいことが分かる。

表-2 と 3 は, 2 ケースの場合の近似モデルと 3 径間連続桁影響線における縦距の最大値と各正負領域の影響面

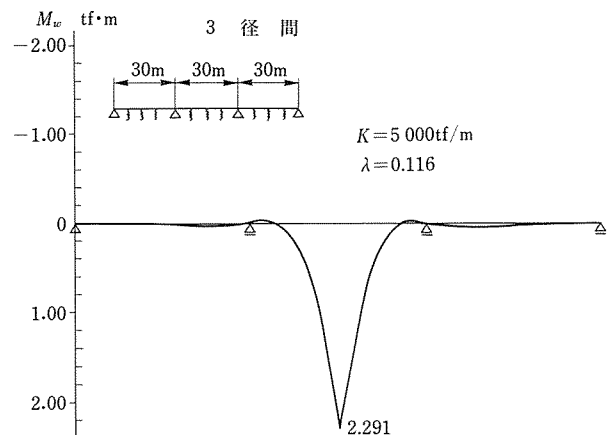


図-17 3 径間桁橋の影響線 (中央径間)

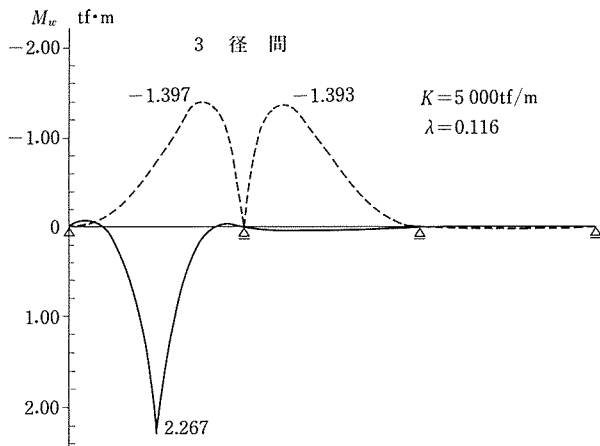


図-18 3径間桁橋の影響線(側径間中央と中間支点上)

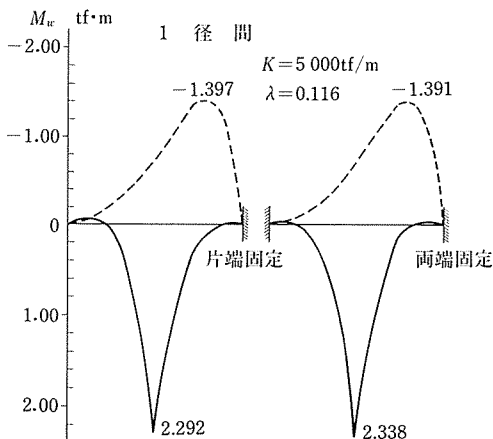


図-19 1径間桁橋とした場合の影響線

積を比較したものである。

これから、支間中央の断面力最大値においては、2~3%の誤差であり、支点上に対しては、ほとんど一致した結果となった。

一方、影響面積についても、5~8%の誤差範囲内であった。このことから、連続桁で比較的λの大きい場合には、片端固定あるいは両端固定の弾性支承上の単スパンとして解析しても精度のよい近似値が得られるものと考えられる。

本例は多少一般性に欠けるところがあるものの、近似計算法としては便利である。

## 8. おわりに

以上、1室箱桁の断面変形による断面力、応力の計算方法について総合的に述べた。

設計の実務者にとっては、煩しい厳密な計算方法よりも、比較的簡単に計算できる方法で安全性が確かめられることが望ましく、本稿が何かの参考となれば幸いである。

表-2 影響線縦距の最大値

		K=5 000 tf/m		
		3径間(A)	1径間(B)	A/B
支間中央	側径間	2.267	2.292	0.989
	中央径間	2.291	2.338	0.980
中間支点上		-1.393	-1.391	0.999
		K=10 000 tf/m		
		3径間(A)	1径間(B)	A/B
支間中央	側径間	1.821	1.846	0.986
	中央径間	1.846	1.898	0.972
中間支点上		-1.170	-1.170	1.000

表-3 影響面積の比較

		K=5 000 tf/m		
		3径間(A)	1径間(B)	A/B
支間中央	側径間	14.98	15.00	0.999
	中央径間	16.17	15.95	1.013
中間支点上		-39.31	-38.88	1.011
		K=10 000 tf/m		
		3径間(A)	1径間(B)	A/B
支間中央	側径間	9.75	9.29	1.050
	中央径間	10.93	10.05	1.080
中間支点上		-27.56	-27.80	0.991

## 参考文献

- 1) A. Steinle : Torsion und Profilverformung beim einzelligen Kastenträger, BETON UND STAHLBETONBAU, 9/1970.
- 2) 平島, 臼木 : 任意四角形断面箱桁のセン断変形を考慮した断面変形理論, 土木学会論文報告集, 第271号, 1978年3月.
- 3) 尾崎 : 折板構造解析による単一箱桁の曲げねじりについて, 土木学会論文報告集, 1970年7月
- 4) M. Mrotzek : Berechnung von Hohlkastenträger ohne Querschotte, BETON UND STAHLBETONBAU, 12/1970
- 5) J. Schleich : BETON HOHLKASTEN BRÜCKEN, Structural Engineering Documents, IABSE, 1982
- 6) W. Lippoth : Vorlesungsmanuskript Berechnungsverfahren für Massivbrücken, Institut für Massivbau, Universität Stuttgart
- 7) C. Menn : Stahlbetonbrücken, Springer Verlag 1991.
- 8) 野田 : 川田技報, Vol. 2, 1982 ; Vol. 7, 1988
- 9) 野田 : PC 1室箱桁橋の中間横桁について, プレストレストコンクリート, Vol. 33, No. 1, Jan. 1991
- 10) A. Krebs : Zur Profilverformung einzelliger Kastenträger, BETON UND STAHLBETONBAU, 1/1988
- 11) コンクリート箱桁橋について, プレストレストコンクリート, Vol. 16, No. 3, 1974
- 12) E. Ramm : Rotationsschalen, Institut für Baustatik, Universität Stuttgart



◇研究報告◇

- 13) FCC 技術資料, FCC 協会, 昭和60年12月  
14) 横岡訳: PC 道路橋の横方向に関する研究(その2), プレストレストコンクリート, Vol. 16, No. 2, Apr. 1974  
15) 横道: コンクリート橋, 技報堂出版社, 1982年  
16) J. マチバー, 森本監訳: PC 橋のカンチレバー架設工法, 鹿島出版  
17) F. Leonhardt: Vorlesungen über Massivbau, Sechsterteil, Springer Verlag.  
18) VSL Symposium, Aug. 1988  
19) R. Dabrowski: Der Schubverformungseinfluß auf die Wölbkrafttorsion der Kastenträger mit verformbarem biegesteifem Profil, DER BAU-INGENIEUR, 11/1965  
20) 小西, 横尾, 成岡: 構造力学Ⅱ, 丸善(株)

【1991年12月28日受付】

◀刊行物案内▶

Prestressed Concrete in JAPAN

—1990—

(FIP Hamburg, 1990)

[日本のプレストレストコンクリート (1990年 FIP ハンブルグ大会)]

<英・和文併記>

本書は、1990年のFIPハンブルグ大会に提供するために本協会において編纂・発行したもので、最近の日本の代表的なPC構造物28件についての設計・施工概要を英文・和文併記の形で、報告しています。写真・図も豊富で、海外において好評を博しました。

体 裁: A4判140頁

定 価: 3000円(送料: 350円)

内 容: 鉄筋コンクリート固定アーチー別府明礬橋/バイプレ工法による中央公園橋/PCラーメン橋—東名阪高架橋—/本州四国連絡橋 児島・坂出ルートのPC橋梁群/PC・V脚ラーメン橋—常磐自動車道 十王川橋—/CLCA工法により施工されたコンクリートアーチ橋—城址橋—/PCケーブルを用いた曲線桁の片持ち張出し工法—万江川橋(下り線)—/逆ランガーコンクリートアーチ橋—中谷川橋—/PC斜張橋—新綾部大橋—/PC5径間連続ラーメン箱桁橋—岡谷高架橋—/複線3主PC下路式鉄道橋—大北川橋梁—/北陸自動車道“親不知海岸高架橋”の施工/新素材によるPC橋—新宮橋—/人工軽量骨材コンクリートを使用した鉄道橋—汐見川橋—/PC斜張橋における新しい片持ち張出し工法—衝原大橋—/架設アウトケーブルを用いた不等径間Tラーメン橋—筒石川橋(上部工)—/大型移動吊り支保工により施工した都市内PC高架線/PC斜張橋—呼子大橋—/FC合成床工法による人工地盤/プレキャストPC高層建物—日立物流ハイテクセンター—/出雲大社神楽殿/LNG地上式タンク用PC製防液堤/横浜市におけるPC卵形消化タンク/PCタンク—大名調整池—/PCプレキャスト版による供用中の滑走路の改修舗装工事/横浜博覧会「海のパビリオン」—H.M.S.(多角形浮体構造物)—/PCスノーシェルター—正善寺シェルター—/プレストレストコンクリート構造ウエーブジェッド