

非線形解析技術 — ナノからマクロへの連携 —

前川 宏一*1・石田 哲也*2・土屋 智史*3

1. はじめに — 20年の経緯 —

1979年に外部記憶装置（5インチフロッピーディスク）が搭載されたPC（パソコン）が登場し、これを卒業研究で使わせていただいた（前川）。2次元有限要素解析で10要素を扱うことが、8ビットCPUの限界（主記憶容量64KB）であった。材料非線形解析をPC上で実行し、15ステップまで解を得るのに2日を要した。ハードディスクがない時期であったので、フロッピーディスク上に中間管理ファイルを置かざるを得ず、数時間で加熱して書込みエラーを起こす。樋口芳朗教授（当時）のご助言を得て、2台の扇風機でPCを背面から冷やすと、結構がんばってくれたのだが、早晚、異音を発しPCがきしみ出す。「計算停止。コンクリートは実験室にあり」とご下命があり、止むなく停止させるも暴走してしまい、困った覚えがある。このPCは当時で90万円、研究室の年間研究費の半分以上を占めていた。今日、1/5の価格のPCで当時の計算を再現すると、スタートボタンを押した瞬間に計算が終了し、悔しいかな、PCは平然としている。

過去20年、非線形解析技術は計算機能力の向上、すなわち桁外れの「体力」アップに支えられて結果を出してきた。一方、非線形求解法に関するアルゴリズムは大きく変わっていない。「技」に相当する部分は、主としてひび割れの扱いを含む、材料非線形性の数力学的表現に努力が向けられてきた。サイバー空間に製造した仮想建設材料の挙動を、いかにデジタル表現するかが、非線形解析技術の一つの柱である。仮想空間に製造されたバーチャルコンクリートを記述するには、実世界の材料・部材挙動を総合的に理解・認識して一般化すること（構成則）と、適切に計算機が制御できるかたちにブレイクダウンする技術の2者が必要である。これらを統合して計算結果を出すのがハードである計

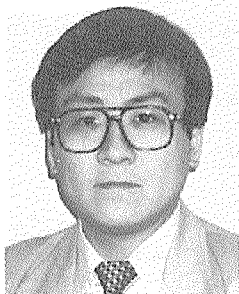
算機である。

非線形解析技術といえ、外力に対する構造応答や破壊を予測することと同義に近い。今日では、構成材料のマクロ、ミクロ、さらにナノスケールでの品質や物性を物理化学的側面から数理表現し、マクロレベルの構造部材挙動まで繋げることのできる環境がそろっている。本稿では、非線形構造応答解析をベースとし、連携の触手を広げつつあるコンクリート構造の非線形解析技術の近況を紹介する。本文の多くは、著者らが実際に手を下し経験して知り得る内容のみに偏る点を、ご容赦いただきたい。

2. 構造力学解析と材料物理化学解析の結合

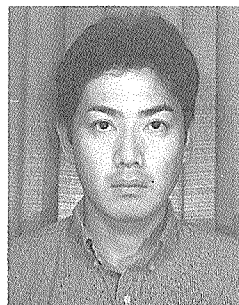
構造力学では、釣合い条件、変形適合条件、材料構成式を連立して解くことで、応答結果を得る。この規範は、過去100年、不変である。材料特性や品質の変遷を解く場合には、質量とエネルギーの保存則、平衡/非平衡状態則、状態変化の速度則を連立して解く。釣合い式は運動量保存則で等価に表現することができるので、構造力学体系と材料物理化学系は、たとえば図-1のように数理統合することが可能である¹⁾。運動量（構造力学指標）、エンタルピー（熱エネルギー）、水分（水蒸気と液体凝縮水）、酸素（溶存および気体）、二酸化炭素（溶存および気体）、塩化物イオンを連携システムの自由度（解析上の変数）とすれば、対応する物理化学事象として、材料変形、物質・エネルギー移動、水和反応、材料形成・劣化、炭酸化反応、酸化腐食反応を熱力学第一法則（質量・エネルギーの保存）と第二法則（相互平衡条件）のもとに記述することで、システムは数学的にも完備（complete）となる。

図-1の支配方程式はいずれも非線形である。たとえば構造力学系では、応力がひずみに対して非線形であると同時に、温度、水和度、水分状態などの物性系の自由度（温



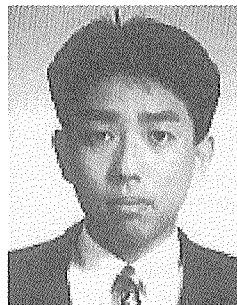
*1 Koichi MAEKAWA

東京大学大学院 工学系研究科
社会基盤工学専攻 教授



*2 Tetsuya ISHIDA

東京大学大学院 工学系研究科 助手
日本学術振興会 海外特別研究員
(トロント大学)



*3 Satoshi TSUCHIYA

東京大学大学院
工学系研究科 (博士課程)

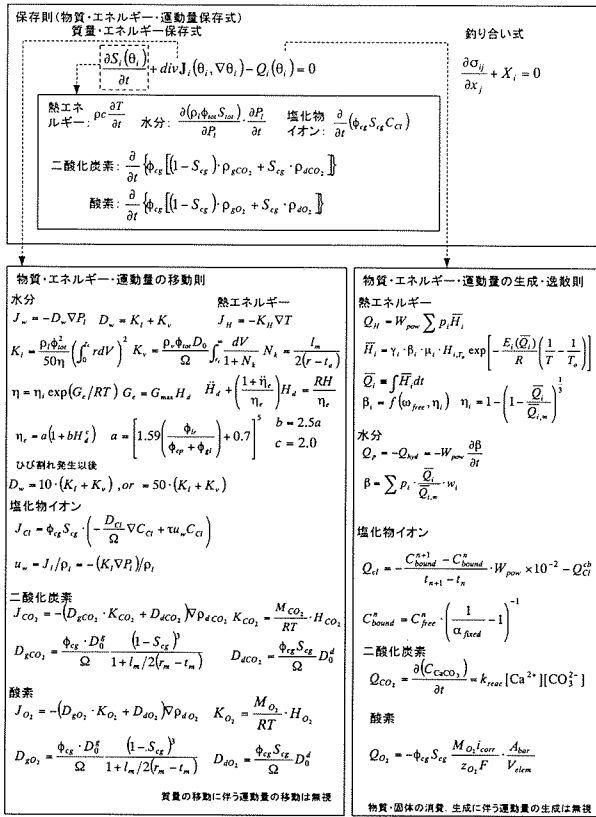


図-1(a) 物質, エネルギー, 運動量の保存, 移動, 生成・造散条件¹⁾

度, 間隙水圧, 酸素濃度, 二酸化炭素濃度, 塩化物イオン濃度) の非線形な関数にもなっている。これらを満たす非線形解を得る技術について, 言及してみたい。

前段階として, 図-1の支配方程式を場所と時間で離散化する必要がある。これには, 古典的な重み付き残差法が, 非線形問題一般に対して有効である。最終的には, 図-1(a)の保存則を離散化した方程式に集約されるのであるが, これらを一括してマトリックス法で解く方法が考えられる。x-y-zの節点変位, 温度, 細孔中の凝縮水圧力, 塩化物イオン濃度, 酸素濃度, 二酸化炭素濃度の8自由度の上に, 1つの有限要素(20節点)に対して160×160の全体感度マトリックスと160元の等価ベクトル(節点力, 熱流束, 水分・塩分・酸素・二酸化炭素流束)が生成される。最終的に要素ごとの等価ベクトルを足し合わせ, 全体でゼロベクトルとなる節点自由度を求めることに帰着する。マトリックス構造力学と同じ解法が適用できる。

上記は非線形解析技術の定石であるが, このプロジェクトのスタート(1990年)から4年目にして, この方法を放棄せざるを得ない状況に至った。全体行列を組むと, 対角項に現れる数値が, 最大で20桁も異なったからである。現在は, 超大規模計算や並列ベクトル計算で使用されるような, 分散-整合型のアルゴリズムを, 非線形解析法として採用している(図-2)。直列に質量・エネルギー保存則を解きながら, 複数の系にまたがる物理化学量を共通領域に書き込んで更新していく(図-2(a)^{1), 2)}。あるいは, 個々の保存則を個別のCPUで解きながら, 高速バスで相互

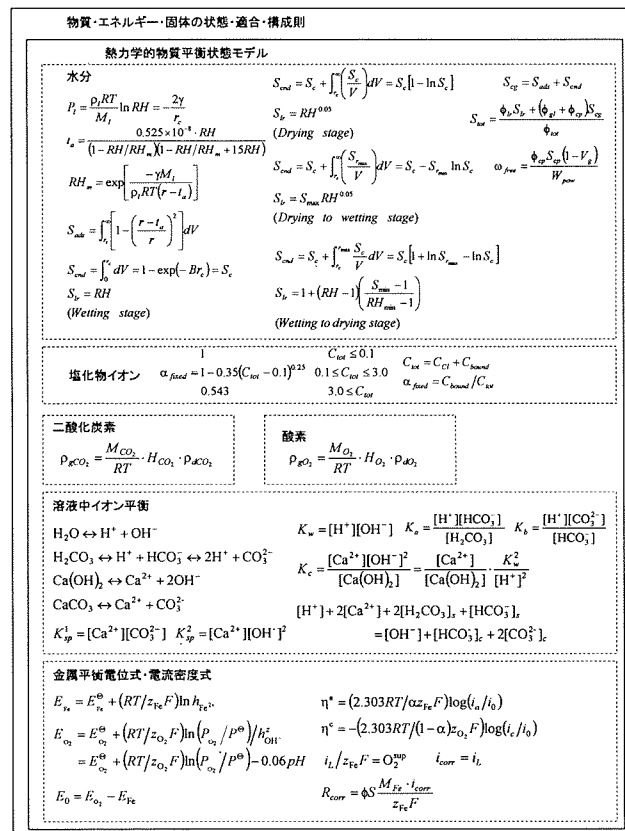
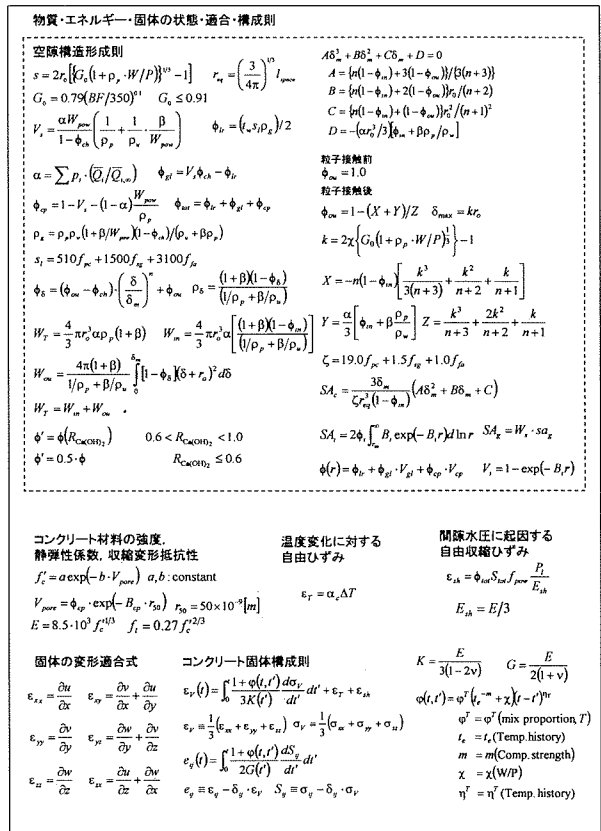


図-1(b) 物質・エネルギー・固体の状態/適合構成則¹⁾



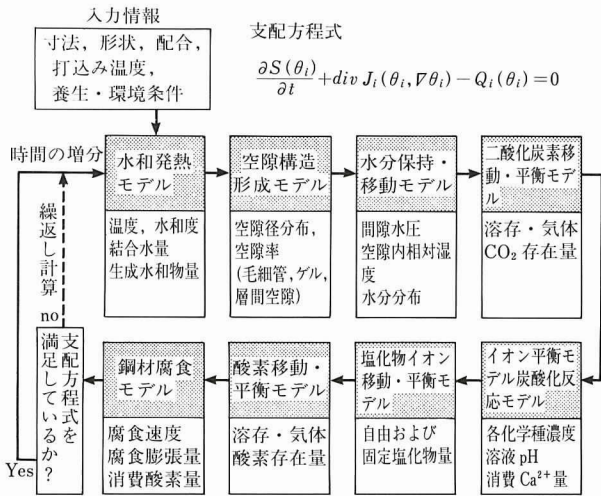


図-2(a) 質量・エネルギーの保存条件と連立解法^{1), 2)}

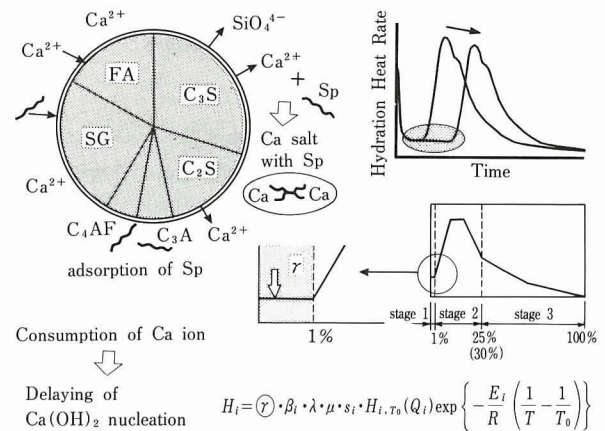
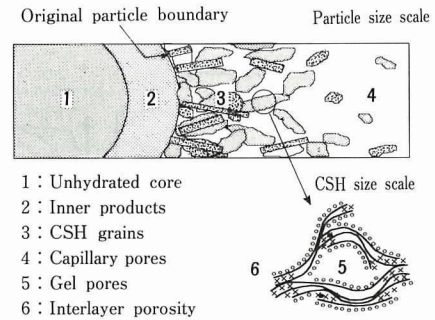
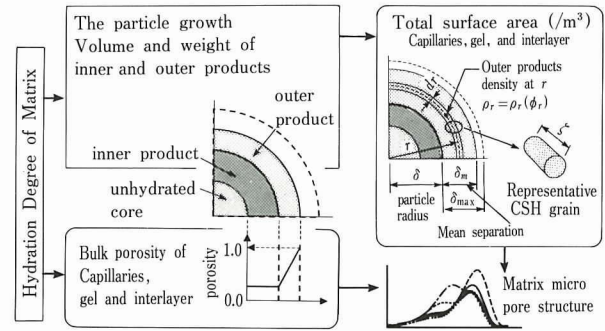


図-3 ナノ・マイクロスケールの構造モデル化^{2), 4)}

にデータを共有 (参照と更新) しつつ, 同期 (材齢) をとりながら並列演算を進める, という方法である (図-2(b))^{1), 3)}.

全体行列の対角項に大きな桁違いが発生するのは, そもそも異なる物理化学現象を一つの全体行列にたたみ込んだこと, そしてナノ, マイクロスケールの現象とメートルスケールの挙動を同時に, しかも非零非対角項の存在のもとに, システムを一気に解こうとするからである (図-3, 4).

たとえば, 構造体中のセメントコンクリートの水和反応速度は, 水和反応で形成されるセメント硬化体の幾何構造にも影響を受ける (とくに低水セメント比コンクリートの場合)^{2), 4)}. 生成されたCSHゲルの層間空隙にすでに挟み込まれた水分子と, ゲル表面に強固に吸着される水分子 (ナノスケール) は水和反応に寄与せず, マイクロスケールの細孔構造に凝縮する水が, 水和反応に寄与するからである (図-3)^{2), 4)}. さらに, これらの水は空隙中の水蒸気分圧に依存 (平衡) し, 同時に水の移動に影響を及ぼす²⁾. これによって細孔中の間隙水圧力は変動し, セメント硬化体に体積変化をもたらす, コンクリート構造の変形・たわみ (メートルスケール) と, ひび割れ損傷や応力変化が現れる^{1), 3)}. そしてひび割れ損傷は水やその他の物質移動を促進させ, 結果として鋼材酸化腐食, 炭酸化反応に影響を及ぼし, 細孔

組織構造の変化をもたらす^{1), 3)}. ゲル空隙中の吸着層 (水分子のおよそ10倍程度) とコンクリート部材のたわみは, 以上の例のように連携しており, 「風が吹けば桶屋が儲かる」式の複雑な相互依存が, ナノからメートルスケールまで広がる (図-4). したがって, 最終的には統合した全体感度マトリックスの非対角項に, 数値として現れるのである.

このシステムを一気に解こうとすれば, 桁落ちは倍精度演算でも確実に発生する. 従属変数を固定した状態で各物理現象をひとまず解き, 共通変数が変更された段階で再度解き直し, 全体系が収束するまで繰り返す, 分散-整合型解法が図-2(a)である.

所定の精度を確保するには, 適切な時間差分をとる必要がある. たとえば, 水和反応は材齢数時間から数日が活発に進行することから, 温度に関する解析の時間差分はある程度, 小さく設定しなければならないが, 1ヵ月以降は日単位の時間差分で必要十分となる場合が多い^{2), 4)}. 一方, 炭酸化反応を追跡する場合には, 暴露した直後で15秒~30秒単位の時間差分が必要となる. 部材表面の極近傍で, 細孔内の凝縮水中の溶解イオ

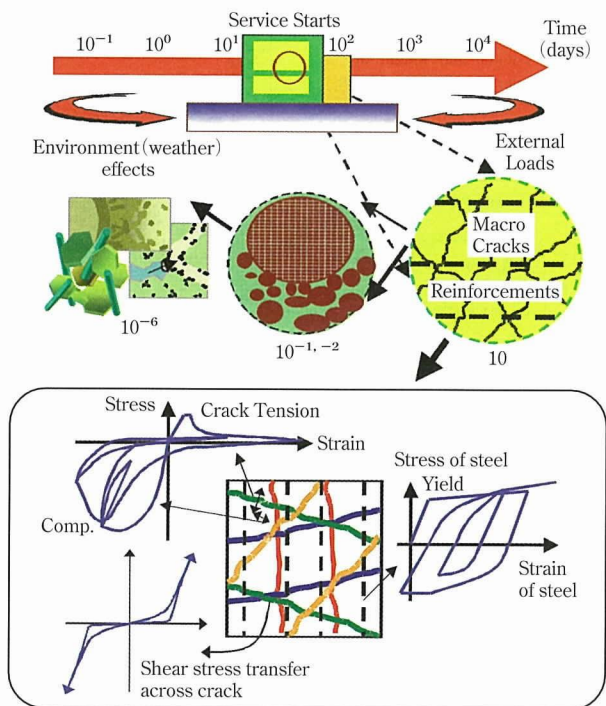


図-4 メートルスケールのモデル化と微視スケールのモデル化^{1), 2), 6), 7)}

ン(カルシウム, 炭酸, 炭酸水素, 水酸基, プロトン)濃度が、急激に変化するからである^{1), 5)}。図-2(a)の分散型で解く場合、それぞれの現象で適切な時間差分を別個に設定でき、システムで共有する情報は、最も時間差分の長い系に合わせて更新するといった、柔軟な対応が可能となる。もし、全系を統括して一挙に離散方程式を解くとすれば、最も小さい時間差分に全体を合わせなければならない。

以上の経緯から、コンクリート工学に関する非線形解析技術の進展は、分散-整合型に向かうのが適当ではないかと著者らは考えている。この方法によれば、すでに保有している複数の解析プログラムを、マルチタスク処理が可能なOS上(現在では、すべてのPC, EWSで可能)で簡単に統合することができる。図-2(b)のシステムによれば、異なる言語で書かれたアルゴリズムでも、共通データ領域をシステム内に設けることで、相互にデータを授受共有しながら計算を進めることができる。拡張性に優れている点も重要である。現在、CSHゲルの溶解とカルシウムイオン移動、ならびに電場磁場をシステムに追加しているが、フレームを拡張するためのコード作成作業に要した時間は、1日程度で済んでいる。

3. 解析と工学上の応用

ナノからマクロへ連携する非線形解析技術は、コンクリート構造の寿命推定や劣化予測などのライフスパンシミュレーションに応用することができる。構造力学問題の拡張であるから、当然ながら数値解を得るためには、初期条件と境界条件を設定して、解析を実行する。初期条件を設定する時間は、コンクリートが型枠内に打設されたときとする。ここで、コンクリートの配合、結合材の化学組成、初期温度、構造形状・寸法を入力する。以後のコンク

リートの物性(たとえば、透水係数、空隙率、吸脱着履歴特性、剛性、強度、塩化物イオン拡散係数等)は、材料試験から求めるのではなく、あくまで計算される諸量である。

これらの諸量を用いて支配方程式を解き、さらに物性変化が計算される(図-4, 5)。自己完結的な評価から、最終的には部材・構造の応答が求まることになる。以下にいくつかの簡単な事例を紹介する。いずれも構造工学と材料工学を結びつけたものである。

図-6は曲げを受けてスパン中央部近傍にひび割れが発

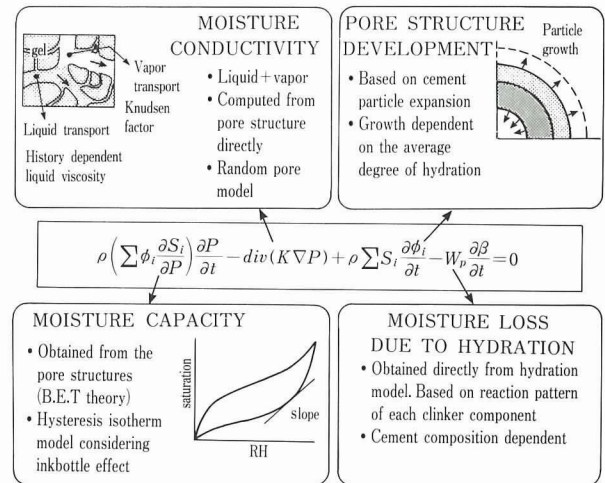


図-5 材料品質モデルと支配方程式の一体化²⁾
(複数の支配方程式のうち、系内の気相・液相水分を例に)

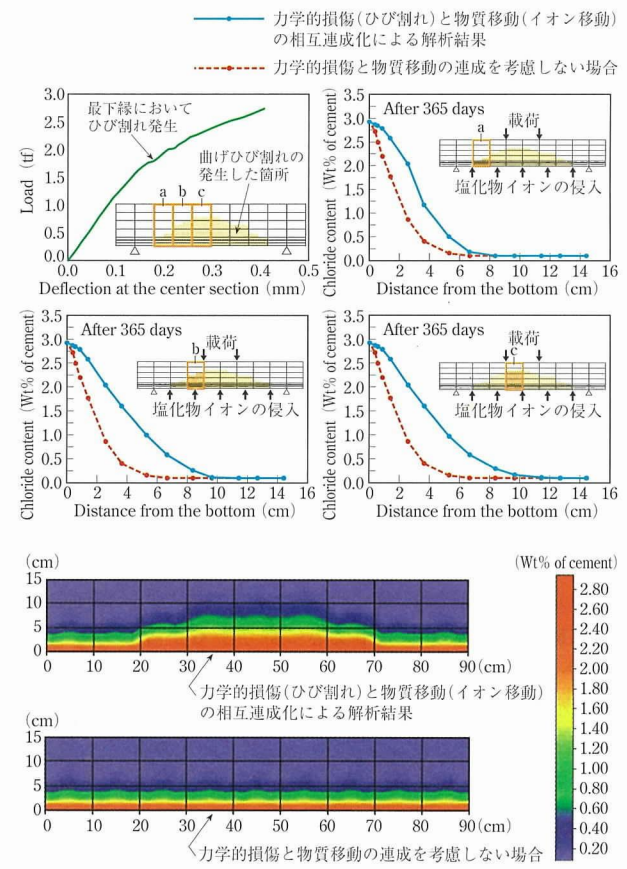


図-6 曲げと塩化物飛来環境にあるRC梁の計算例^{1), 3)}

生し、剛性が低下した段階で、塩分と乾燥に曝されたRC梁を模擬している^{1), 3)}。塩化物イオンは曲げひび割れを受けた領域で、より深く浸透しているのが分かる。塩化物イオンは、乾燥による凝縮水移動に輸送される成分と、液状水の存在する連結空隙内を移動する分子拡散成分と、移動途中でセメント硬化体表面に物理化学的に固定される成分で決まる。ひび割れは、移動抵抗性を高める作用として考慮される。ひび割れが移動抵抗性に及ぼす影響度は、ひび割れを含む要素の平均引張ひずみの関数で簡単に与えており、定量的に個々のモデル化をつめていくことが不可欠である。

図-7と図-8は乾燥を受けるコンクリートスラブの損傷と水分の移動、ならびに乾湿繰返しを受けるスラブの損傷と塩化物イオンの侵入について、シミュレーションした結果である^{1), 3)}。

乾燥によって水分が逸散するとともに、凝縮水の圧力が低下し、セメントコンクリートの体積が減少する。これが内部応力を発生させ、乾燥収縮ひび割れが発生する。この

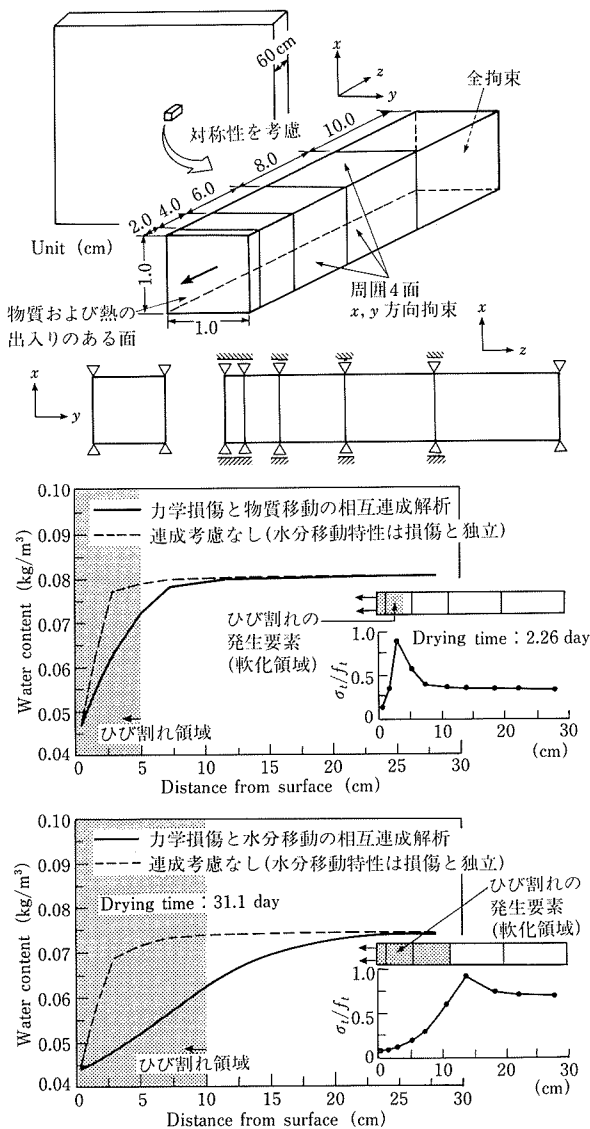


図-7 乾燥収縮による微細ひび割れと水分逸散^{1), 3)}

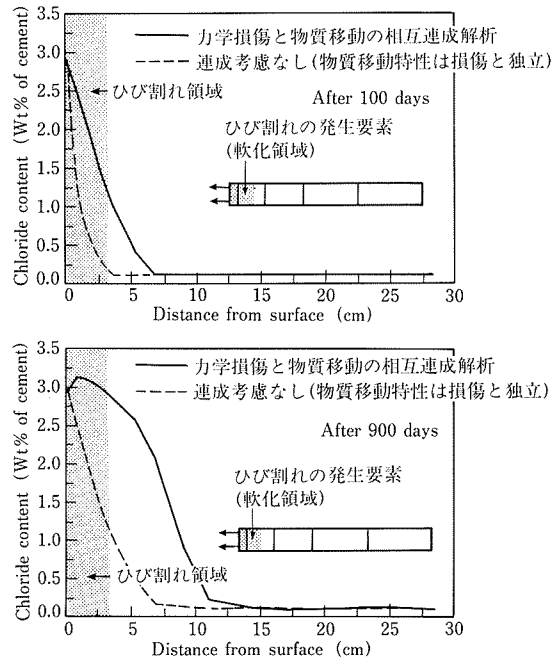


図-8 乾湿繰返しを受けるスラブの損傷と塩分浸透^{1), 3)}

とき、コンクリートの引張軟化が発生するが、強度と破壊エネルギーはその時点の水和度と細孔空隙量から計算される。引張ひずみによって、水分逸散がいく分加速され、乾燥領域はより深く進展するシミュレーションを図-7とは与えている。

乾湿繰返しを受けながら、塩分が浸透する複合を解析したものが図-8である。乾燥段階で損傷を受けて水分移動が変化するのは、図-7と同様である。乾燥段階では、水分は水蒸気の形態でもっぱら移動するのに対して、湿潤の場合には、液状水がバルクで移動し、それに溶解している塩化物イオンは多量に内部に輸送されることになる。乾燥段階では、濃度拡散と水のバルク移動が相反する方向をもち、表面部で濃縮を繰り返す。この際にコンクリート側にひび割れが入って移動抵抗が変化する、複雑な機構を呈する。

物質の移動と構造損傷を連携させるうえで、損傷の異方性を的確に表現しておくことが肝要である。物質移動に関しては、ひび割れが最も関連の深い構造損傷である。大まかに言えば、ひび割れの位置と方向に関する情報を、非回復な材料履歴として記憶媒体中に保存し、以後の応力伝達を規定する厳密な方法と、簡略化した方法が構造解析に用いられている⁶⁾。後者には、ひび割れ損傷の方向履歴をメモリーに保有しないで、主ひずみの方向に応じてひび割れ方向を可変とする簡略化法や、あらゆる方向に相互独立の微視的なひび割れが無数に入る、とする方法などがある。

耐力解析などでは、ひび割れ損傷の扱い方法の別で、大きな差が現れることは少ない。しかし、損傷後の物質移動抵抗の異方性は、ひび割れの方向性と開きに大きく依存していることから、材料物理化学との連携を前提とするならば、空間的に現れるひび割れの方向性を特定できるように構成則を整備する⁷⁾のが、将来の一般性の観点から良いと考えている(図-9)。

図 - 10 は交番ねじりと曲げ/せん断を加えたRC柱の多方向固定ひび割れモデルによる3次元解析の例を示したものである⁸⁾。部材の応答結果が得られると同時に、内部の損傷の位置と配向を得ることができる。繰返し荷重を受ける場合は、損傷領域には多方向に交差するひび割れ面が発生する。図 - 11 は水平2方向に曲げ/せん断を受ける柱部材の立体交差ひび割れ面状況を図示したものである⁹⁾。

もともとは、構造工学上の知見と材料科学の情報を統合した、コンクリート工学の知識体系を組んでみたいという、漠とした動機から始まったものである。底流では依然、学術の帰納と演繹と興味の赴くままに任せているが、工学応用の道筋を、近年の性能照査型設計や維持管理に貢

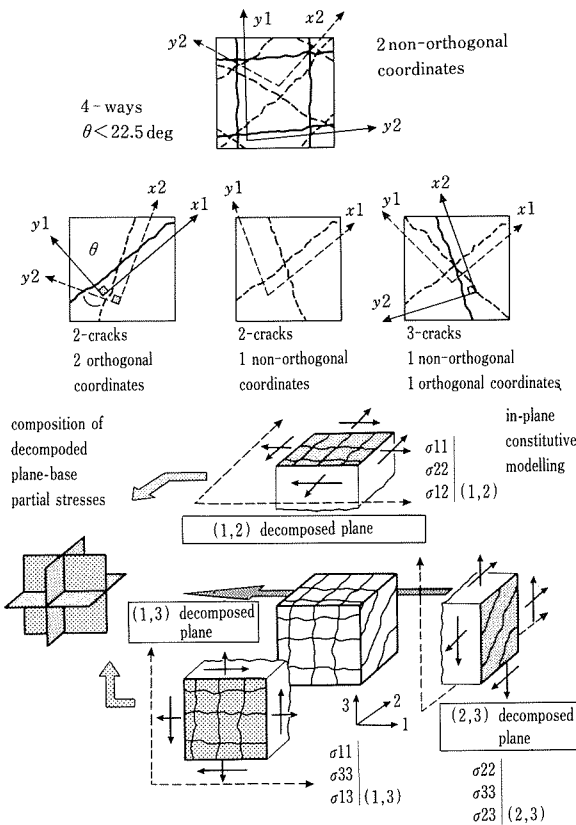


図 - 9 多方向固定ひび割れモデルの概要^{7), 9)}

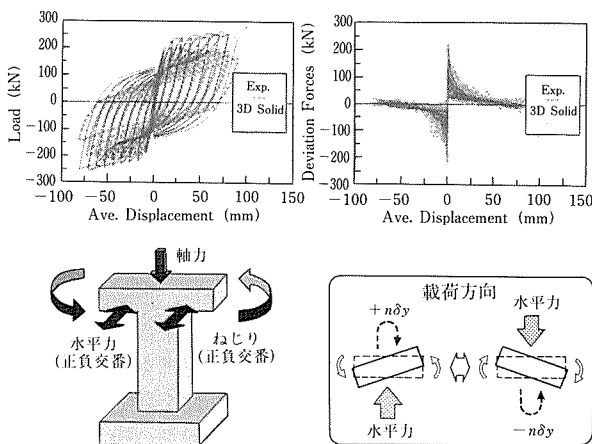


図 - 10 多方向ひび割れを受ける構造損傷と応答⁸⁾

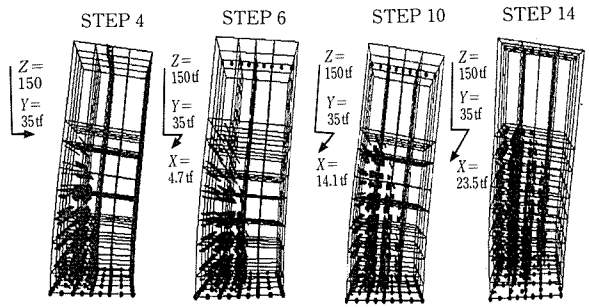


図 - 11 損傷の方向性と分布⁹⁾

献させる努力を始めたところである。90近い支配方程式群の連携は、これまで意識していなかった複合作用を定量的に突きつけてくる。単に計算上のことだけであろうと思いつつ実験で確認し、初めてその存在を知る、ということを経験する。構造コンクリートはシステムとして、極めて巨大と言える。

4. ま と め

神宮 (40年前) の名投手・岡村 甫先生は「体力は技術である」と言う。ある水準を超えた体力があって初めて可能となるプレー・技術がある。体力がなければその「技」は使えない。技術で劣ることになるとのこと。F1ドライバー中島氏は、引退の理由に体力の限界を挙げた。「高性能F1マシンを制御するインテリジェンス (技) に自信はあるが、すさまじい慣性力に耐える首の筋力と、気を失うことなくマシンを制御し続ける持久力が、F1マシンのモンスター化 (体力) で限界にきた」と静かに語った。圧倒的な計算機能を、技術者全員が保有する時代である。この環境を前提とした「技」の習得と非線形解析技術の開発が今日の課題である。この20年は、技の開発を進めることに、主たる努力が払われてきた。不断の開発努力は言を待たないが、技の習得と有効利用ができるエンジニアを増やす時期にきた、と感じている。習得目標を置きつつ、技術の階段を一步一步上るべきであろう。

本年から、著者らが所属する社会基盤工学専攻の学生教育で、非線形解析技術を実際に使い、その結果を適切に活用するという視点で、若手教官を中心とした新しい講義を起こす予定である (同時にいくつかの講義を廃止)。専攻内外で開発された非線形解析システム (動的構造応答、熱応力、流体、流体振動、寿命予測、河川流出、河海変形解析など) を集めて、工学上の諸問題に解決策を見つけていこう、使えるものは何でも使おう、とするものである。そして、解析対象となった事象を学生実験で再現し、仮想と現実の両者を見て、感覚 (違和感も含めて) を涵養してもらう。バーチャルの危うさと限界も、計算をした後にリアリティ (実験) を自らの手で認知することで、伝えることができよう。これが解析技術を進展させる原動力でもある。迷いや不安は多いが、試みてみたい。当然、非線形解析技術自体も、鍛えられて向上するであろう。併せて土木工学における技術の連携結合が図られることを望んでいる。

参 考 文 献

- 1) 石田：微細空隙を有する固体の変形・損傷と物質エネルギーの生成・移動に関する連成解析システム，東京大学学位論文，1999.3
- 2) Maekawa, Chaube, Kishi：Modelling of concrete performance, E&FN SPON, 1999
- 3) 石田，前川：物質・エネルギーの生成・移動と変形・応力場に関する連成解析システム，土木学会論文集，No.627/V-44, pp.13～26, 1999.8
- 4) 岸，前川：ポルトランドセメントの複合水和発熱モデル，土木学会論文集，No.526/V-29, pp.97～109, 1995
- 5) 石田，前川：物質移動則と化学平衡論に基づく空隙水のpH評価モデル，土木学会論文集，No.648/V-47, pp.203～215, 2000.5
- 6) 前川 ほか：鉄筋コンクリートの非線形解析の現況と耐震性能照査法の構築に向けた今後の取り組み，第2回鋼構造物の非線形数値解析と耐震設計への応用に関する論文集，pp.1～16, 1998.11
- 7) 福浦 ほか：非直交する独立4方向ひび割れ群を有する平面RC要素の空間平均化構成モデル，土木学会論文集，No.634/V-45, pp.177～196, 1999.11
- 8) 土屋 ほか：ねじりと曲げ/せん断力を交番載荷したRC柱部材の応答解析，コンクリート工学年次論文集，Vol.22, No.3, pp.103～108, 2000.6
- 9) Hauke, B. et al：Three-dimensional modelling of reinforced concrete with multi-directional cracking, Proc. of JSCE, No.634/V-45, pp.349～368, 1999.11

【2001年1月5日受付】



刊行物案内

第 10 回 プレストレストコンクリートの 発展に関するシンポジウム 論 文 集

(平成12年10月)

本書は，平成12年10月に淡路島で開催された標記シンポジウムの講演論文集です。

頒布価格：10 000円（送料600円）

体 裁：B5判，箱入り

内 容：特別講演2編（15頁），講演論文集173編（924頁）