

◆特 集◆

構 造 解 析

構造解析の歩みと将来展望

田邊 忠顯*

1. はじめに

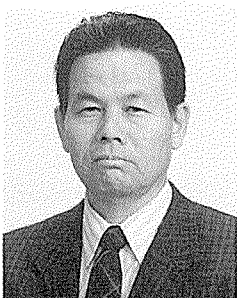
ここ30年間のコンクリート構造解析に関する大きな話題は、何と言ってもコンクリート破壊力学の発展とその周辺での数値解析の進歩と言えよう。材料破壊と構造破壊との区別が力学上の記述方法として確立し、その間のやりとりについても大きな概念的なフレームが構築されたように感じられる。そして、その間を継いでいるリンクとしても破壊力学の影響は大きい。

破壊力学そのものは古くから歴史があり、目新しいものではない。しかし、コンクリート材料に破壊力学を応用するようになって、今までの破壊力学の体系の中にはなかった新たな問題が現出し、関連する分野の研究が大いに進んだのである。コンクリート材料としての破壊は、一般的には応力とひずみの関係を表す構成則の特性（行列式がゼロ）として表現されるのであるが、構成則の中に、後の節でさらに述べるが、ポストピークの軟化肢の問題を現出させたのである。そして、構造破壊を記述する構造接線剛性マトリックスに分岐問題を現出させることになった。

この概説ではこれらを俯瞰的に述べるとともに、橋梁構造物など実際の設計の問題とどう絡んでくるのか、大まかなところを述べることにする。

2. コンクリートの材料破壊に関する力学の発展

破壊力学をコンクリートに適用する研究は、Kaplan¹⁾などに代表されるように1960年代から積極的に行われていたが、線形破壊力学の適用が思わしくないことから一時下火になった。しかし、その後1970年代後半になってHillerborg²⁾の仮想ひび割れモデルが公表されて以来、Bazant³⁾らの研究活動も加わってコンクリート材料に特有の非線形破壊力学の発展が始まり、急速な進展を見た。わが国においては、三橋⁴⁾らが初期の頃からこの分野の研究に取り組み貴重な成果を上げている。コンクリートの破壊力学は、未完成の部分はあるものの現在では大いに実用に供せられる水準に達していると言えよう。



* Tadaaki TANABE

本協会会長
名古屋大学大学院 工学研究科
土木工学専攻 教授

線形破壊力学がなぜ適用できなかつたかは、次のように簡単に述べることができる。線形破壊力学は、ひび割れの極近傍を除いて弾性解が成り立っていることを前提としており、ひび割れ近傍の応力分布は応力拡大係数とひび割れ先端を原点とする極座標 (γ, θ) の関数との積である弾性解として与えられる。そして、破壊は応力拡大係数が限界値に達することによって定まるとするものであるが、このような理論が当てはまるのは脆性的な破壊をする材料に限られており、コンクリートも当初は脆性的な材料であることから、その適用性は有望視されていたのである。小生が大学を出た頃の話であるが、当時イリノイ大学の教授であったケスラー氏が日本で講演した際に破壊力学が有望であるという話をされた記憶もある。しかし、初期の頃は線形破壊力学であり、結局のところうまくいかなかった。その理由は、コンクリートのひび割れ先端で何が生じているかよく解明されておらず、目視されたひび割れの長さについての定義も不十分で線形破壊力学の応用のしようもなかったのである。ところが、1970年頃から実験器機の実験手法の発展から fracture process zone の存在が明らかになり、ひび割れの先端で何が生じているか克明に分かるようになってきた。

要は、ひび割れが一見発生していてもそのひび割れ間で応力の伝達が行われており、まったく応力を伝達されなくなるためには、単純なMODE-1のひび割れでさえ0.001 mmから0.1 mm程度開かなければならぬのであった。コンクリートに破壊力学を適用できるためには、一見ひび割れが入っているようであってもその間に応力伝達があり、ひび割れどうしのブリッジ現象、集合などの軟化挙動が明らかになるまで待たなければならぬのであった。これを力学の言葉で言えば、構成式の行列式がゼロになった後、その後の負勾配の傾きが構造の寸法によって影響され、材料の構成則が構造の寸法に独立には定義できないことが分かってきたのである。

したがって、これらの現象を正確に記述して非線形破壊力学の舞台に乗せるとコンクリートの構造としての挙動もたいへんよく記述できるようになってきた。たとえば、最も典型的な例を示すとすれば、せん断補強のない鉄筋コンクリート梁のせん断破壊を考えるとよい。せん断破壊は、寸法効果を示すことがよく知られており、土木学会の「コンクリート標準示方書」、あるいは、CEBコードなどに逸早く取り入れられている。それらの破壊推定式（実験結果を総合的にカーブ・フィティングしている）のその結果を、単純に引張軟化曲線を用いた数値破壊解析で再現すると、図-1のように数mの梁高さまで一致することが示されている⁵⁾。このようなことを設計的な観点からさらに敷衍すれば、

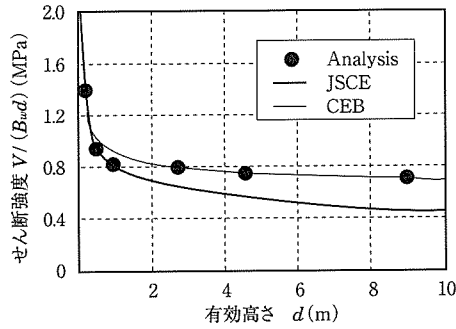


図-1 破壊エネルギーを考慮した数値解析と各種コードのせん断強度比較⁵⁾

I軸のコンクリート応力ひずみ関係の軟化部分に部材の寸法の影響を加えること（現在は、土木学会の「コンクリート標準示方書」も「道路橋示方書」も考慮していない）、また最少鉄筋量にも部材寸法の影響を入れることなどは、いずれしなければならぬ作業であろう。

すなわち、コンクリートのI軸状態の応力ひずみ関係に関して、土木学会示方書ではひずみ軟化肢を入れておらず、道路橋の耐震設計編では軟化肢を取り入れているが、軟化肢の勾配そのものは寸法依存性があり、圧縮側にしても引張り側にしても破壊エネルギーの導入が不可欠なのである。これらの配慮が必要な典型的な事例をもう一つ挙げるとすれば、大きな寸法（たとえば10 m）を有する橋梁橋脚の基部のヒンジ領域を求めることを考えてみよう。最終破壊に影響を及ぼすヒンジ領域の大きさは、実験で求めることは不可能である。したがって、数値解析的に求めざるを得ないのであるが、この場合には軟化肢のあるコンクリート構成則の使用が必須である。これとまったく同様な事情がプレストレスの定着部の強度解析に生じる。定着部の進行性破壊は多方向へのひび割れの進展であるが、そのひび割れ面での構成則には fracture process zone を考慮した構成則に基づかなくてはならないのは自明のことなのである。

3. 分岐肢を考慮する場合の構造解析

構造の破壊は、先に述べた材料の破壊が関連している。最も端的には、構造解析の一般的な形式、増分タイプであれ割線タイプであれ、

$$Ku = F \dots\dots\dots(1)$$

を解くことになる。

有限要素法的にKマトリックスを表現すると $K = \int B^T DB \cdot dV$ となるが、材料剛性マトリックスDが軟化肢をもつ場合にはKマトリックスの正定値性が保たれなくなり、固有値が負の値をもつ場合が出てくる。ゼロ固有値の出現は、構造の最大耐荷力を示していたり、あるいは分岐肢の存在を示すのであるが、分岐肢への移行が数値解析的にはなかなか難しい問題である。

一方、現象面からこの問題の提起することを考察すると興味深い現象を指し示している場合が多い。以下の例は、当方の研究室で行っている長大コンクリートアーチ橋の開発にちなんで行ったわが国に存在する200mクラスのアーチ

橋の安定解析である⁶⁾。この場合には、変形の2次の効果も考慮に入れ、かつ軟化の影響も考慮に入れている。

表-1に示すわが国に実在するスパンが200mを超える4本のアーチ橋を解析したのであるが、荷重を質量に比例させて鉛直方向、水平2方向にそれぞれ载荷した場合に耐荷力がどれだけあるか、また、最大荷重に至る間、あるいはその後の過程でコンクリートのリブが座屈することがあり得るか、などの情報を構造の接線剛性マトリックスの固有値解析を通じて知ることができるのである。この解析では、変形の2次効果と材料の軟化の連成された分岐モード（座屈モード）が検出される。

表-1に示した実在するアーチ橋に鉛直荷重を载荷した場合には、図-2で分かるようにA橋では自重の4.42倍、B橋では3.31倍、C橋、D橋ではそれぞれ2.87倍、4.42倍で最大耐荷力に達することが示されている。このアーチ橋の解析においては、1つ目の負の固有値が発生した時点は、荷重-変位曲線の最大荷重点に対応しこの点以降荷重が低下しており、最大荷重点は最初のゼロ固有値の出現時なのである。さらに、B橋においては最大荷重点を過ぎた直後に2次の固有値が負となり、この2つ目の負の固有値の出現が座屈が発生する分岐点（Bifurcation Point）を示している。その場合の座屈モードが図-3(b)の1次モードに現われている。われわれは実橋においてこの現象があると考えるのであるが、構造解析の技術の進歩はこの種の情報まで容易に与えてくれるようになったのである。さらに、もう少し同じ議論を続けるとすると、仮に第2次固有値が負にならない場合でも、分岐点にどれだけ近づいたかで不安定ポイントの近接度が評価できる。図-2に示された2次の固有値の変化を見てみると、その最小値が一番ゼロに近づいているのはA橋であり、B橋を除く3本のアーチ橋の中では座屈が出現する

表-1 アーチ橋の諸元

橋名	橋長 (m)	アーチ支間 (m)	支間・ライズ比 (m)	完成年
A 橋	381.0	265.0	6.5	施工中
B 橋	370.0	260.0	8.0	施工中
C 橋	411.0	235.0	6.6	1989
D 橋	332.5	204.0	6.9	1982

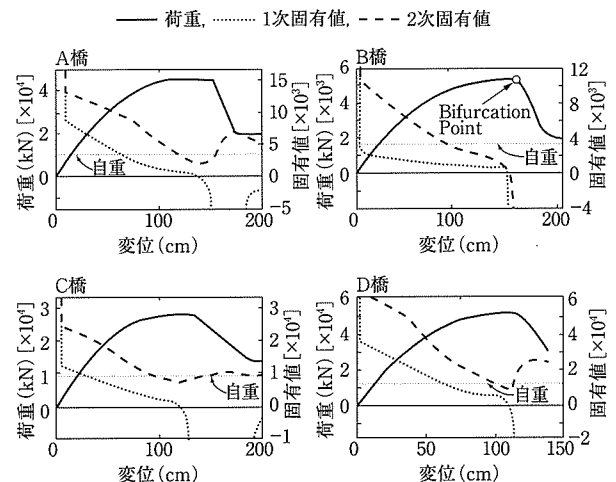


図-2 荷重-変位曲線（鉛直方向）

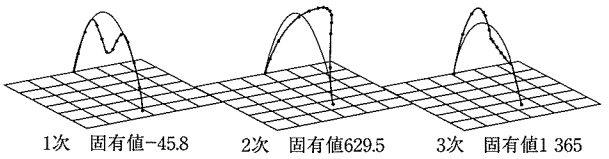


図-3(a) 固有モード (Limit Point における接線剛性より)

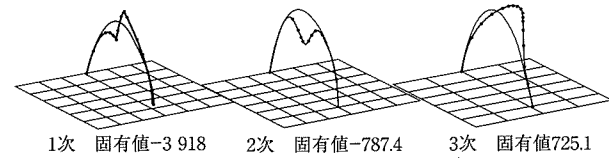


図-3(b) B橋の固有モード (Bifurcation Point における接線剛性より)

可能性が一番高いことを示している。

一方、橋軸直角方向耐荷力についても同様な解析から、図-4に示すようにA橋0.57G、B橋0.20G、C橋0.70G、D橋0.76Gとなる。どのアーチ橋においても2つ目の負の固有値は発見できなかったのだが、これは橋軸直角方向載荷では、座屈はあり得ないことを示している。

これらは、単に一つの例にすぎないのであるが、分岐現象に関する情報は何も座屈情報の提供に限らない。最近よく問題になる初期ひび割れ問題についても、ひび割れ位置、ひび割れ間隔などに関して、構造の接線剛性マトリックスはその基礎情報を与える。すなわち、ひび割れが生じることは、ある部分で強度を超えて軟化の方へ向かっていることであり、接線剛性マトリックスの固有ベクトルがひび割れの入る位置を示す情報を与える場合もあるのである。

4. 鉄筋コンクリートの各種要素の構成則

さて、話を鉄筋コンクリートの各種要素の構成則に戻せば、

- ① コンクリートの構成則 (3次元応力空間, 2次元応力空間も含めて)
- ② ひび割れ面におけるせん断応力, 直応力伝達に関する構成則 (3次元応力空間, 2次元応力空間, 多方向ひび割れ, を含む)
- ③ 鉄筋とコンクリートの付着に関するテンションソフトニング, あるいはスティフニング
- ④ 鉄筋の構成則

の4種類が主たるものである。①から③まではいずれも正勾配の部分と負勾配の部分をもっているが、④に関しては負勾配部分を考えない場合が多い。これらは、いずれも解析の精度についてはたいへん大きな影響を有するものであり、多くのモデルが提案されている。

コンクリートの構成則については、Kupher⁷⁾、Ottosen⁸⁾など非線形弾塑性型モデル (除荷に関してはその限りではない)、塑性論に基づくWillam⁹⁾などのモデルが有名である。わが国においては、岡村、前川グループによる弾塑性損傷モデル¹⁰⁾、名古屋大学グループの等価連続体化法¹¹⁾などがある。コンクリートの構成則については、土木学会のコンクリート委員会でのその精度を検討した結果¹²⁾も公表されて

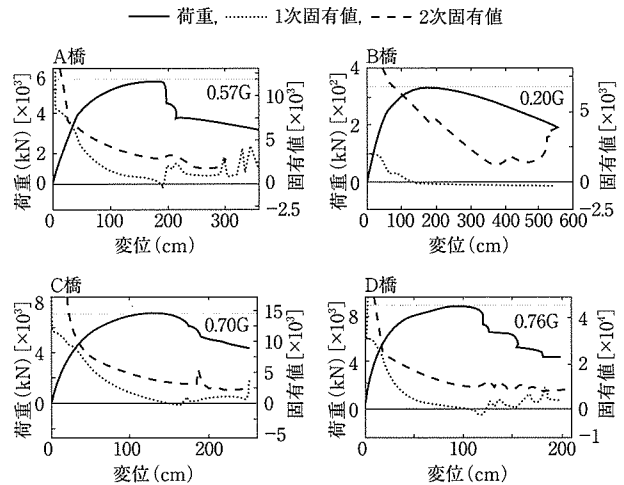


図-4 荷重—変位曲線 (橋軸直角方向)

いる。ひび割れ面におけるせん断伝達に関する構成則、多方向ひび割れの構成則、鉄筋とコンクリートの付着に関するテンションソフトニング, あるいはスティフニングなどについても、多くの提案がすでになさされていて、これらに関しても岡村・前川グループの提案、森田・角グループの提案、名古屋大学グループの提案などがある。③、④についても同様である。これらについては多くの文献によって紹介されているので、それらを参考していただきたい。

さて、わが国においては耐震問題が重要であることから、これらの構成則は繰返し載荷時に展開されなくてはならない。これは、実は3次元応力空間で除荷載荷の任意経路に対して構成則を記述することであり、なかなかたいへんなのである。先に述べたモデルのうち、Kupher、Ottosen、Willamは繰返し則を提案していない。繰返し則に関してはほとんどが実験結果のカーブ・フィティングモデルとなっている。ただ唯一、最近フランスボンデジョッセのマザールが損傷力学¹³⁾に基づいて繰返し則の理論を提案しているのが注目される。この分野については、さらに理論的な面も含めてより一層の研究が行われなくてはならない。現在のところ、多くの実験結果との照合から岡村らの開発したモデルが適合性が良いという結果を得ているようである。

5. 結 語

さて、今まで述べてきたように構造解析は構造要素のモデル化に基づく数値解析となっているが、有限要素法も従来型の要素を使用するものから粒子要素を用いるもの、粒子より多少大きな剛体要素を用いるもの、あるいは要素はまったく用いないものなど、ますます多岐にわたりつつある。

一方、この解析技術の応用の場としては、新橋梁構造形式である波形鋼板ウェブ橋梁あるいは鋼トラスウェブ橋梁、張弦梁、シェルアーチ橋や地中大スパン構造物、吊り構造など多くの新構造が生まれつつある。これらの解析は、基本的に微小変形あるいは有限変形問題として問題を記述すること、使用する材料の構成則の選択を適切に行うこと、収斂性を考慮して数値解析方法の選択を適切に

行うことに帰着する。構造解析によってそのPC構造の安全性を判断するエンジニアにとっては、以上の3つに精通していると同時に、計算結果の妥当性を総合的に判断できることが極めて重要であることは言を待たない。構造解析技術は、今後ますます精緻化するから、それが単なるブラックボックス化しないよう、日々研鑽を積むことを自戒としたい。

参 考 文 献

- 1) Kaplan : Crack Propagation and Fracture of Concrete, ACI Journal, Vol.58, No.5, pp.591~610, 1961
- 2) Hillerborg, Modeer, Peterson : Analysis of Crack formation and Crack Growth in Concrete by Means of Fracture Mechanics and Finite Elements, Cement and Concrete Research, Vol. 6, No. 6, pp.773~782, 1976
- 3) Bazant : Fracture Mechanics of Concrete Structures, Elsevier, 1992
- 4) Mihashi, Okamura, Bazant : Size Effect in Concrete Structures, E&FNSPON, 1994
- 5) 二羽, Zareen, 田辺 : 破壊力学に基づくコンクリートはりのせん断強度寸法効果解析, 土木学会論文集, No.508/V-206, pp.45~53, 1995
- 6) 谷口, 姫野, 田辺 : 長大アーチ橋の耐荷力解析, 第10回プレストレストコンクリートの発展に関するシンポジウム論文集, pp.657~662, 2000.10
- 7) Kupher, Gerstle : Behavior of Concrete under Biaxial Stresses, Proc. of ASCE, EM4, pp.853~866, 1973
- 8) Ottosen : Constitutive Model for Short- Time Loading of Concrete, Proc. of ASCE, EM1, pp.127~141, 1979
- 9) Willam, Warnke : Constitutive Model for the Triaxial Behavior of Concrete, IABSE Proc. 19, 1975
- 10) 岡村, 前川 : 鉄筋コンクリートの非線形解析と構成則, 技報堂出版, 1991
- 11) Tanabe, Ishitaq : Development of Lattice Equivalent Continuum Model of Cyclic Behavior of reinforced Concrete, Shin, Tanabe (ed.) : Modeling of Inelastic Behavior of RC Structures under Seismic Loads, ASCE -SP, to appear.
- 12) 土木学会コンクリート委員会構成モデル小委員会 : 構成モデル小委員会 (301) 成果報告, コンクリート技術シリーズ21, 1997
- 13) Ragueneau, Mazars : Seismic Behavior Prediction of Structures, A Local Nonlinear Mechanisms Approach, to appear in SP, ACI

【2001年2月22日受付】



刊行物案内

PC 定着工法 — 2000年版 —

2000年12月発行

頒布価格：4 000円（送料400円）

体 裁：B5判，220頁（無線綴じ製本）

最新の
「定着工法」を
掲載!!

発行・発売：社団法人 プレストレストコンクリート技術協会