

PC構造の設計解析技術の歩みについて

春日 昭男*

1. ま え が き

現在では、プレストレストコンクリート構造物（以下、PC構造物）の設計解析は電子計算機（主にパソコン）等の発達によりほとんどのものが解析できるようになってきている。PC構造物の設計解析、とくにPC橋梁構造について黎明期から現在までの解析技術の歩みについて触れてみる。

昭和26年（1951）、PC橋として石川県七尾市の長生橋がわが国で最初に建設されたことは周知のとおりであり、当時を黎明期とする。

2. 解析方法の経緯

2.1 昭和30年代から40年（黎明期から発展期）

長生橋建設当時は、PC構造物に対する規準等が整備されておらず、荷重等の基本的な基準は昭和14年に内務省が制定した「鋼道路橋示方書」に従い、PC構造に関わるものについては海外の文献等によっていた。

長生橋を例にとると、解析方法は荷重分配を無視した梁理論により断面力を算出していた。具体的には設計荷重13tの輪荷重を直接載荷していた（当時はT荷重のみでL荷重は設定されていなかった）。因みに長生橋の構造形式は、プレテン方式による単純桁で舗装部分のコンクリートを合成するものであった。

コンクリートのクリープ、乾燥収縮による影響は規定値が設定されておらず、PC鋼材緊張力の減少は一律15%としていた。また、曲げ破壊安全度の照査も行われており、荷重の組合せは異なるが、算出方法は現在と基本的には同じであった。

当時の設計計算は、パソコン等はなく計算尺、算盤頼りの手計算であり、表紙を含め僅か14ページであった。

また、当時のPC橋梁の構造は単純桁が多く、とくに数本のプレキャスト桁を並列に架設し横締めを施し一体化させる最も一般的なポストテンション方式単純T桁であった。設計の基準整備もこの構造形式をもとに進められ、主桁、床版、横桁等について設計解析方法が示されるようになった。



* Akio KASUGA

(株)日本構造橋梁研究所
設計1部 部長

この時期の不静定構造物は、連続箱桁、連続合成桁、有ヒンジラーメン橋が一般的であった。また、高速道路においてはオーバブリッジとして斜材付き π 形ラーメンが多く採用されていた。これら構造物の設計解析は、棒（梁）理論によるものが主流で、反力および断面力に対する影響線を使用していた。断面変化（断面剛性変化）がなく等支間の構造物は、影響線縦距、面積表（アングアの表等）を使用していたが、斜材付き π 形ラーメン橋や有ヒンジラーメン橋（張出し架設を行うもの）は、影響線を別途計算する必要があった。

2.2 昭和40年代から60年（発展期～成長期）

昭和43年に、「プレストレストコンクリート道路橋示方書」（日本道路協会）が制定され、PC構造の基準がほぼ整った時期である。「プレストレストコンクリート道路橋示方書」は、その後「道路橋示方書 Ⅲ編 コンクリート橋」に統一され、現在に至っている。

昭和40年代から60年にかけては、PC構造の架設技術、設計解析技術、とくに電子計算機の発展が著しく、通常の構造物であれば大型・中型の電算機に頼らずパソコンで十分にまかなえるようになった。

設計解析の主流は、並列単純桁の場合、直交異方性版としての解析・格子構造としての解析であった。連続桁やラーメン構造については、棒（梁）理論から微小変形理論に基づく骨組構造解析（平面、立体）へと移行し、現在に至っている。

しかし、新しい構造形式としてPC斜張橋が多く計画されるようになり、設計解析においても骨組構造解析では解明できない部位があり、有限要素法（FEM解析）が使用されるようになった。FEM解析については古くから採用されていたが、解析に費用を要し局所的な解析のみであった。

また、PC構造の大規模化が進み、工事着手より完成まで数年を要するものが計画されるようになり、以前から懸念されていたコンクリートのクリープ現象に関する問題が議論され、クリープに関する考え方が見直され、昭和53年の「道路橋示方書」から新たに取り入れられた。

作用する持続荷重を取り除くと回復するクリープひずみと回復しないクリープひずみがあることが分かり、別に定義されることになった。ポストテンション方式単純T桁橋のような一般的な構造物においてプレストレスの減少量を算出する場合は、これら2つの成分を分けて計算しても、あるいは分けずに計算しても差異がないので、2成分の和のクリープ係数を使用してよいことになっていた。

構造系が変化する構造物に対しては、変化する前の構造系におけるクリープ変形が拘束されるため、クリープの進行とともに、新しく不静定力が発生する。このクリープに

よる不静定力は厳密には構造系が変化するときのコンクリート材令から構造系各部のクリープ係数を求め、持続荷重による断面力を考慮して算出されるものである。しかし、構造系が変化する回数が増えるに従って計算は複雑になるが、電算機的能力アップにより、これらの問題が解決されるようになった。

2.3 昭和60年代から現在 (バブル期から現在)

PC構造においてもバブルの波が押し寄せ、新しい構造形式や新技術・新工法により建設されるようになった。設計解析においても、これら新構造形式を設計するために研究がなされてきた。

PC橋梁における新構造形式としては、経済性・機能性より、免震支座を使用した免震橋、桁橋と斜張橋の中間的挙動を呈すエクストラード橋やコンクリートと鋼を上手に結合する複合橋等が提案され建設されるようになった。また、グラウトに関する信頼性の問題より、PC鋼材を部材外に配置する外ケーブル方式が採用されるようになった。

これらの構造物を設計解析する場合、梁理論では解明できず、主流は骨組構造(平面, 立体)で対処しているのが現状である。

しかし、骨組構造として解析することがすべてではなく、FEM解析を駆使し最適化設計が提案されるようになってきている。また、橋梁を単体として構造解析するのではなく、地震時や終局時のことを考慮すると基礎地盤を含めた全体系解析が主流になる可能性がある。

3. 構造形式と解析方法

PC構造の設計解析は、橋梁を例にとると現在では、橋梁の諸元と荷重を電算(パソコン)にインプットし、何回かトライアル計算を行えば簡単に行える。

パソコンがない、または演算費が高かった時代を振り返って、代表的な橋梁の構造形式について以下にその方法を示す。

3.1 主桁並列構造 (格子構造)

(1) 床版の解析方法

床版の断面力(曲げモーメント)算出方法は、昭和39年に「鉄筋コンクリート道路橋示方書」がコンクリート橋の示方書として初めて制定され、これに従って算出していた。

示方書によると、曲げモーメントの算出は直線式で与えられ簡単に求められるようになった。直線式の設定は、床版を等方性弾性版と仮定し、床版の主鉄筋と直角方向の辺長が無限に長い場合について、床版の支間および床版厚に対し、Pigeaudの表、Bittnerの表、Hoelandの表およびPucherの表で曲げモーメントを算出したものに対し近似的な直線を設定したものであった。なお、「鉄筋コンクリート道路橋示方書」が制定される以前についてはPigeaudの表を用いて算出していた。

本示方書には算出式の根拠としてのグラフが記されており、図-1~3に示す。

現在の床版の設計解析は、基本的には昭和43年の「プレストレストコンクリート道路橋示方書」と手法は同じで、断面力を求める直線式および設計荷重が改訂されている。しか

し、工事費縮減等の要求より箱桁幅が8m以上の橋梁が建設されている。「道路橋示方書」では床版支間の範囲を6mとしているが、床版の支持条件を考慮した解析を行い採用し

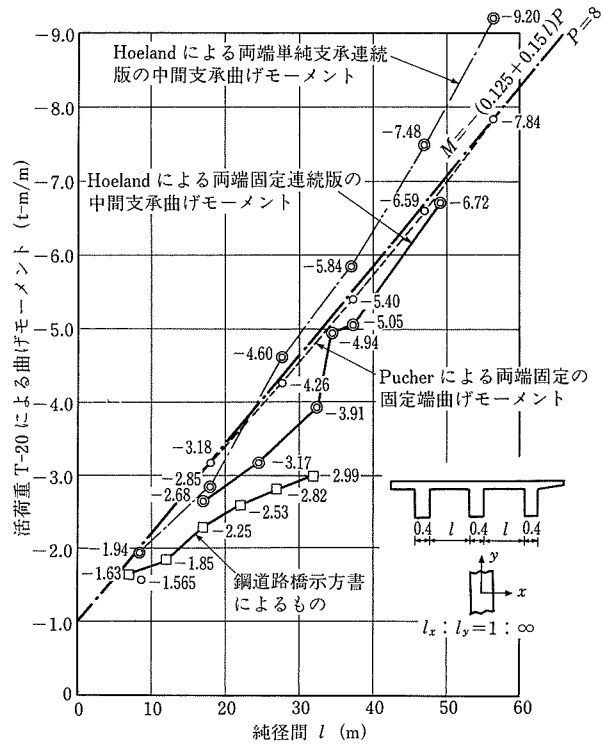


図-1 両端固定版の支間中央曲げモーメント

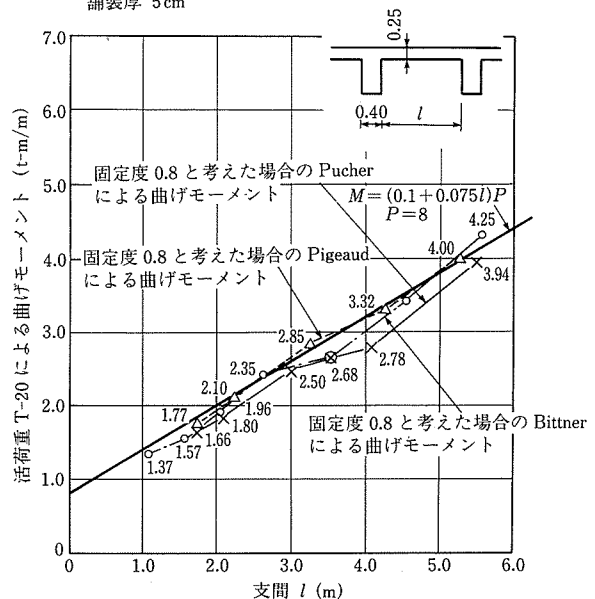
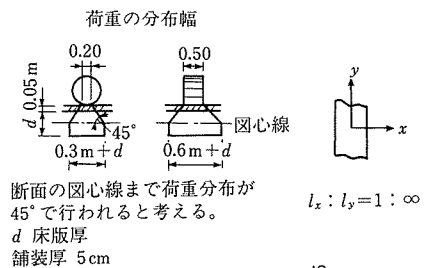


図-2 連続版の中間支点上、固定版の中間支点上、鋼道示による連続版の支点上各点の曲げモーメント

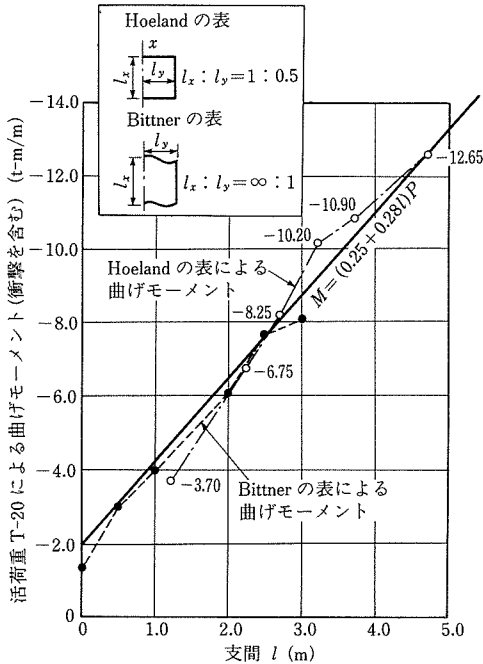
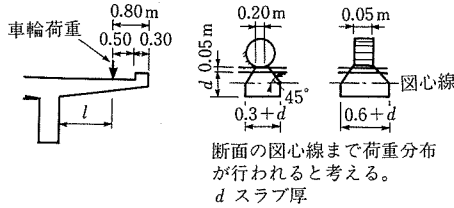


図-3 片持ち版の固定端曲げモーメント

ている。

(2) 主桁の解析方法

黎明期から発展期の主桁解析方法は、昭和39年に制定された「鉄筋コンクリート道路橋示方書」によると、一般的な主桁並列構造は格子構造(荷重分配)として解析することになっていた。

格子構造理論により荷重分配を考慮した主桁の断面力算出は手計算であり、計算の煩雑さから、実情は慣用法または橋梁を直交異方性版と評価した版理論であった。

当時の慣用法とは、歩車道の区別がない場合に限られていたが、主桁の設計曲げモーメントは、主載荷荷重を橋の幅員に満載したときの曲げモーメントを主桁の本数で除して、この値に、端桁に対し α 、その他の桁に対しては β の係数を乗じていた。幅員により係数が異なり、5.500m以上の場合には $\alpha=1.1$ 、 $\beta=0.95$ としていた。

また、版理論により荷重分配方法としては、橋梁の主桁と横桁の剛度をそれぞれ橋軸方向と直角方向に均した直交異方性版として、版の力学を用いて解いたもので、Guuyonは桁のねじり剛性を無視し、Massonnetは桁のねじり剛性を考慮し、ともに曲げ剛性によるたわみ関係より式を誘導しており、主として図表を使って簡単に計算ができ、実用性の高い解法であった。

この方法は、一定の版厚の直交異方性版のたわみ微分方程式として知られている Huber による次式を基本としている。

$$\left. \begin{aligned} B_x \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + B_y \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} = P(x, y) \dots(1) \\ 2H = (B_x V_y + B_y V_x) + 4C \end{aligned} \right\}$$

ここに、

B_x = x方向の版剛性

B_y = y方向の版剛性

V_x, V_y = x方向, y方向のそれぞれのポアソン比

ω = 中立面のたわみ

$P(x, y)$ = 荷重

H = ねじり剛性の程度を表す

(1)式を解くにあたり H と B_x, B_y の大小により解の形が違ってきて、 H の値が問題となるので H について説明する。

$H=0$ねじり剛性を無視した場合

$H=\sqrt{B_x B_y}$版厚が一定の版の場合(等方性版)

$H>\sqrt{B_x B_y}$ねじり剛性が大きい場合(箱桁等)

桁構造を直交異方性版として解くにあたり、 H の値を次のように定め Guuyon は $\alpha=0$ の場合について式を解き、Massonnet は $\alpha=1$ の場合について式を解き、図表を与えている。

$$H = \alpha \sqrt{B_x B_y} \dots\dots\dots(2)$$

$\alpha=0\sim 1$ の範囲にある場合は

$$K\alpha = K_0 + (K_1 - K_0)\sqrt{\alpha} \dots\dots\dots(3)$$

によって荷重分配係数 $K\alpha$ を求めていた。この $K\alpha$ を求める方法を称して Guuyon - Massonnet 法といたった。

版理論を格子構造に利用するために版を図-4に示すような桁構造と考え、ポアソン比 $V_x = V_y = 0$ として、

$$\text{曲げ剛性 } B_x = \frac{EI}{\alpha} \quad B_y = \frac{EI_Q}{\lambda} \dots\dots\dots(4)$$

$$\text{ねじり剛性 } D_x = \frac{GJ}{\alpha} \quad D_y = \frac{GJ_Q}{\lambda} \dots\dots\dots(5)$$

$$2H = D_x + D_y \text{ となり}$$

(2)式より

$$\begin{aligned} \text{ねじり剛性係数 } \alpha &= \frac{H}{\sqrt{B_x B_y}} = \frac{D_x + D_y}{2\sqrt{B_x B_y}} \\ &= \frac{\frac{GJ}{\alpha} + \frac{GJ_Q}{\lambda}}{2\sqrt{\frac{EI}{\alpha} \cdot \frac{EI_Q}{\lambda}}} \dots\dots\dots(6) \end{aligned}$$

$$\text{曲げ剛性 } \theta = \frac{b^4}{L} \sqrt{\frac{B_x}{B_y}} = \frac{b^4}{L} \sqrt{\frac{I\lambda}{I_Q\alpha}} \dots\dots(7)$$

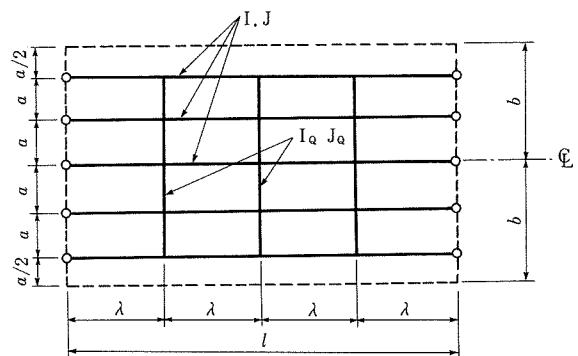


図-4 桁構造としての考え方

θ と α を荷重分配の程度を知るパラメーターとして、たわみ計算より、 $\alpha = 0$ に対し、 K_0 , μ_0 , $\alpha = 1$ に対して K_1 , μ_1 を算出して図表化し、簡単に桁の横分配による断面力が計算できた。なお、 K は橋軸方向の M_x , μ は橋軸直角方向の M_y に対する係数である。ただし、本方法は単純支承で、端桁と中間桁の剛性が等しい場合に適用するものであった。

具体的な解析は、荷重には無関係に荷重分配係数を求め、横分配影響線を描き各桁の影響線縦距（地覆、高欄荷重に対して）および影響線面積（舗装荷重、活荷重に対して）を求める。

荷重分配係数とは、図-5のように $P=1$ が作用したとき任意点 x 点のたわみを $w_x(u)$ として(1)式より計算し、 $P=1$ が距離 u の位置ですべての桁本数に等分布に作用すると考えたときの任意点 x 点のたわみを $w_x^0(u)$ として慣用法で求め、そのたわみ比を荷重分配係数 K とした。

$$\frac{w_x(u)}{w_x^0(u)} = K(f, e) \dots \dots \dots (8)$$

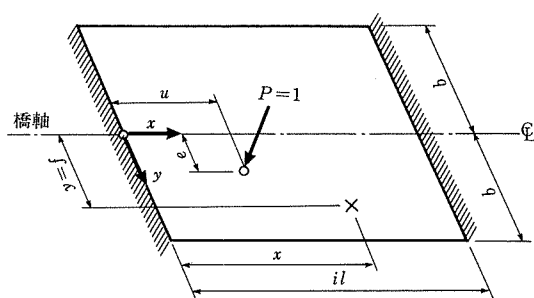


図-5 荷重分配の考え方

(8)式の $K(f, e)$ を(6)式、(7)式の α と θ パラメーターとして $\alpha = 0$ について Guuyon が K_0 値、 $\alpha = 1$ について Massonnet が K_1 値として、8等分点に対して計算した結果を図表化したものの一부를図-6に示す。

次に、計算例として支間35.4m、幅員14.0m、主桁本数6本で、 $\theta = 0.49$, $\sqrt{\alpha} = 0.19$ となった場合の横分配影響線を図-7に示す。

各桁の活荷重による断面力は、主載荷幅に対する影響線面積と従載荷に対する影響線面積を求め、荷重強度を乗じることによって計算される。

当時、これら一連の計算を、手動計算機を駆使し行っていた。

現在は、「道路橋示方書」に示されているように原則的には格子解析であるが、直交異方性版理論も許容されている。また、格子構造理論による場合においても斜角70度以上の場合はねじりを無視してよいことになっている。

設計現場における実情は、開発されたソフトを駆使し、パソコンで処理しており、手計算で補う部分は少なくなっている。

3.2 連続桁等不静定構造物の設計解析

PC構造に不静定構造物が入り入れられたのは、昭和30年代からで、長大橋としては昭和34年竣工の嵐山橋（神奈川県）が最初である。構造形式は3径間構造で中央支間中央にヒンジを有するラーメン橋であった。本構造形式の反力お

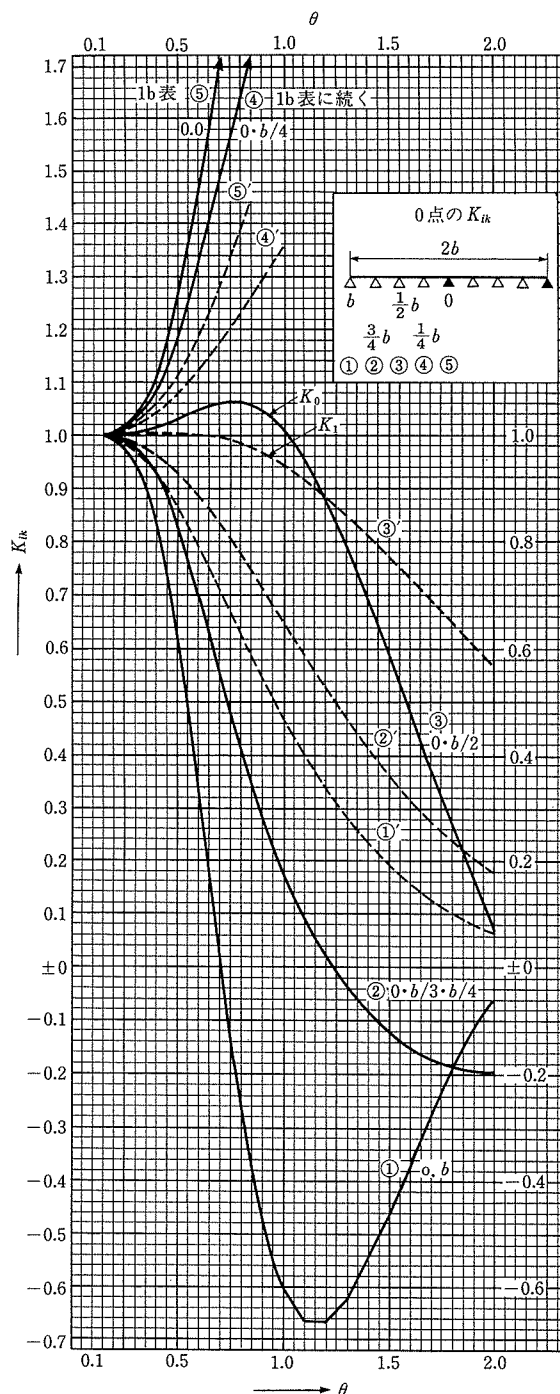


図-6 版理論による K_0 , K_1 表

よび断面力の算出は、現在のようにパソコンで簡単に処理できず断面形状を仮定し、影響線を利用して求めていた。

影響線の計算は、現在の技術者が行うことはないであろうが、当時の技術者の苦勞を紹介する意味で代表的な構造物であった3径間連続の有ヒンジラーメン橋の影響線の求め方から断面力算出までを次に示す。

本構造の基本系は、図-8に示すように3次の不静定構造であって、不静定反力を図のように X_1 , X_2 , X_3 とする。この基本系に対して弾性方程式を立てると、(9)式のようになる。 δ_{11} , δ_{21} , δ_{31} は1点に単位荷重 $X=1t$ を載荷したときの1, 2, 3点のたわみ、 δ_{12} , δ_{22} , δ_{32} は2点に単位荷重

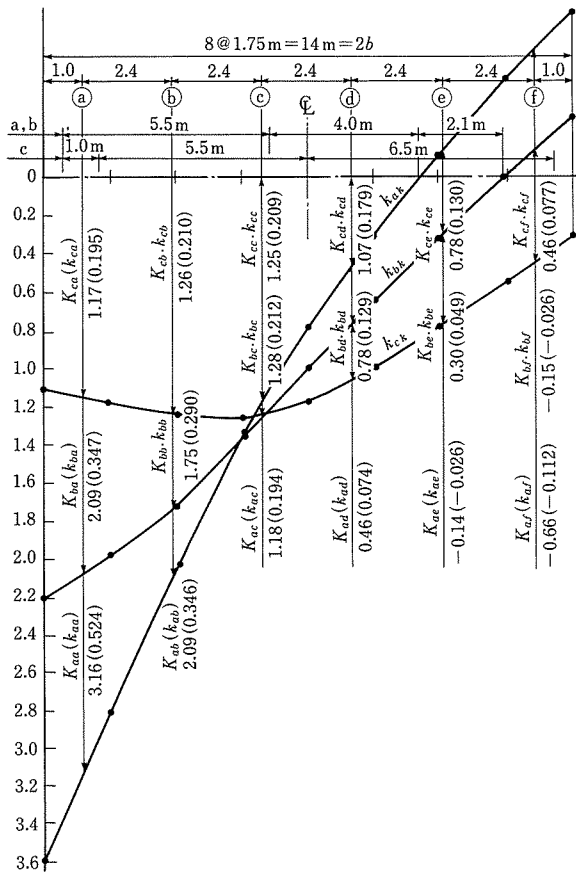


図-7 横分配影響線の例

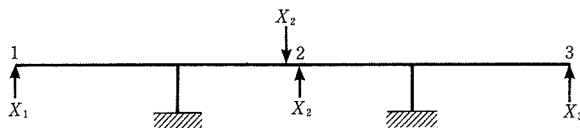


図-8 3次の不静定構造

$X=1t$ を載荷したときの1, 2, 3点のたわみを示す。

$$\begin{cases} \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \delta_{13} X_3 + \delta_{10} = 0 \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \delta_{23} X_3 + \delta_{20} = 0 \\ \delta_{31} X_1 + \delta_{32} X_2 + \delta_{33} X_3 + \delta_{30} = 0 \end{cases} \dots\dots(9)$$

δ_{10} , δ_{20} , δ_{30} は図-8の端支点到単位荷重 $P=1t$ を載荷したときの各着目点のたわみ (δ_{10} , δ_{30}), および支間中央のヒンジ位置に単位荷重 $P=1t$ を載荷したときの各着目点のたわみ (δ_{20}) である。

ここに、支点条件、対称条件を入れて連立方程式を解き未知数 X_1 , X_2 , X_3 を求める。影響線計算結果例を図-9に

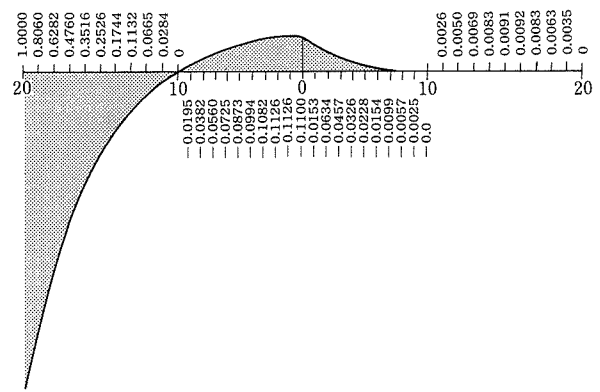


図-9 X_1 反力影響線

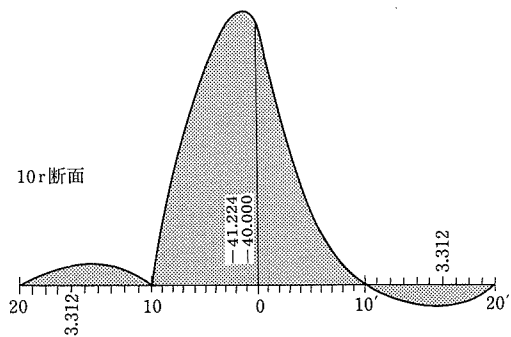


図-10 M_{10} 曲げモーメント影響線

示す。また、これらをもとにして計算した中間支点位置の曲げモーメントの影響線を図-10に示す。

これら一連の計算を、昭和40年代の前半までは手計算または、手動計算機で行っていた。しかし、それ以降は、プログラム化が進み現在のような設計システムが確立されてきた。

4. あとがき

PC構造の設計解析の経緯について述べたが、設計手法についても変化が見られている。現在の設計手法は鉄道構造物設計を除き許容応力度法となっているが、今後は限界状態設計法に移行することになっている。また、荷重体系、材料特性が見直され性能設計、最適設計へと移行することと思われる。

参考文献

- 1) 日本道路協会：鉄筋コンクリート道路橋設計示方書，1964.6
- 2) 高島：道路橋の横分配実用計算法 前編，1965.3
- 3) 住友建設(株)，PC長大橋技術研究会 編：PC長大橋の設計と施工，1970.2

【2000年8月21日受付】