

外ケーブル方式を用いたPRC梁の終局曲げ耐力の非線形解析

柳沼 善明*

1. はじめに

コンクリート部材にプレストレスを与える方法として、従来からポストテンション方式あるいはプレテンション方式が行われている。これらのプレストレスを与える方法は、緊張材がコンクリートウェブ断面の内部に配置されることから、内ケーブル方式と呼ばれている。一方、緊張材の一部あるいは全部をコンクリートウェブ断面の外側に配置して、コンクリート部材にプレストレスを与える外ケーブル方式が近年特に注目されている¹⁾。

外ケーブル方式の構造物の利点には、①ウェブ幅の減少、②施工性の向上、③緊張材の再緊張あるいは取換え可能、④摩擦損失の減少によりプレストレスングの効率向上などが考えられる^{2,3)}。これらの利点により、外ケーブル方式が諸外国および国内において採用され⁴⁾、今後ますますその採用が増加するものと予想される。

コンクリート断面の外側に緊張材が配置される外ケーブル方式には、コンクリート断面内部に配置される内ケーブル方式とは異なる特有の問題点が挙げられる。外ケーブル方式の梁の場合、外力作用下における梁のたわみの増加にともない、梁部材の図心軸と外ケーブルとの間の偏心距離が変化することである。そのため、外ケーブル方式の部材は、終局曲げ耐力や変形などに、内ケーブル方式とは異なる特有の力学的挙動を示すことになる。スパン内にデビエータを配置することによっても、この偏心距離の変化の様子は異なる。そのため、デビエータの有無、数、配置位置などにより、外ケーブル方式の力学的挙動は大きく異なるものと考えられる。

外ケーブル方式の構造物の設計において、終局曲げ耐力の算定方法を確立することは重要な課題のうちの1つである。しかしながら、終局曲げ耐力の算定方法はいまだ確立されているとは言い難い。そこで、本研究は外ケーブルを用いたプレストレス鉄筋コンクリート（以下PRCと略す）梁の終局曲げ耐力に関して、外ケーブル方式特有の挙動を考慮した非線形解析を試み、実験結果と計算結果とを比較検討した。

さらに、引張鉄筋量、PC鋼材量、プレストレス力、外ケーブルのデビエータに相当する中間支持点数を変化させたパラメータ解析を行い、それぞれの因子が終局曲げ耐力に及ぼす影響について明らかにした。

2. 梁要素と棒要素モデルによる非線形解析

外ケーブル方式の耐力ならびに変形の非線形解析は、梁部材を梁要素に外ケーブルを棒要素にモデル化した簡易な有限要素解析で行い、材料の非線形ならびに幾何学的な非線形の問題を考慮した。

2.1 解析の基礎方程式

(1) 梁要素の基礎方程式

梁要素の仮想仕事方程式を有限要素法により定式化するにあたり、以下の仮定を設けた。

- 1) 材料の応力-ひずみ関係には履歴効果を考慮しない。
- 2) 平面保持の仮定が成立する。
- 3) 要素内では伸び剛性 ($E \cdot A$) および曲げ剛性 ($E \cdot I$) は一定である。
- 4) 断面図心軸に作用する力は変形後も作用方向を変えない。
- 5) せん断変形は無視する。

図-1に示すような座標系を取り、軸力 N 、せん断力 V 、曲げモーメント M とが作用している梁要素を考える。軸ひずみ ϵ_x 、曲率 ϕ との関係は、曲げにともなうせん断変形を無視し、高次の微小項を省略して堀井ら⁵⁾ にならい次式のように与える。

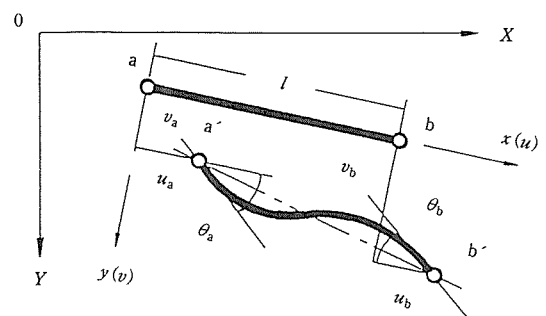


図-1 部材端の変位

* Yoshiaki YAGINUMA : 日本大学 理工学部交通土木工学科

$$\varepsilon_x \doteq \frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 \dots\dots\dots(1)$$

$$\phi \doteq - \frac{d^2v}{dx^2} \dots\dots\dots(2)$$

軸方向変位 u と鉛直方向変位 v は部材両端の変位を内挿して次のように与える。

$$u = L_1(x) \cdot u_a + L_2(x) \cdot u_b \dots\dots\dots(3)$$

$$v = H_{11}(x) \cdot v_a + H_{12}(x) \cdot \theta_a + H_{21}(x) \cdot v_b + H_{22}(x) \cdot \theta_b \dots\dots\dots(4)$$

ただし、

$$L_1(x) = 1 - x/l$$

$$L_2(x) = x/l$$

$$H_{11}(x) = 1 - 3(x^2/l^2) + 2(x^3/l^3)$$

$$H_{12}(x) = x - 2(x^2/l) + (x^3/l^2)$$

$$H_{21}(x) = 3(x^2/l^2) - 2(x^3/l^3)$$

$$H_{22}(x) = -(x^2/l) + (x^3/l^2)$$

である。

部材力とひずみとの関係として

$$N = E \cdot A \cdot \varepsilon_x \dots\dots\dots(5)$$

$$M = E \cdot I \cdot \phi \dots\dots\dots(6)$$

ここに、 E は弾性係数、 A 、 I はそれぞれ断面積と断面二次モーメントである。

部材力のつりあいから

$$\frac{d}{dx} N = 0 \dots\dots\dots(7)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} M + N \frac{d^2v}{dx^2} = 0 \dots\dots\dots(8)$$

となる。

このつりあい条件から、節点変位 $\{d\}$ と節点力 $\{f\}$ との関係が次のように求められる。

$$\{f\} = ([K_0] + [K_1] + [K_2]) \cdot \{d\} \dots\dots\dots(9)$$

ここに、 $[K_0]$ は微小変形理論による剛性マトリックスであり、 $[K_1]$ と $[K_2]$ とはそれぞれ $\{d\}$ の 1 次および 2 次の項を含む非線形剛性マトリックスである。幾何学的な非線形は、この非線形剛性マトリックスに考慮されている。剛性マトリックスの内容は文献 5) に詳しく述べられている。

(2) 棒要素の基礎方程式

幾何学的非線形を考慮した棒要素については、川口らの提案⁶⁾を採用した。川口らによれば、局所座標における節点変位 $\{d\}$ と節点力 $\{f\}$ との関係が次のように求められる。

$$\{f\} = \frac{EA}{L} \left([K_a] + \frac{T}{EA} [K_b] + \frac{1}{2L} [K_c] + \frac{1}{2L^2} [K_d] \right) \cdot \{d\} \dots\dots\dots(10)$$

剛性マトリックスは、微小変形理論の場合には第 1 項

$[K_a]$ のみである。初期緊張力が大きく影響する場合には第 2 項 $[K_b]$ が、変形が大きい場合には第 3 項 $[K_c]$ 、第 4 項 $[K_d]$ がきいてくる。 $[K_c]$ 、 $[K_d]$ は $\{d\}$ の 1 次および 2 次の項を含む非線形剛性マトリックスである。

2.2 断面剛性の減少

式 (9) の剛性マトリックスは弾性理論に基づいているため、材料の非線形性を曲げ剛性 EI ならびに伸び剛性 EA の減少と考へて解析プログラムの中に組み込んだ。曲げ剛性ならびに伸び剛性の減少率を α 、 β として、次のように求めた。

$$\alpha = \frac{M}{\phi \cdot E_o \cdot I_o} \dots\dots\dots(11)$$

β については、以下に示すような 2 種類の方法によつた。

1) 方法 I⁷⁾

$$\beta = \frac{E_c \cdot A_c}{E_o \cdot A_o} \dots\dots\dots(12)$$

2) 方法 II

$$\beta = \frac{N}{\varepsilon_z \cdot E_o \cdot A_o} \dots\dots\dots(13)$$

ここに、 E_o 、 I_o 、 A_o はそれぞれひびわれのない初期状態における弾性係数、断面二次モーメント、断面積である。 E_c 、 A_c はそれぞれひびわれを考慮した平均化した弾性係数と断面積である。 ϕ は曲率、 ε_z は梁図心軸位置でのコンクリートのひずみである。

2.3 解析の手順

PRC 梁は図-2 に示すような要素にモデル化した。梁部材は梁要素とし、外ケーブルは部材の図心軸から偏心距離 e だけ離れた位置に棒要素とした。プレストレス力は、その効果を等価な外力で置き換えるため初期ひずみならびに外力 N を外ケーブルの定着位置に与えた⁸⁾。外力作用下における外ケーブルの緊張量の変化は、外ケーブルの要素の内力変化として計算される。外ケーブルの中間を梁部材に固定する中間支持点のある場合は、中間支持点位置に回転可能な両端ピンの要素を挿入した。また、内ケーブル方式 (アンボンド) の場合は、ケーブルが断面内部に配置されているため、要素のすべての節点で梁要素とケーブルの棒要素とを両端ピン

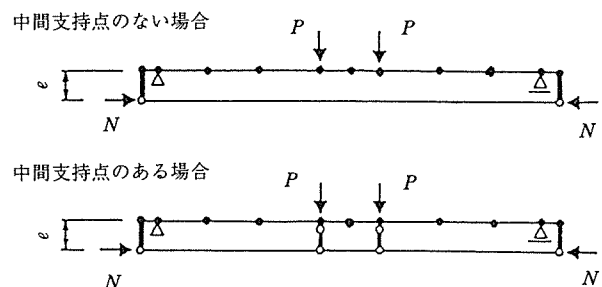


図-2 外ケーブル方式 PRC 梁の要素分割

表-1 供試体寸法 (中間支持点のない外ケーブル方式)

実験	beam no.	b (cm)	h (cm)	d (cm)	d' (cm)	d _p (cm)	A _s	A _s '	A _p	P _e (tf)	l (cm)	a (cm)
I	OA-1	25.2	40.6	35.4	5.88	28.1	2-D 19	2-D 10	2-φ 23	41.60	400	170
	OB-1	25.1	40.2	34.8	5.53	27.7	2-D 25	"	2-φ 23	41.35	"	"
	OC-1	25.2	40.3	35.4	6.63	29.0	2-D 35	"	2-φ 23	42.12	"	"
II	OA 88-1	15.0	24.3	21.3	2.80	15.9	2-D 10	2-D 10	2-φ 13	8.29	270	115
	OA 88-2	15.1	24.2	21.2	2.70	16.4	2-D 10	"	2-φ 13	16.18	"	"
	OB 88-1	15.0	24.3	21.3	2.93	16.3	2-D 13	"	2-φ 9.2	4.14	"	"
	OC 88-1	15.1	24.2	21.2	3.47	16.1	2-D 25	"	2-φ 13	8.18	"	"
	OC 88-2	15.1	24.9	21.9	4.16	17.1	2-D 25	"	2-φ 13	16.29	"	"
	OD 88-1	15.1	24.4	21.4	3.84	16.3	2-D 29	"	2-φ 9.2	8.16	"	"
III	OS-1	6.23	10.2	9.19	-	6.80	2-D 6	-	2-φ 9.2	2.51	160	70
	OL-1	6.15	10.3	8.72	-	6.65	2-D 6	-	2-φ 9.2	2.56	280	130

表-2 供試体寸法 (中間支持点のある外ケーブル方式)

実験	beam no.	b (cm)	h (cm)	d (cm)	d' (cm)	d _p (cm)	A _s	A _s '	A _p	P _e (tf)	l (cm)	a (cm)
I	SA-1	25.2	40.7	35.5	5.98	28.4	2-D 19	2-D 10	2-φ 23	41.43	400	170
	SB-1	25.1	39.9	34.5	5.21	27.3	2-D 25	"	2-φ 23	42.49	"	"
	SC-1	25.1	40.6	35.6	6.85	29.0	2-D 35	"	2-φ 23	42.26	"	"
III	SS-1	6.18	10.3	8.47	-	6.81	2-D 6	-	2-φ 9.2	2.57	160	70
	SL-1	6.27	10.1	8.98	-	6.33	2-D 6	-	2-φ 9.2	2.53	280	130

表-3 供試体寸法 (アンボンドの内ケーブル方式)

実験	beam no.	b (cm)	h (cm)	d (cm)	d' (cm)	d _p (cm)	A _s	A _s '	A _p	P _e (tf)	l (cm)	a (cm)
I	NA-1	25.1	39.9	34.7	5.18	26.9	2-D 19	2-D 10	2-φ 23	41.61	400	170
	NB-1	25.1	40.0	34.5	5.25	26.6	2-D 25	"	2-φ 23	40.94	"	"
	NC-1	25.1	40.2	35.2	6.45	28.8	2-D 35	"	2-φ 23	41.95	"	"
II	NA 88-1	15.0	24.3	21.3	2.77	16.1	2-D 10	2-D 10	2-φ 9.2	8.17	270	115
	NB 88-1	15.2	24.3	21.3	2.95	16.3	2-D 13	"	2-φ 9.2	4.43	"	"
	NC 88-1	15.0	24.0	21.0	3.25	16.0	2-D 25	"	2-φ 9.2	8.22	"	"
	ND 88-1	15.0	24.1	21.1	3.53	15.9	2-D 29	"	2-φ 9.2	8.06	"	"
III	NS-1	6.28	10.3	8.96	-	7.09	2-D 6	-	1-φ 13	2.38	160	70
	NL-1	5.96	10.4	9.19	-	7.00	2-D 6	-	1-φ 13	2.52	280	130

定する中間支持点 (デビエータに相当する) を用いた供試体 (表-2) は、実験 I では載荷点下の 2ヶ所、実験 III では載荷点から 5 cm 支点よりの位置で、外ケーブルと梁とを支持金具を用いて固定した。中間支持点では摩擦がほとんどなく、外ケーブルは橋軸方向に滑ることができる。実験 I、II、III の供試体のスターラップ間隔はそれぞれ 15 cm, 10 cm, 4.5 cm であった。実験 I、III の供試体形状の詳細は文献 11, 13) に記載してある。

表-4 鉄筋の力学的性質

実験	鉄筋径 (mm)	降伏強度 (kgf/mm ²)	引張強度 (kgf/mm ²)	弾性係数 (×10 ⁴ kgf/mm ²)
I	D 10	41.3	59.5	1.89
	D 19	34.7	52.1	1.88
	D 25	35.1	55.5	1.88
	D 35	34.4	54.7	1.78
II	D 10	41.3	60.2	1.95
	D 13	35.3	52.1	1.99
	D 25	36.1	53.8	2.03
	D 29	34.8	52.6	1.94
III	D 6	30.1	53.1	1.60

使用した鉄筋の材質は SD 345, PC 鋼材の材質は SBPR 930/1080 であり、それぞれの力学的性質を表-4, 5 に示した。使用したコンクリートの力学的性質は表-6 に示した。

実験 I, II, III の実験方法はすべて二点載荷で、各載

表-5 PC 鋼材の力学的性質

実験	PC 鋼材径 (mm)	降伏強度 (kgf/mm ²)	引張強度 (kgf/mm ²)	弾性係数 (×10 ⁴ kgf/mm ²)
I	φ 23	105	114	2.05
II	φ 9.2	115	117	2.05
	φ 13	114	117	2.05
III	φ 9.2	131	149	2.08
	φ 13	116	126	2.04

表-6 コンクリートの力学的性質

実験	圧縮強度 (kgf/cm ²)	引張強度 (kgf/cm ²)	曲げ強度 (kgf/cm ²)	弾性係数 (×10 ⁵ kgf/cm ²)
I	323	29.2	38.1	2.582
II	431	33.7	39.8	2.886
III	421	28.7	43.0	2.777

◇論文◇

荷重重ごとにたわみ、ひずみ、ひびわれの状況などを測定し、載荷荷重を漸次増加させて静的に曲げ破壊させた。コンクリートのクリープや乾燥収縮、PC鋼材のリラクゼーションなどによるPC鋼材の応力減少を極力少なくするために、供試体の曲げ載荷実験はプレストレスの導入後ただちに行った。

4. 実験結果と解析結果との比較

4.1 耐力

実験Ⅰ、Ⅱ、Ⅲの実験結果に対して、耐力ならびに終局時のPC鋼材緊張量を本解析方法により計算し、その計算値 (calc) と実験値 (test) との比較を表-7~9に示

した。表中の P_c , P_y , P_u はそれぞれひびわれ発生荷重、降伏荷重、終局荷重である。 F_{pu} は終局荷重時のPC鋼材緊張量である。表-7~9によれば、 P_c , P_y の実験値は方法Ⅰ、Ⅱの計算値とよく一致した。しかし、方法Ⅰによる P_u , F_{pu} の計算値は実験値よりもそれぞれ8~12%, 15~21% 減少した。特に、 F_{pu} が小さく計算される傾向にあった。一方、方法Ⅱによる P_u , F_{pu} の計算値は実験値とよく一致した。

方法Ⅱによる解析は、外ケーブルの中間支持点の有無ならびにケーブル方式の相違にかかわらず内ケーブル方式 (アンボンド) においても、ひびわれ発生荷重、降伏荷重、終局荷重、終局荷重時のPC鋼材緊張量を精度よ

表-7 実験値と計算値との比較 (中間支持点のない外ケーブル方式)

実験	beam no.	実験値 (test) (tf)				方法Ⅰ (calc/test)				方法Ⅱ (calc/test)			
		P_c	P_y	P_u	F_{pu}	P_c	P_y	P_u	F_{pu}	P_c	P_y	P_u	F_{pu}
Ⅰ	OA-1	9.02	19.20	20.70	54.72	0.956	0.937	0.891	0.819	0.956	0.989	0.975	1.022
	OB-1	8.03	24.04	24.65	51.78	1.055	0.926	0.924	0.887	1.055	0.957	0.965	1.022
	OC-1	9.03	32.77	32.77	49.51	1.031	0.961	0.968	0.953	1.031	0.973	0.979	1.020
Ⅱ	OA 88-1	2.31	3.95	5.36	15.40	0.743	1.035	0.785	0.600	0.743	1.131	0.868	0.752
	OA 88-2	3.09	5.87	6.82	22.83	0.951	0.983	0.861	0.760	0.951	1.039	0.969	1.006
	OB 88-1	1.99	4.26	5.23	10.24	0.604	0.997	0.895	0.502	0.604	1.034	0.986	0.812
	OC 88-1	2.05	13.34	13.68	9.91	0.948	0.937	0.945	0.881	0.948	0.937	0.952	0.986
	OC 88-2	3.06	15.06	15.65	19.29	1.072	0.946	0.925	0.913	1.072	0.954	0.933	0.978
	OD 88-1	2.06	14.84	14.96	9.56	0.988	0.977	0.990	0.909	0.988	0.986	0.993	0.973
Ⅲ	OS-1	0.379	0.765	0.828	3.34	0.825	0.964	0.912	0.818	0.825	1.058	1.032	1.156
	OL-1	0.150	0.267	0.285	2.61	0.885	1.030	0.980	0.936	0.885	1.062	1.020	1.226
平均値					0.914	0.972	0.916	0.816	0.914	1.011	0.970	0.996	
変動係数 (%)					14.8	3.62	6.14	16.9	14.8	5.55	4.33	12.7	

表-8 実験値と計算値との比較 (中間支持点のある外ケーブル方式)

実験	beam no.	実験値 (test) (tf)				方法Ⅰ (calc/test)				方法Ⅱ (calc/test)			
		P_c	P_y	P_u	F_{pu}	P_c	P_y	P_u	F_{pu}	P_c	P_y	P_u	F_{pu}
Ⅰ	SA-1	8.00	20.20	23.52	56.97	1.106	0.947	0.864	0.825	1.106	0.996	0.954	0.996
	SB-1	7.00	24.25	25.39	54.28	1.223	0.953	0.958	0.895	1.223	0.990	0.993	0.991
	SC-1	10.02	35.22	35.32	51.34	0.942	0.933	0.943	0.945	0.942	0.948	0.955	1.001
Ⅲ	SS-1	0.343	0.891	1.017	4.03	0.925	0.887	0.859	0.795	0.925	1.017	1.002	1.110
	SL-1	0.204	0.455	0.527	3.66	0.658	0.824	0.784	0.787	0.658	0.924	0.907	1.100
平均値					0.971	0.909	0.882	0.849	0.971	0.975	0.962	1.040	
変動係数 (%)					19.7	5.31	7.14	7.18	19.7	3.50	3.51	5.16	

表-9 実験値と計算値との比較 (アンボンドの内ケーブル方式)

実験	beam no.	実験値 (test) (tf)				方法Ⅰ (calc/test)				方法Ⅱ (calc/test)			
		P_c	P_y	P_u	F_{pu}	P_c	P_y	P_u	F_{pu}	P_c	P_y	P_u	F_{pu}
Ⅰ	NA-1	10.27	19.07	21.20	56.09	0.794	0.950	0.911	0.832	0.794	0.996	1.015	1.030
	NB-1	9.27	24.09	25.24	52.75	0.910	0.955	0.960	0.892	0.910	0.991	1.021	1.059
	NC-1	7.27	33.34	33.90	49.89	1.281	0.975	0.971	0.973	1.281	0.990	0.982	1.027
Ⅱ	NA 88-1	2.30	4.24	5.96	15.09	0.755	0.996	0.787	0.625	0.755	1.047	0.822	0.733
	NB 88-1	1.31	4.26	6.54	12.86	0.943	1.023	0.774	0.454	0.943	1.063	0.841	0.669
	NC 88-1	2.06	13.43	14.02	10.62	0.935	0.931	0.936	0.851	0.935	0.940	0.945	0.950
	ND 88-1	2.06	14.82	15.34	9.81	0.943	0.978	0.963	0.888	0.943	0.978	0.966	0.942
Ⅲ	NS-1	0.326	0.826	1.026	4.06	0.972	0.942	0.844	0.747	0.972	1.059	0.964	1.025
	NL-1	0.163	0.424	0.469	3.55	0.920	0.914	0.921	0.858	0.920	1.040	1.085	1.184
平均値					0.939	0.963	0.896	0.791	0.939	1.012	0.960	0.958	
変動係数 (%)					14.8	3.31	8.00	19.1	14.8	3.94	8.26	16.0	

く計算することができた。

(1) 計算精度に及ぼす引張鉄筋量の影響

PRC 梁は、用いる引張鉄筋量と PC 鋼材量とにより PC 梁から RC 梁までの様々な状態にすることが可能である。そこで、PRC 梁がいずれの状態に近いかを示す指標の 1 つとして λ 値を取り上げ、外ケーブル方式の終局荷重の計算値に及ぼす λ 値の影響を図-5 に示した。終局荷重の計算値は方法 II によるものである。ここに、 A_p は PC 鋼材の断面積、 A_s は引張鉄筋の断面積である。 f_{py} 、 f_{sy} はそれぞれ PC 鋼材、引張鉄筋の降伏強度である。 $P_{u,calc}$ と $P_{u,test}$ とは終局荷重のそれぞれ計算値と実験値である。図-5 はスパンと梁の高さとの比 (l/h) が約 10 の結果である。終局荷重の calc/test の平均値は、外ケーブル方式の中間支持点のない場合 0.958 (変動係数 3.8%) で、中間支持点のある場合 0.967 (変動係数 1.9%) となった。外ケーブル方式の終局荷重の計算値は、 λ 値の約 0.20~0.85 の範囲において、中間支持点の有無にかかわらず実験値とよく一致した。

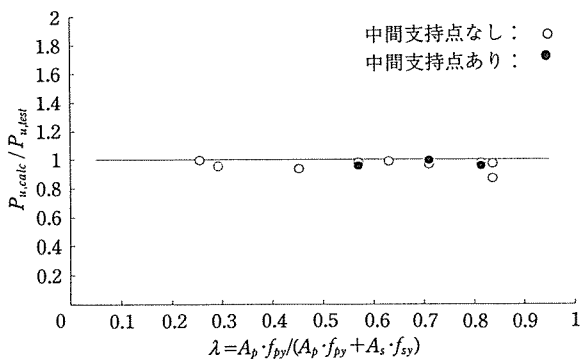


図-5 $P_{u,calc}/P_{u,test}$ と λ との関係 (外ケーブル方式)

(2) スパンと梁の高さとの比の影響

方法 II による終局荷重の calc/test と l/h との関係を図-6 に示した。終局荷重の calc/test の平均値は、外ケーブル方式の中間支持点のない場合 1.006 (変動係数 2.9%) で、中間支持点のある場合 0.967 (変動係数

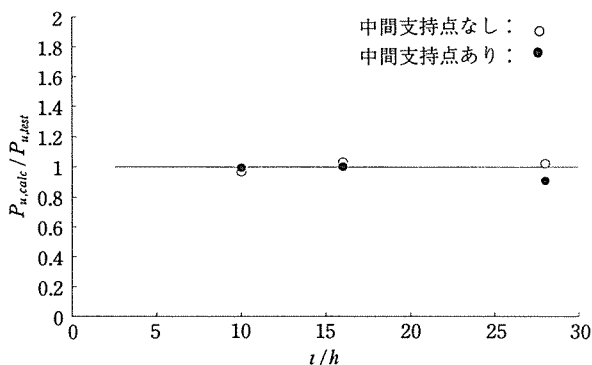


図-6 $P_{u,calc}/P_{u,test}$ と l/h との関係 (外ケーブル方式)

4.4%) となった。図は、 l/h の大きさならびに外ケーブル方式の中間支持点の有無にかかわらず、提案した解析方法による計算値が実験値とよく一致したことを示している。したがって、方法 II による本解析方法は l/h にかかわらず外ケーブル方式の終局荷重を精度よく計算できるものと思われる。

4.2 荷重と変形

外ケーブル方式ならびに内ケーブル方式 (アンボンド) の PRC 梁について、荷重とスパン中央のたわみとの関係を図-7~9 に示した。計算値は方法 II による計算

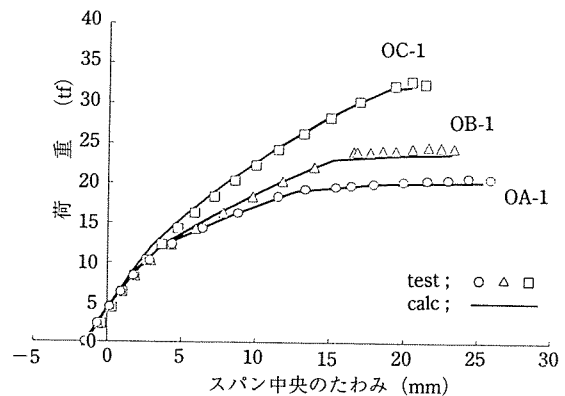


図-7 荷重とスパン中央のたわみとの関係 (中間支持点のない外ケーブル方式)

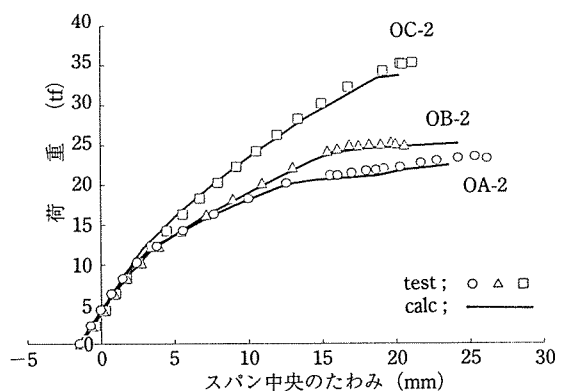


図-8 荷重とスパン中央のたわみとの関係 (中間支持点のある外ケーブル方式)

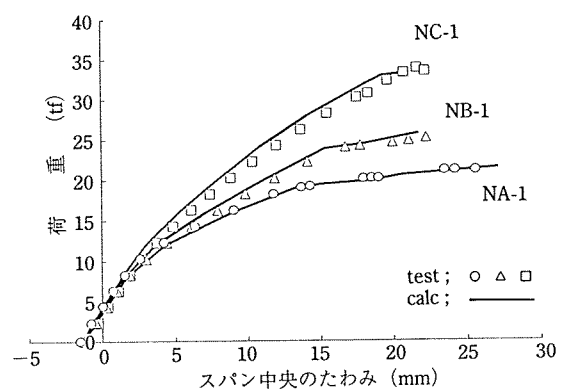


図-9 荷重とスパン中央のたわみとの関係 (アンボンドの内ケーブル方式)

◇論文◇

結果である。外ケーブル方式の荷重－たわみ関係において、中間支持点の有無にかかわらず計算値は実験で得られた挙動とよく一致した（図-7, 8）。また、内ケーブル方式（アンボンド）の実験値についても計算値とよく一致した（図-9）。

次に、荷重とPC鋼材緊張量との関係について、実験値と計算値との比較を図-10～12に示した。計算値は方法Ⅱによる計算結果である。ケーブル方式の相違にかかわらず、計算値は終局に至るまで実験値とよく一致した。

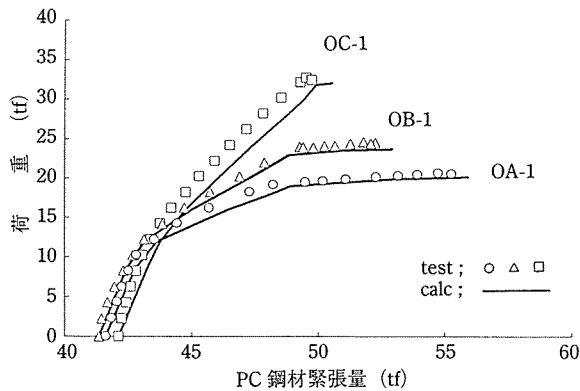


図-10 荷重とPC鋼材緊張量との関係（中間支持点のない外ケーブル方式）

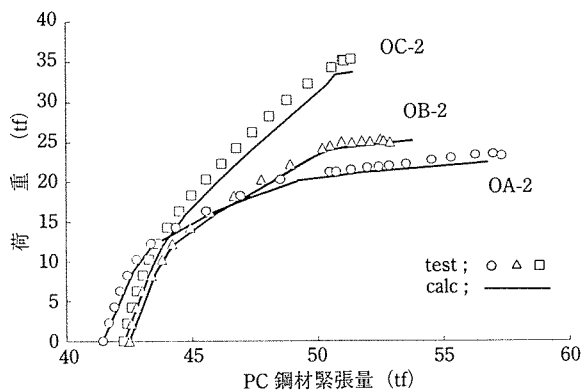


図-11 荷重とPC鋼材緊張量との関係（中間支持点のある外ケーブル方式）

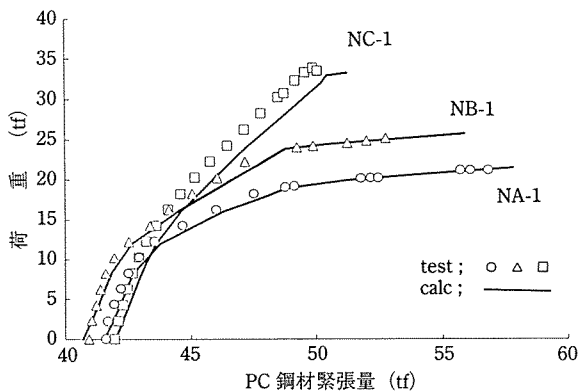


図-12 荷重とPC鋼材緊張量との関係（アンボンドの内ケーブル方式）

5. パラメータ解析

5.1 解析用モデル梁

パラメータ解析に用いたモデル梁は、中間支持点の数を変化させた外ケーブル方式ならびに内ケーブル方式（アンボンド）のモデル梁である（表-10）。解析に用いた荷重はすべて等分布荷重とした。

モデル梁のスパンは3種類（ $l=4, 8, 12$ m）に変化させた。モデル梁の中間支持点の数は、中間支持点のない梁から5ヶ所配置した梁までの6種類に変化させた（図-13）。中間支持点の間隔はそれぞれ等間隔とした。表-10に示したように、引張鉄筋量とプレストレス力とはともに4種類に変化させた。解析用モデル梁の断面寸法ならびに材料の力学的性質を図-14に示した。モデル梁の断面寸法はすべて同一である。ここに、表-10と図-14における A_s, A_s', A_p はそれぞれ引張鉄筋、圧縮鉄筋、PC鋼材の断面積である。 p は引張鉄筋比。

表-10 モデル梁の諸元 (Case 1)

Type	A_s (cm^2)	p/p_B	A_s' (cm^2)	A_p (cm^2)	P_e (tf)	f_{pe}/f_{pb}	中間支持点数
A	10.134	0.240	1.4266	8.31	80	0.844	0, 3, ∞
B	"	"	"	"	60	0.633	0, 3, ∞
C	"	"	"	"	20	0.211	0, 3, ∞
D	"	"	"	"	40	0.422	0, 1, 2, 3, 4, 5, ∞
E	5.730	0.136	1.4266	8.31	40	0.422	0, 3, ∞
F	19.132	0.453	"	"	"	"	0, 3, ∞
G	31.768	0.752	"	"	"	"	0, 3, ∞

備考) 中間支持点数の ∞ は内ケーブル方式（アンボンド）を示す。

中間支持点数

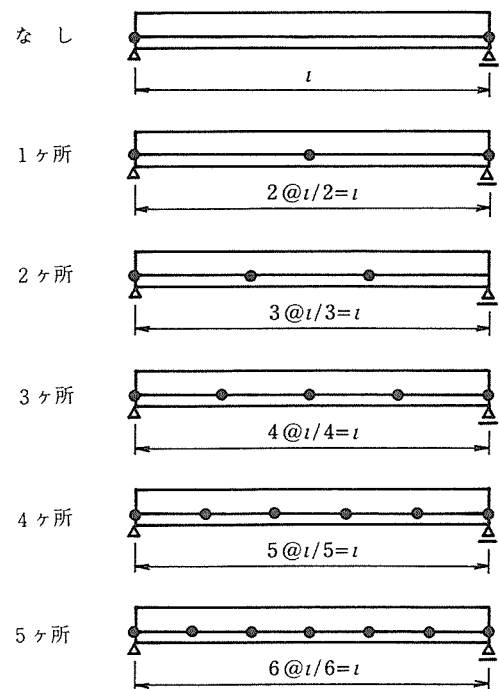


図-13 中間支持点の位置

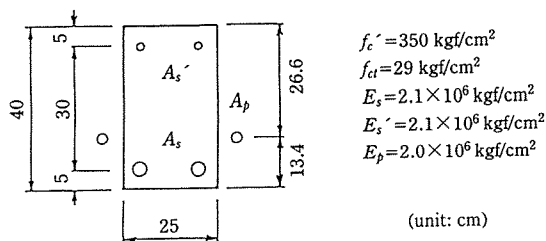


図-14 モデル梁の断面寸法と材料の力学的性質

p_B は RC 梁としたときのつりあい鉄筋比である。 P_e はプレストレス力である。 f_c' , f_{ct} はそれぞれコンクリートの圧縮強度と引張強度である。 f_{pe} と f_{pb} はそれぞれ PC 鋼材のプレストレス力による応力と引張強度である。 E_s , E_s' , E_p はそれぞれ引張鉄筋, 圧縮鉄筋, PC 鋼材の弾性係数である。また, 使用した鉄筋の降伏強度は 35 kgf/mm² であり, PC 鋼材の引張強度 f_{pb} は 114 kgf/mm² で, 降伏強度は 95.76 kgf/mm² ($f_{py} = 0.84 f_{pb}$) である。

5.2 解析結果

内ケーブル方式アンボンド梁の終局曲げ耐力の計算方法には各種の提案^{14~18)}がある。表-3 の内ケーブル方式(アンボンド)の実験結果について, 各提案による計算値と実験値とを比較した結果(表-11), Naaman による計算値が実験値とよく一致した。表-10, 13 に示すモデル梁に対して, Naaman ならびに方法 II により計算した結果を図-15 に示した。データ数 39 個に対して相関係数は 0.999 であり, 方法 II による計算値と Naaman による計算値とはよく一致した。したがって, 以

表-11 内ケーブル方式(アンボンド)の終局曲げ耐力の実験値と計算値との比較

各提案	Pannell	Mattcock	Baker	Gifford	竹本	Naaman
calc/testの 平均値	1.027	0.965	0.956	1.050	0.833	0.971
変動係数 (%)	8.96	11.0	9.56	13.5	16.9	7.18

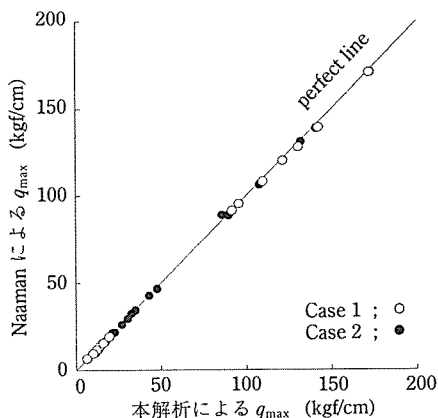


図-15 本解析と Naaman とによる q_{max} の比較(アンボンドの内ケーブル方式)

下の内ケーブル方式(アンボンド)のモデル梁の計算は方法 II により行った。外ケーブル方式と内ケーブル方式(アンボンド)のモデル梁の終局曲げ耐力 M_u は, 方法 II により求まる最大等分布荷重 q_{max} より, $q_{max} \cdot l^2/8$ で求めた。ここに, l はモデル梁のスパンである。

内ケーブル方式(ボンド)の梁の終局曲げ耐力は, 平面保持が成立すると仮定した梁理論¹⁹⁾により求めた。この梁理論による終局曲げ耐力の計算を文献^{20), 21)}のボンド PC 梁 12 体に対して行った結果, 計算値と実験値との比の平均値は 0.958 (変動係数 9.9%) となり, 計算値と実験値とはよく一致した。したがって, 以下の内ケーブル方式(ボンド)のモデル梁の計算は梁理論により行った。

(1) スパンと梁の高さとの比の影響

終局曲げ耐力 M_u に及ぼすスパンと梁の高さとの比 (l/h) の影響を図-16 に示した。外ケーブル方式の終局曲げ耐力は, l/h が小さい場合ボンドモデル梁の M_u と比較して, 中間支持点がないとき約 15% 減少した。中間支持点を設けると, 中間支持点数によらず約 11% のほぼ同じ減少を示し, 内ケーブル方式(アンボンド)の M_u とほぼ同じ値になった。しかし, l/h が大きくなるにしたがい, 中間支持点のないモデル梁の M_u は, $l/h = 30$ のとき内ケーブル方式(ボンド)と比較して 0.594 倍となり, 著しく減少した。中間支持点を設けた M_u は, ボンドモデル梁の M_u と比較して中間支持点が 2ヶ所するとき 0.794 倍, 3ヶ所するとき 0.841 倍となり, 終局曲げ耐力に及ぼす中間支持点数の影響が顕著に表れた。これは, 外ケーブルの偏心距離の変化量を減少するためである。また, 中間支持点を 3ヶ所以上設けた場合の M_u は, 内ケーブル方式(アンボンド)の M_u とほぼ同じ値を示し, ボンドモデル梁の約 15% 減少であった。

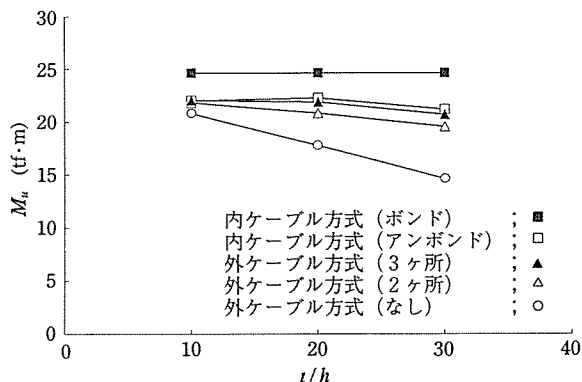


図-16 終局曲げ耐力に及ぼす l/h の影響

(2) 引張鉄筋量の影響

モデル梁の終局曲げ耐力 M_u に及ぼす引張鉄筋量の影響を図-17 に示した。図中の記号は表-12 に説明してある。

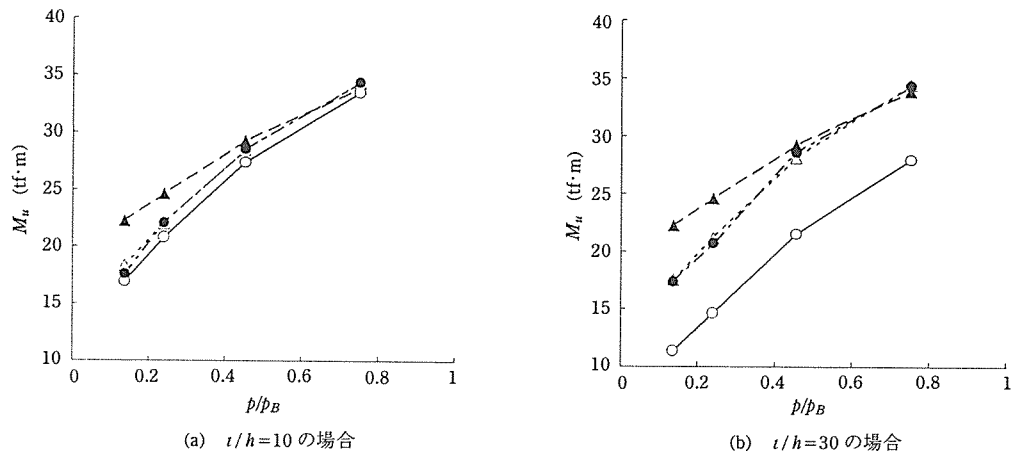


図-17 終局曲げ耐力に及ぼす引張鉄筋の影響 ($P_e/bh = 40 \text{ kgf/cm}^2$ の場合)

表-12 図-17, 18 中の記号

ケーブル方式の種類	記号
内ケーブル方式(ボンド)	▲
内ケーブル方式(アンボンド)	△
外ケーブル方式(3ヶ所)	●
外ケーブル方式(なし)	○

備考) 外ケーブル方式のカッコ内は、中間支持点数を示す。

中間支持点を3ヶ所設けた外ケーブル方式の M_u は、 l/h が10と30のいずれの場合についても、内ケーブル方式(アンボンド)の M_u とほぼ同じ値を示した。中間支持点のない外ケーブル方式の M_u は、 $l/h=30$ の場合他の種類の梁と比較して著しく低下した。

$l/h=10$ の場合、中間支持点の有無にかかわらず外ケーブル方式の終局曲げ耐力は、 p/p_B が減少するにしたがい M_u もまた減少し、ボンドモデル梁の M_u と比較すると減少割合が大きくなった。内ケーブル方式(ボンド)の M_u は、 p/p_B が大きいとき、内ケーブル方式(アンボンド)の M_u とほぼ同等の値を示している。しかし、 $p/p_B=0.25$ のときボンドモデル梁の M_u はアンボンドモデル梁の M_u と比較し $l/h=10$ で約1.21倍、 $l/h=30$ で約1.27倍大きくなり、 p/p_B が減少するにしたがい、 M_u に及ぼす内ケーブル方式のボンドの有無の影響が顕著に表れた。

$p/p_B=0.75$ で、内ケーブル方式(ボンド)の M_u がアンボンドモデル梁の M_u より小さい値を示している(図-17)。これは、次の理由によるものと考えられる。引張鉄筋量がかかなり多いため、終局時(すなわち圧縮縁のコンクリートひずみが0.0035)において引張鉄筋は降伏せず、引張鉄筋の引張応力は $l/h=10$ のときボンドモデル梁で 3167 kgf/cm^2 、アンボンドモデル梁で 3300 kgf/cm^2 であった。引張鉄筋の受け持つ引張力は、PC鋼材の受け持つ引張力と比較してボンドモデル梁で約2.11倍、アンボンドモデル梁で約2.53倍大きかった。ボンドモデル梁のPC鋼材の引張力はアンボン

ドモデル梁の1.14倍と大きいため、ボンドモデル梁の中立軸比 $k (= x/d)$ 値は0.699で、アンボンド梁の k 値0.690よりも大きくなっている。中立軸とPC鋼材図心位置までの距離は、ボンドモデル梁とアンボンドモデル梁でそれぞれ2.17, 1.85 cmであった。そのため、終局曲げ耐力に対するPC鋼材の寄与率は小さく、引張鉄筋の寄与率が大きくなり、ボンドモデル梁の終局曲げ耐力がアンボンドモデル梁よりも小さく計算されたものと考えられる。ここに、 x は圧縮縁から中立軸までの距離、 d は引張鉄筋までの有効高さである。

外ケーブル方式の中間支持点の有無による終局曲げ耐力について($p/p_B=0.136$ の場合)、中間支持点のある M_u は中間支持点のない M_u に対して $l/h=10$ のとき約1.04倍であるが、 $l/h=30$ のとき約1.53倍となり、中間支持点の有無の影響が顕著に表れた。これは、次のように考えられる。中間支持点のない外ケーブル方式において、 p/p_B が小さくなると梁の曲げ剛性が小さくなるため、梁がたわみやすくなる。そのため、外力作用下におけるたわみの増大にしたがい、梁断面図心軸と外ケーブルとの偏心距離が大きく減少することになる。この偏心距離の変化量は、同一な鉄筋量の場合では、 l/h が増加するにしたがい大きくなる。また、中間支持点を設けた場合には、中間支持点の位置で外ケーブルが梁に固定されるため、梁のたわみ増加による偏心距離の変化が少なくなる。そのため、終局曲げ耐力が増加したものと考えられる。

また、 $p/p_B=0.136$ の場合、中間支持点のない外ケーブル方式の M_u は、内ケーブル方式(ボンド)の M_u と比較して $l/h=10$ のとき0.760倍、 $l/h=30$ のとき0.508倍となった。このことは、中間支持点のない外ケーブル方式の終局曲げ耐力は、内ケーブル方式(ボンド)の終局曲げ耐力の70%以下になる可能性を示していると思われる。

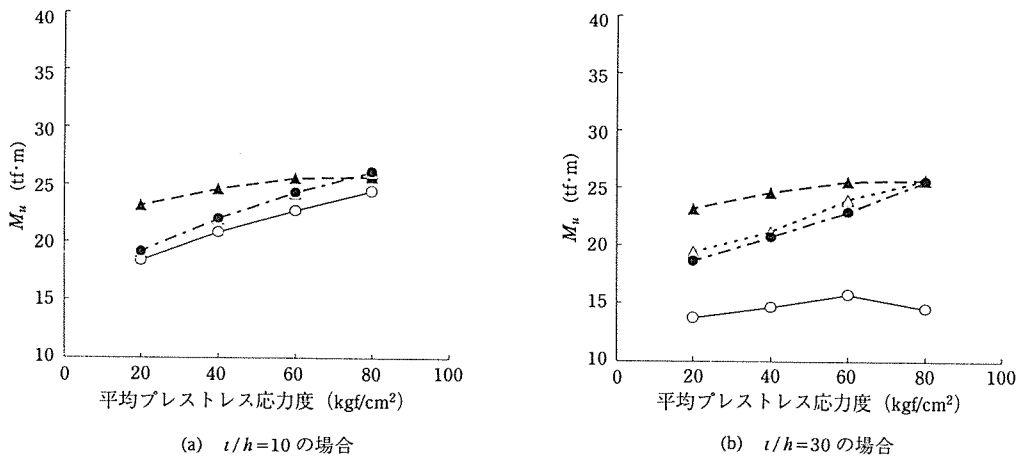


図-18 終局曲げ耐力に及ぼす平均プレストレス応力度の影響 ($p/p_B=0.24$ の場合)

(3) プレストレス力の影響

終局曲げ耐力に及ぼすプレストレス力の影響を図-18に示した。図中の平均プレストレス応力度とはプレストレス力 (P_e) を梁断面積 ($b\cdot h$) で除した値であり、図中の記号は表-12に説明してある。

$t/h=10$ の場合、平均プレストレス応力度が増加するにしたがい、外ケーブル方式の終局曲げ耐力は中間支持点の有無にかかわらず増加した。しかし、 $t/h=30$ の場合、平均プレストレス応力度が増加しても、外ケーブル方式の中間支持点のない終局曲げ耐力はわずかに増加し、 $P_e/bh=60 \text{ kgf/cm}^2$ 以上で終局曲げ耐力は減少した。これは、 t/h が大きいと、スパン中央のたわみが大きく、プレストレス力が増加するにしたがい二次モーメントが増加するためと考えられる。中間支持点を設けた場合、外ケーブルの偏心距離の変化が少ないため、平均プレストレス応力度が増加するにしたがい終局曲げ耐力は増加し、内ケーブル方式の終局曲げ耐力に近づいた。

(4) PC鋼材量の影響

終局曲げ耐力に及ぼすPC鋼材量 A_p の影響を調べるために、プレストレス力によるPC鋼材の応力 f_{pe} が引張強度 f_{pb} の0.6倍となるような A_p を持つモデル梁 (表-13) について計算を行った。その結果を、 A_p が一定量のモデル梁 (Case 1) と比較して図-19に示した。モデル梁の引張鉄筋量は 10.134 cm^2 で一定である。図-19には、各ケーブル方式の終局耐力 M_u を内ケーブル方式 (アンボン) の終局耐力 M_{un} で除した

表-13 モデル梁の諸元 (Case 2)

Type	A_{s2} (cm ²)	p/p_B	$A_{s'}$ (cm ²)	A_{p2} (cm ²)	P_e (tf)	f_{pe}/f_{pb}
A	10.134	0.240	1.4266	11.696	80	0.6
B	"	"	"	8.772	60	"
C	"	"	"	2.924	20	"
D	"	"	"	5.848	40	"

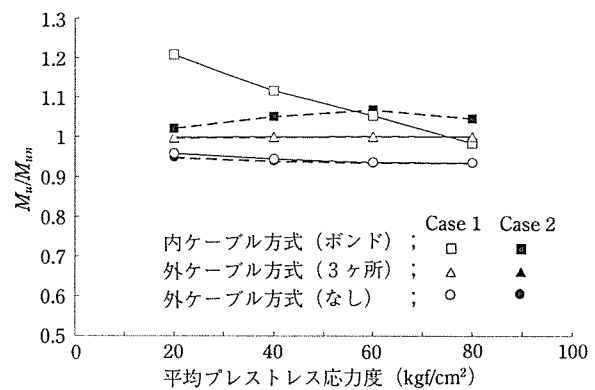


図-19 M_u/M_{un} と平均プレストレス応力度との関係 ($t/h=10$ の場合)

値を示した。図によれば、中間支持点を3ヶ所設けた外ケーブル方式の M_u は P_e/bh にかかわらず、内ケーブル方式 (アンボン) の M_{un} とほぼ等しくなった。内ケーブル方式 (ボン) の M_u は、PC鋼材量により M_u/M_{un} の傾向が異なった。これは、プレストレス力の割合 f_{pe}/f_{pb} により、終局時までのPC鋼材緊張量の増加量が以下に述べるように変化することに起因していると思われる。図-20に示すように、 $P_e/bh=20$

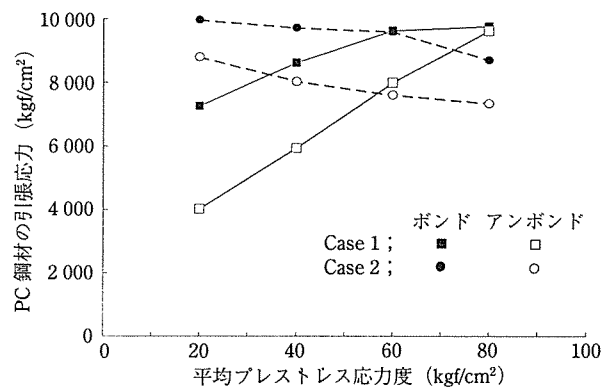


図-20 終局時におけるPC鋼材の引張応力 (内ケーブル方式)

kgf/cm²における終局時の PC 鋼材引張応力 f_{pu} は、 A_p が大きい Case 1 ではボンド、アンボンドの梁とも弾性範囲内であった。ボンドモデル梁とアンボンドモデル梁の f_{pu} の差は 135~3 247 kgf/cm² で、 P_e/bh が大きくなるにしたがいその差は小さくなった。Case 2 においては、ボンドモデル梁の f_{pu} は $P_e/bh = 60$ kgf/cm² 以下で降伏しているが、アンボンドモデル梁の f_{pu} は弾性範囲内、ボンドモデル梁の f_{pu} とアンボンドモデル梁の f_{pu} との差は 1 164~1 947 kgf/cm² であった。図-21 に示すように、Case 1 の場合アンボンドモデル梁の k 値は、 P_e/bh が小さいときボンドモデル梁よりも小さく、 P_e/bh が大きくなるにしたがいボンドモデル梁の k 値に近づいた。引張鉄筋は Case 1, 2 ともに降伏していた。

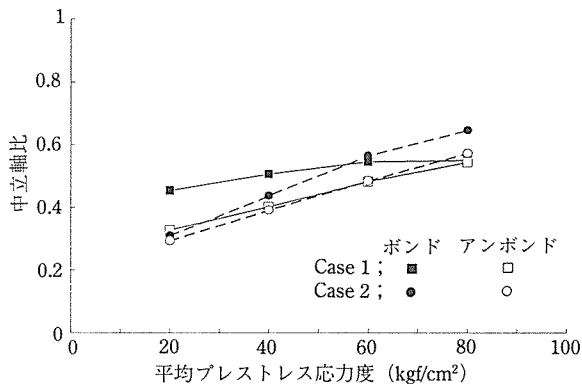


図-21 終局時における中立軸比 k (内ケーブル方式)

また、 $l/h = 30$ の場合においても、図-19 に示した $l/h = 10$ と同様な傾向が表れた。中間支持点を 3ヶ所設けた外ケーブル方式の M_u は、内ケーブル方式 (アンボンド) の M_{un} とほぼ同じ値を示し、 M_u/M_{un} は Case 1 で 0.995~0.955, Case 2 で 1.000~0.975 の範囲にあった。しかし、中間支持点のない外ケーブル方式の M_u は、PC 鋼材の偏心量の移動ならびにたわみの増加による二次モーメントの増加により、 M_{un} と比較し、 $P_e/bh = 20$ kgf/cm² のとき Case 1 で 0.706 倍、Case 2 で 0.762 倍であり、 $P_e/bh = 80$ kgf/cm² のとき Case 1 で 0.564 倍、Case 2 で 0.566 倍であった。

6. まとめ

本研究で対象とした外ケーブル方式 PRC 梁の挙動について、実験結果と計算結果とを比較し、さらにモデル梁のパラメータ解析を行った結果をまとめると次のとおりである。

- 1) 方法 I による計算結果は、外ケーブル方式ならびに内ケーブル方式 (アンボンド) の PRC 梁に対して、ひびわれ発生荷重、降伏荷重については実験結

果とよく一致した。しかし、終局荷重、終局荷重時の PC 鋼材緊張量は実験結果よりも小さく計算された。

- 2) 方法 II による計算結果は、外ケーブル方式ならびに内ケーブル方式 (アンボンド) の PRC 梁に対して、ひびわれ発生荷重、降伏荷重、終局荷重、終局荷重時の PC 鋼材緊張量の実験結果とよく一致した。
- 3) 荷重-たわみ関係、荷重-PC 鋼材緊張量の関係について、方法 II による計算結果は、外ケーブル方式の中間支持点の有無にかかわらず、さらに内ケーブル方式 (アンボンド) の PRC 梁に対して実験結果とよく一致した。
- 4) モデル梁に対するパラメータ解析の結果、中間支持点を 3ヶ所設けた外ケーブル方式の終局曲げ耐力は引張鉄筋量、プレストレス力、 l/h などにかかわらず内ケーブル方式 (アンボンド) の終局曲げ耐力とほぼ同じ値となった。

以上により、材料の非線形ならびに幾何学的な非線形を考慮した簡易な本解析方法は、外ケーブル方式特有の挙動をよく解析できた。さらに、内ケーブル方式 (アンボンド) の耐力ならびに挙動についてもよく解析できた。実験結果とパラメータ解析結果とから、外ケーブル方式の PRC 梁の終局曲げ耐力は、中間支持点の有無、引張鉄筋量、プレストレス力、 l/h などにより相当異なる結果となった。

最後に、本研究をまとめるに当たり日本大学 川口昌宏教授の多大なる御指導に感謝いたします。

参考文献

- 1) ACI : External Prestressing in Bridges, SP-120, 1990
- 2) 猪股俊司 : PC 橋設計・施工上の発展, プレストレストコンクリート, Vol. 25, No. 1, pp. 8-16, 1983
- 3) 睦好宏史 : 外ケーブル PC 構造物の現状と問題点, コンクリート工学, Vol. 31, No. 8, pp. 24-35, 1993
- 4) 外ケーブルを用いた PC 橋梁設計・施工事例集, 高速道路技術センター, 平成 4 年
- 5) 堀井健一郎, 齊藤 進, 川原陸人, 森 繁 : 骨組構造の大変形解析, 土木学会論文報告集, 第 191 号, pp. 15-30, 1971. 7
- 6) 川口昌宏, 木村克正, 黒岩哲夫 : マトリックス変形法における有限変形理論, 日本大学理工学研究所彙報, 第 39 号, 昭和 46 年 7 月
- 7) 柳沼善明 : アウトケーブルを用いた PRC ばりの非線形解析, コンクリート工学年次論文報告集 13-2, pp. 689-694, 1991
- 8) H.C. マーチン : マトリックス法による構造力学の解法 (吉織雅夫監訳), 培風館, 昭和 50 年
- 9) 土木学会 : コンクリート標準示方書 [設計編] (昭和 61 年制定), 1986
- 10) 岡村 甫, 前川宏一 : 鉄筋コンクリートにおける非線形

- 有限要素解析, 土木学会論文集, 第 360 号/V-3, pp. 1-10, 1985. 8
- 11) 柳沼善明, 北田勇輔: アウトケーブルを用いた PRC ばりの力学的挙動, コンクリート工学年次論文報告集 9-2, pp. 495-500, 1987
 - 12) 柳沼善明, 北田勇輔: アウトケーブルを用いた PRC ばりの曲げ性状, コンクリート工学年次論文報告集 11-2, pp. 103-108, 1989
 - 13) 柳沼善明, 北田勇輔: アウトケーブルを用いた PRC ばりの挙動に及ぼすスパンの影響, コンクリート工学年次論文報告集 10-3, pp. 23-28, 1988
 - 14) Pannell, F. D. : "The Ultimate Moment of Resistance of Unbonded Prestressed Concrete Beams," Magazine of Concrete Research, Vol. 21, pp. 43-54, 1969.
 - 15) Mattock, A.H., Yamazaki, J. & Kattulla, B.T. : "Comparative Study of Prestressed Concrete Beams, with and without Bond," J. of ACI, Vol. 68, No. 2, pp. 116-125, 1972
 - 16) 宮本征夫, 岩崎岩夫: アンボンド PC 部材の静的曲げ強度, 鉄道技術研究所報告, No. 826, pp. 1-24, 1973
 - 17) 竹本 靖: アンボンド PRC 部材の曲げ終局時テンドン応力について, 大林組技術研究所報, No. 28, pp. 49-54, 1984
 - 18) Naaman, A. E. & Alkhairi, F. M. : "Stress at Ultimate in Unbonded Post-tensioning Tendon, Part 2 Proposed Methodology," ACI Structural Journal, pp. 683-692, Nov.-Dec., 1991.
 - 19) 例えば, 岡田 清・藤井 学・小林和夫: プレストレストコンクリート構造学, 国民科学社, pp. 100-104, 1979
 - 20) 柳沼善明・関 慎吾: 高温度下におけるプレレストレストコンクリート桁の挙動について, 日本大学理工学研究報告, 59 号, pp. 51-63, 1983
 - 21) 坂 静雄・六車 熙: 付着のない PC 梁の亀裂および曲げ破壊耐力, 建築学会論文報告集, 第 60 号, pp. 645-648, 1958

【1995年2月21日受付】