

第5回 土木分野ではどのように使っているの？

講師：角本 周*1・正司 明夫*2

1. 実際はどのような場合に使っているの？

前回までは、FEMの基礎知識とPC構造物への代表的な利用方法の一部が紹介されました。今回は、土木分野における設計において、実際にどのような場合に、どのような観点からFEMを用いた解析が必要となり、いかにしてツールとして駆使しているのかを実際の解析例を交えながら説明します。

PC構造物の設計では、一般に、複雑な応力状態となるもの、橋梁を例に挙げると、PCケーブルの定着部やPCラーメン橋の柱頭部といったものを対象としてFEMを用いた解析を行います。言い換えれば、FEMは、骨組解析では正しくモデル化することができないものの設計によく使われていると言えます。また、解析の内容としては、通常的设计と同様に、線形解析が行われることが多いようです。

しかしながら、最近では、コンクリート構造物の破壊に対する安全性を確保するという観点から、ひび割れ後の挙動の解明や終局耐力の評価が重要な課題となっています。これらの課題に対しては、実構造物のモデル供試体による実験結果をもとに、FEMにおけるモデル化や解析手法を検証した後に、実際の構造物の設計・照査にFEMを用いるということがよく行われます。この場合、精度の良い解析を行うためには、非線形解析を行うことの必要性が高くなってきます。

非線形解析とは、大きく分けて、幾何学的非線形性を考慮した解析（有限変位解析）と、材料非線形性を考慮した解析があります。幾何学的非線形性とは、変形後の釣合いを考慮するものであり、変形を無視できない場合に適用するものです。一方、材料非線形性とは、ひび割れや鋼材の降伏などによる剛性低下を考慮するもので、終局挙動の評価には欠かせないものとなります。

今回は、実際の構造物の設計へのFEMの応用例を示すものですが、線形解析については前回までに取り上げられた解析事例の中でいくつか紹介されていますので、ここでは、非線形解析を行った解析事例を取り上げることにしました。

近年、鋼とコンクリートの両者の特徴を生かした合理的

な構造を有する複合橋として、波形鋼板ウェブPC橋の施工実績が増えつつあります。波形鋼板ウェブPC橋は、PC箱桁橋のウェブを波形形状に加工した鋼板に置き換えることによって、主桁自重の軽量化が図られたものです¹⁾。また、波形鋼板ウェブがアコーディオンのように伸縮する性質があるため、プレストレスの導入効率が高くなるという特徴があります。しかしながら、波形鋼板ウェブPC橋の終局挙動は、通常のPC箱桁橋とは異なって、ウェブがせん断座屈を起こすことが考えられています。波形鋼板ウェブPC橋の橋梁全体の安全性を確保するためには、波形鋼板ウェブのせん断座屈耐力を正確に評価することが重要であり、そのためには、複合非線形解析（幾何学的非線形性+材料非線形性）が必要となってきます²⁾。

また、近年、

- ① 軽快な曲線ラインが景観に調和する
- ② 桁下条件に左右されない

などの理由により、PC吊床版橋の施工実績が増加しています。PC吊床版橋は吊り構造ですので、基本的には、ケーブル理論により解析を行います。しかしながら、実際のPC吊床版橋は、吊床版取付け部（橋台と吊り支間部の結合部）が剛結合であるために、吊床版取付け部に局部的な曲げモーメントが作用します。剛結部に作用する曲げモーメントを正しく算出するためには有限変位解析が必要となります³⁾。

以上のことから、ここでは、波形鋼板ウェブPC橋とPC吊床版橋を解析事例として取り上げ、これらの設計にFEMがどのように用いられているのかについて説明することにしました。

なお、今回紹介します非線形解析については、読者の皆さまの興味の妨げにならないよう、数式等はできるだけ使わず、ごく簡単な説明に留めています。しかしながら、非線形解析には、高度な専門的知識と工学的判断が必要となります。非線形解析については、各種の参考書^{4)~8)}がありますので、それらを参考にして十分な基礎知識を養ったうえで解析に取り組まれることをお勧めします。

2. 波形鋼板ウェブ座屈解析

2.1 波形鋼板ウェブのせん断座屈について

波形鋼板ウェブPC橋の設計においては、波形鋼板ウェブ

*1 Meguru TSUNOMOTO：オリエンタル建設(株)福岡支店 技術部

*2 Akio SHOJI：オリエンタル建設(株)第二技術部

のせん断座屈耐荷力を正確に評価することが橋梁全体の安全性を確認するうえで重要な課題となります。以前は、Easley らの簡易な計算式でせん断座屈耐荷力を算出していました¹⁾。しかしながら、せん断座屈耐荷力が簡易計算式で正しく評価されているかどうかを確認する必要があります。その場合、複合非線形解析が非常に有効な手段となります。ここでは、実験結果とそのシミュレーションとして行った複合非線形解析結果を比較しながら、FEMによる座屈解析を説明します。

2.2 実験²⁾ および解析概要

実験供試体を図-1に示します。荷重載荷は2点載荷で行いました。

FEMにおける解析モデルを図-2に示します。解析時間を短縮するため、供試体の支間中央から片側半分をモデル化します。また、拘束条件としては、横倒れ座屈が起きないように、フランジの面外変形を拘束します。

解析条件の一覧を表-1に示します。座屈は、部材が面外に膨らんで安定が保てなくなった場合に起きる現象ですから、座屈解析をする場合には幾何学的非線形性(有限変位理論)を考慮する必要があります。非線形解析では、はじめに変位を仮定し、節点の変位や部材の変形が力の釣合いを満足するように、Newton-Raphson法などの反復法により、

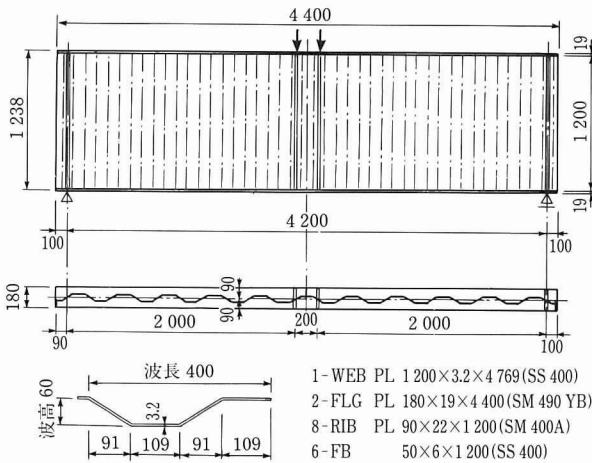


図-1 実験供試体

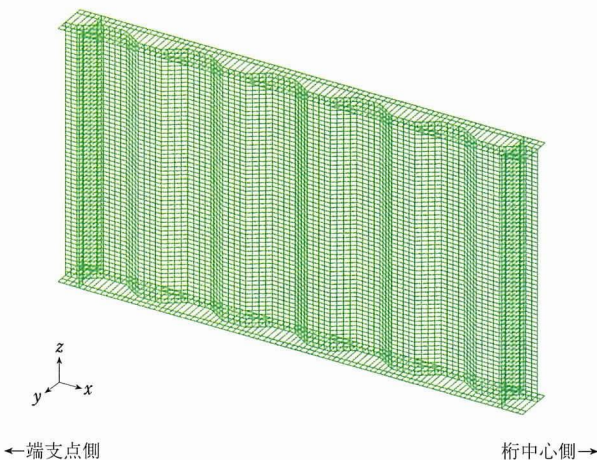


図-2 解析モデル

反復計算が実行されます。

また、波形鋼板ウェブは、波高や桁高によって、座屈する前に材料が降伏する可能性があるため、今回の解析ではウェブにのみ材料非線形性を考慮しています。降伏基準は、鋼部材で一般的に用いられる von Mises 型を適用しています。von Mises の降伏曲面を図-3に示します。von Mises 型とは、多軸応力状態にある応力が図に示す降伏曲面に達したら、部材が降伏したことを表す一つの材料モデルです。この場合の多軸応力状態は、von Mises の相当応力として、3主応力の関数で表します。また、応力-ひずみ曲線は、図-4に示すように、変曲点を複数設定することが可能なモデルでモデル化しています。これは、応力-ひずみ関係をウェブ鋼材のミルシートにできるだけ一致させるためであり、座屈耐荷力および変形挙動を精度良く解析するうえではたいへん重要なこととなります。

表-1 解析条件

使用要素	要素種類	4 節点シェル要素
	要素特性	非線形要素
	積分点	面内 2×2=4点 板厚方向 5層
解析仕様	応力評価点	積分点
	荷重制御法	強制変位
	求解法	Newton-Raphson 法
	収束判定法	残差エネルギー
材料非線形	幾何学的非線形解析手法	Total Lagrange 法
	応力-ひずみ曲線	マルチリニア型(ウェブのみ)
	降伏基準	von Mises 型

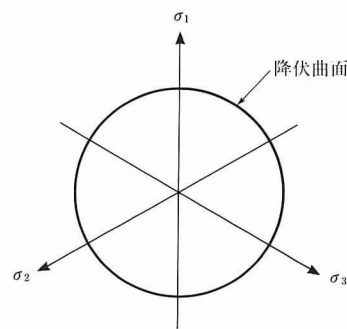


図-3 von Mises の降伏曲面

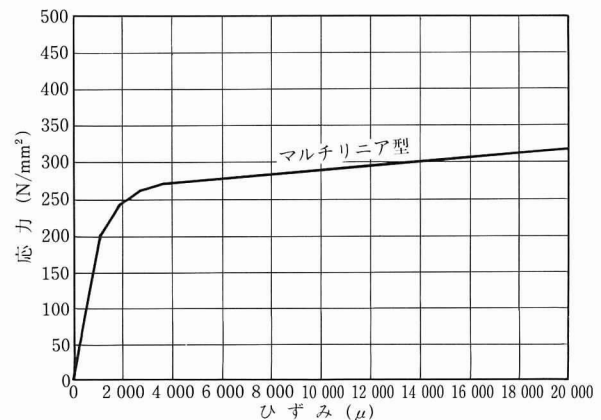


図-4 応力-ひずみ関係(ウェブ)

2.3 解析結果

荷重—鉛直変位関係を図-5に示します。実験結果および解析結果ともに、鉛直変位6mm程度までは線形の関係にあり、その後徐々に剛性が低下していき、座屈に至るという破壊形態となりました。最大荷重すなわち座屈耐荷力は、ともに1200kN程度であり、実験結果と解析結果は比較的良好に一致する結果となりました。一方、最大荷重時の鉛直変位は、実験結果に比べて解析結果が若干大きい結果となっています。変形については、さらに検討する必要がありますが、今回の解析事例は、波形鋼板ウェブの座屈耐荷力に着目したものですから、波形鋼板ウェブの設計にFEMを反映するうえでは、妥当な解析結果が得られたということが言えます。

最大荷重時の面外方向変位を、変形図とコンター図で、それぞれ図-6、7に示します。座屈形状としては、数枚の波パネルを跨ぐように座屈しておりますが、これは連成座屈(局部座屈+全体座屈)と呼ばれる座屈形状であることが分かります。

図-8~10に、最大荷重時の各部材の von Mises 相当応力を示します。von Mises の相当応力が降伏点強度(この場合 270 N/mm²)を超えた場合、その部材は降伏していると判定することができます。図-8より、ウェブは、ほとんどの領域が降伏していることが分かります。先ほど示した図-5の荷重—鉛直変位関係において、剛性が徐々に低下していったのは、ウェブが徐々に降伏していったためであると考えられます。このように、材料が降伏した後に部材が座屈に至ることを塑性座屈と呼び、逆に材料が弾性領域にありながら座屈に至ることを弾性座屈と呼びます。通常的设计では、弾性座屈は脆性的な破壊に至るため、塑性座屈となるように波形鋼板ウェブを設計します。

なお、最大荷重時のフランジおよびリブの応力状態を表したものが、図-9、10です。フランジおよびリブは、荷重載荷点において、降伏点強度を超える局所的な応力が生じています。今回は、座屈耐荷力に与える影響がないことを確認したうえで、フランジおよびリブを線形要素でモデル化していますが、場合によってはこれらも非線形要素とする必要があります。

実際の波形鋼板ウェブPC橋では、波形鋼板ウェブの上下にコンクリート床版が付いています。そこで、波形鋼板ウェブの設計へのFEMの適用を検討する際には、次のス

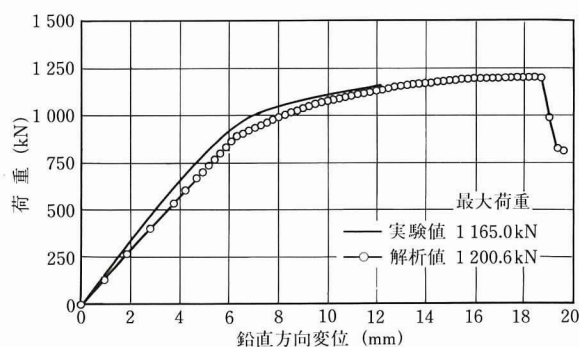


図-5 荷重—鉛直変位関係

トップとして、コンクリート床版が付いた実験供試体による実験とシミュレーション解析を行います。参考のため、図-11にコンクリート床版付きの解析モデルと最大荷重時の面外方向変位を示します。解析結果の詳細は省略しますが、ここでもFEMによる解析結果と実験結果が一致することを確認できれば、FEMにおける解析手法の妥当性が確認されたことになり、実橋の波形鋼板ウェブの形状を決定する際にもFEMを適用することができます。なお、波形鋼板

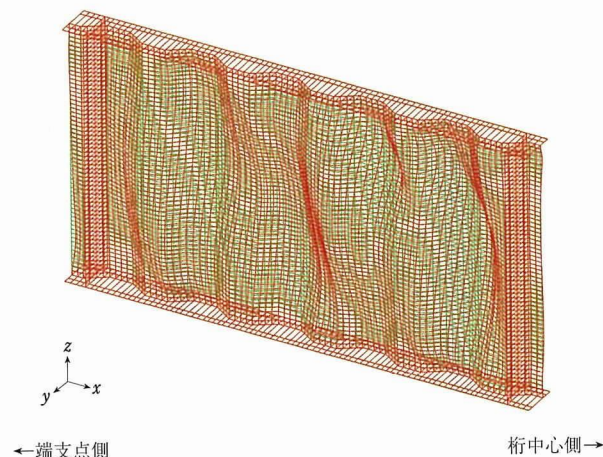


図-6 最大荷重時面外方向変形図

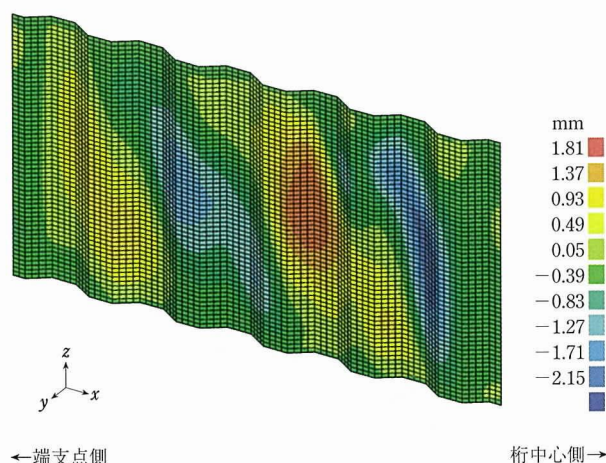


図-7 最大荷重時面外方向変位コンター図

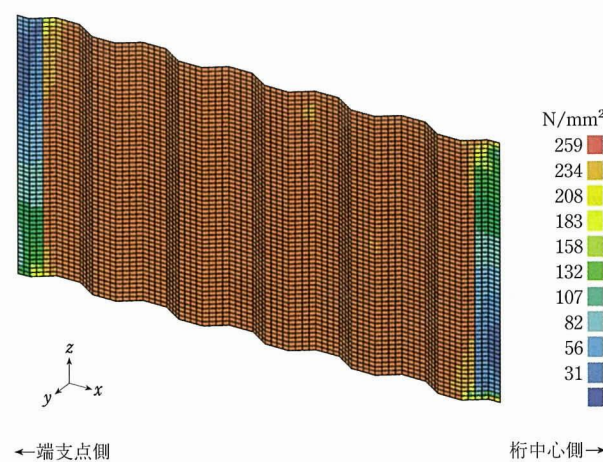


図-8 最大荷重時ウェブ von Mises 応力

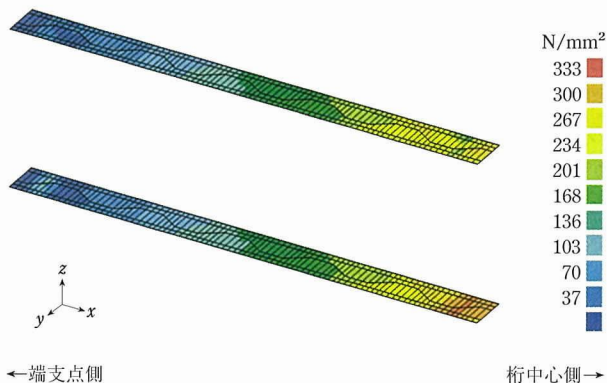


図-9 最大荷重時 フランジ von Mises 応力

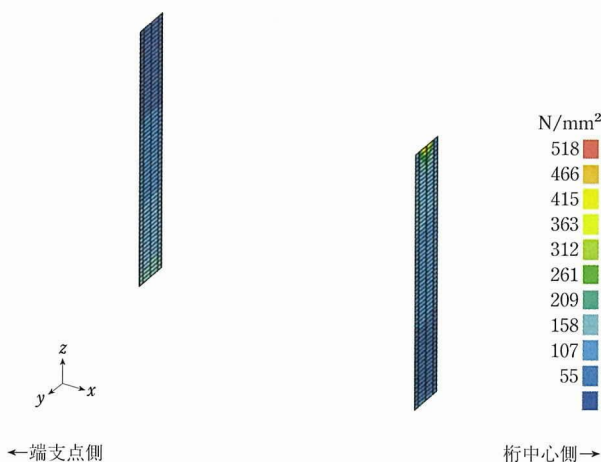


図-10 最大荷重時 リブ von Mises 応力

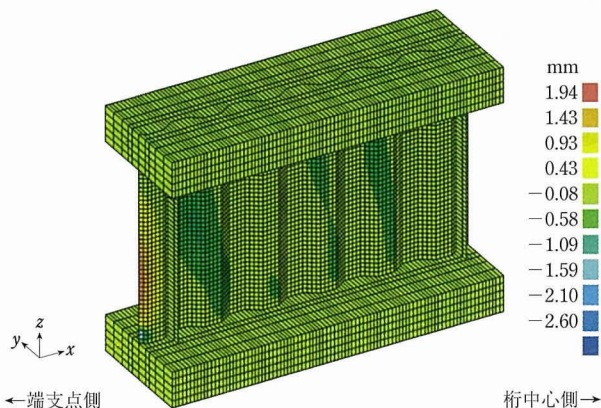


図-11 コンクリート床版付き波形鋼板ウェブの解析モデルと面外方向変位

ウェブPC橋のような複合構造物においては、鋼とコンクリートの接合部のモデル化や境界条件の設定によっては、解析結果が変わることもありますので、接合部のモデル化も十分に検討する必要があります。

3. PC吊床版橋有限変位解析

3.1 PC吊床版橋の設計

PC吊床版橋とは、吊橋の吊りケーブルと補剛桁が一体となった構造です。吊り構造ですので、通常の設計は、基本的にはケーブル理論で行います³⁾。ケーブル理論の基本式を式(1)に、ケーブル理論における解析モデルを図-12に示

します。

$$H = \frac{w \cdot L^2}{8 \cdot f} \dots\dots\dots(1)$$

ここで、 H ：作用水平力、 w ：等分布荷重、 L ：吊り支間、 f ：サグです。ケーブル理論では、部材に生じる断面力は軸力が支配的であると見え、端部の支持条件はピン結合として考えています。

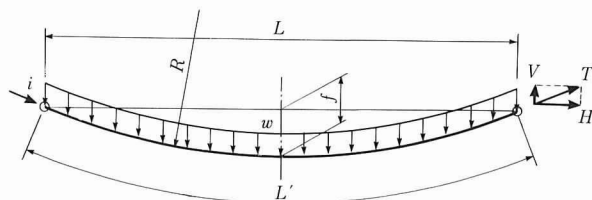


図-12 ケーブル理論における解析モデル

しかしながら、PC吊床版橋でよく問題となることは、図-13に示すように、吊床版取付け部の床版下縁に過大なひび割れが発生しやすいことです。これは、最近のPC吊床版橋の床版端部は、構造を簡素化するために剛結合とすることが多いのですが、この場合、吊床版取付け部には局部的に大きな曲げモーメントが発生するからです。

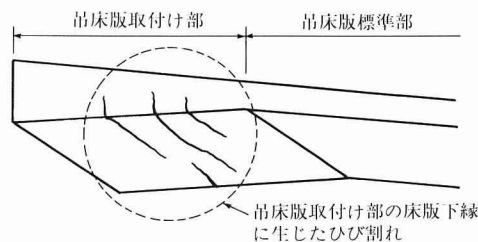


図-13 吊床版取付け部に生じるひび割れ状況

吊床版取付け部の局部的な曲げモーメントに対する設計には、有限変位解析が非常に有効な手段となります。ここでは、吊床版取付け部の設計にFEMを利用する例を紹介します。

3.2 検討対象橋梁

図-14に、検討対象とするPC吊床版橋の構造一般図を示します。床版断面内には、床版自重を負担する1次ケーブルと、橋面荷重や活荷重に対するプレストレスを床版に導入する2次ケーブルが配置されます。

なお、実際のPC吊床版橋は、耐風安定性を考慮してフェアリングと呼ばれる三角形形状の突起を取り付けますが、ここでは、ケーブル理論とFEMによる有限変位解析の結果を比較しやすいように矩形断面を考えます。

また、通常のPC吊床版橋の床版断面は、プレキャスト部と後打ちコンクリート部で構成されていますが、ここではモデルを簡単にするため、その区別をしていません。したがって、実際のPC吊床版橋の設計にFEMを適用する場合には、実際の断面構成および施工段階を考慮する必要があります。

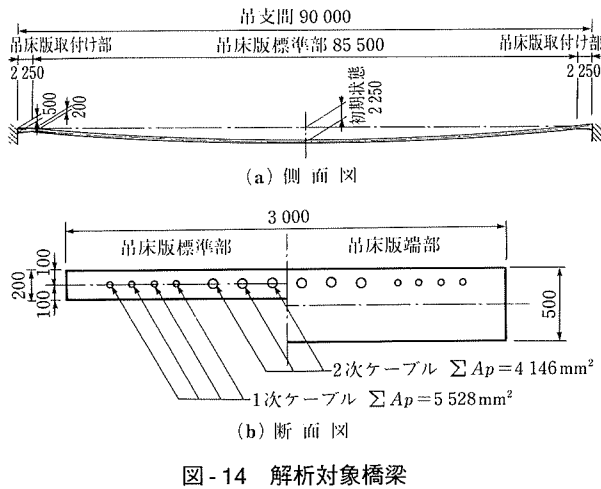


図-14 解析対象橋梁

3.3 解析概要

(1) 段階施工解析と解析モデル

PC吊床版橋の設計に用いる場合のFEMでは、施工順序を考慮した解析を行います。FEMにおける解析段階と荷重の一覧を表-2に示します。なお、表に示した各荷重は、順に累計していくものとします。すなわち、この後の解析結果で示す温度低下時とは、クリープ・乾燥収縮終了後の状態に、活荷重と温度低下を組み合わせたものを表します。

表-2 解析段階と考慮する荷重

解析段階	段階モデル	荷重
Phase 1	ph 1	初期状態 (1次ケーブル架設・自重載荷) ・初期水平力=6 615 kN ・自重=14.700kN/m
Phase 2-1	ph 2	・2次ケーブルプレストレス導入=4 611.6kN
Phase 2-2	ph 2	・橋面荷重=2.350 kN/m
Phase 2-3	ph 2	・クリープ係数=2.6 ・乾燥収縮ひずみ=20×10 ⁻⁵
Phase 2-4	ph 2	・活荷重=4.000 kN/m
Phase 2-5	ph 2	・温度変化=-15℃

FEMにおける解析モデルを図-15に示します。解析段階 Phase 1 では、1次ケーブルと床版が一体となっていない状態 (付着していない状態) を想定し、これを初期状態とします。解析モデルとしては1次ケーブルをモデル化します。

解析段階 Phase 2-1 以降は、1次ケーブルと床版が一体となった状態を想定します。解析モデルとしては、解析段階 Phase 1 における荷重載荷後の1次ケーブルの座標をもとにして床版をモデル化します。このとき、床版は梁要素でモデル化しますが、梁要素を構成する節点の座標は床版の図心を通るように設定します。また、梁要素は、任意の断面をもつものとして扱いますので、それぞれの節点における断面寸法も入力します。拘束条件としては、床版端部を完全固定とします。また、1次ケーブルと床版が完全付着となるので、それらの節点を結合します。

2次ケーブルはポストテンション方式で緊張力を与えますので、緊張時に付着がなく、緊張後に完全付着として扱うようにモデル化する必要があります。ここでは、埋込み鉄筋要素と呼ばれる要素を使用して2次ケーブルをモデル化し

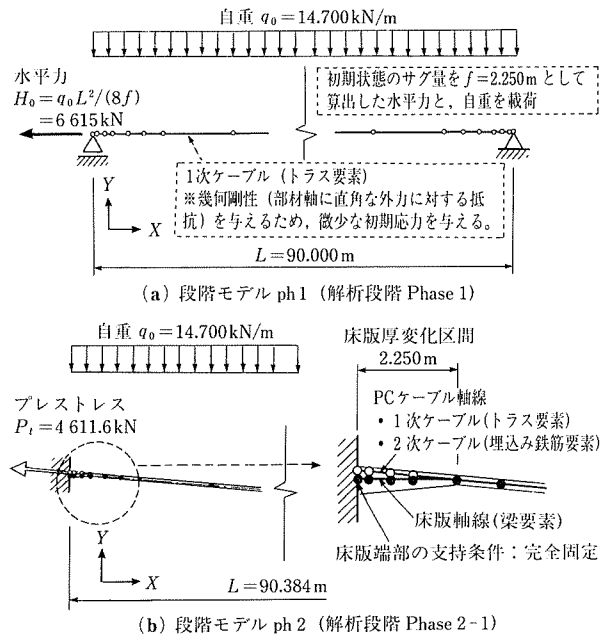


図-15 解析モデル

ています。埋込み鉄筋要素は、母要素 (この解析では梁要素) に埋め込んで使用し、それ自体に独立した自由度はもたない要素であり、緊張の前後において、付着の有無の切替えが可能なものです。

(2) 解析条件

FEMにおける解析条件の一覧を表-3に示します。PC吊床版橋のように非常に大きな変形を生じる場合には、幾何学的非線形性を考慮した解析 (有限変位解析) を行います。また、ここでは、より合理的な設計を行うために、コンクリートの材料非線形性 (ひび割れによる剛性低下) を考慮した解析手法も適用しています。これは、吊り支間が長いPC吊床版橋では、吊床版取付け部のコンクリートを全断面有

表-3 解析条件

要素	要素種類	3 節点梁要素 (曲線)
		要素特性
床版	積分点	部材軸方向 2 点 断面高さ方向 11層~17層
	要素種類	3 節点トラス要素 (曲線)
1次ケーブル	要素特性	弾性要素
	積分点	2 点
2次ケーブル	要素種類	埋込み鉄筋要素
	要素特性	弾性要素
鉄筋	積分点	2 点
	要素種類	埋込み鉄筋要素
鉄筋	要素特性	弾性要素
	積分点	2 点
解析仕様	応力評価点	積分点
	求解法	Newton-Raphson 法または修正 Newton-Raphson 法
	収束判定法	残差力・残差変位
	幾何学的非線形解析手法	Total Lagrange 法
材料非線形	ひび割れモデル	分散型
	引張軟化	brittle 型
	せん断伝達	一定値

効として解析すると、吊床版取付け部の曲げモーメントが過大になり、補強鋼材量が多くなるためです。

解析では、ひび割れの発生が予想される吊床版取付け部およびその近傍において、軸方向鉄筋をモデル化し、コンクリートの引張軟化特性には図-16(a)に示した brittle 型を適用します。その結果、鉄筋の引張応力度が算出され、これを照査することによって引張鉄筋を決定することができます。なお、鉄筋は、実際に連続していると見なすことができる鉄筋をモデル化します。図-17に、この解析で考慮した、吊床版取付け部およびその近傍における鉄筋の配置を示します。

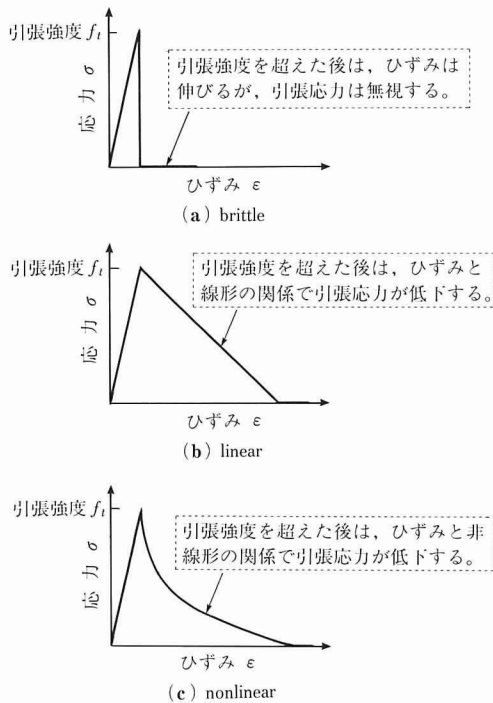


図-16 引張軟化特性

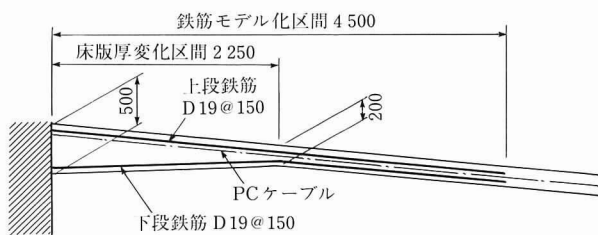


図-17 吊床版取付け部近傍の鉄筋配置

3.4 解析結果

サグおよび水平力の解析結果を表-4に示します。また、表には、ケーブル理論による計算結果を付記します。クリープ・乾燥収縮と、活荷重+温度低下の段階において、サグの増分量に若干の差がありますが、他の段階では比較的良好に一致しています。なお、今回の解析では、ケーブル理論とFEMによる解析結果を比較しやすくするために、初期状態(Phase 1)においてケーブル理論とFEMに同じ水平力を与えています。ただし、実際の設計では、クリープ・乾燥収縮終了後のサグが設計条件で与えられる基本サ

グとなるように、1次ケーブルと2次ケーブルの初期緊張力を調整して、繰返し計算を行います。

次に、FEMによる解析結果として、温度低下時における吊床版取付け部およびその近傍の鉄筋応力度のコンター図を図-18に示します。また、各解析段階の応力状態を図-19に示します。図に示すように、最下段鉄筋の引張応力度は、床版端部が他の領域よりも若干大きい結果となっていますが、この応力分布および最大応力度は吊床版取付け部

表-4 サグおよび端部水平力

解析段階		ケーブル理論		FEM	
		サグ量 (m)	端部水平力 (kN)	サグ量 (m)	端部水平力 (kN)
Phase 1	初期状態	2.250	6 615	2.258	6 615
Phase 2-1	プレストレスの導入	2.101	7 084	2.103	7 200
Phase 2-2	橋面荷重	2.136	8 082	2.141	8 172
Phase 2-3	クリープ・乾燥収縮	1.872	9 222	1.914	9 235
Phase 2-4	活荷重	1.941	10 981	1.985	10 905
Phase 2-5	温度-15℃低下	1.844	11 558	1.941	11 176

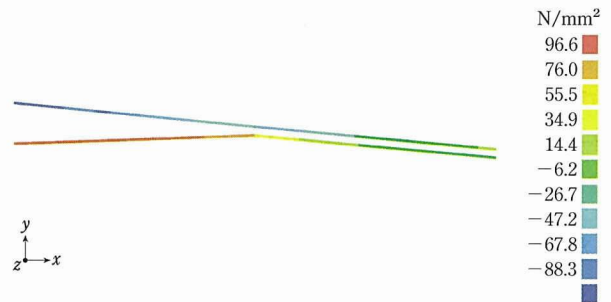
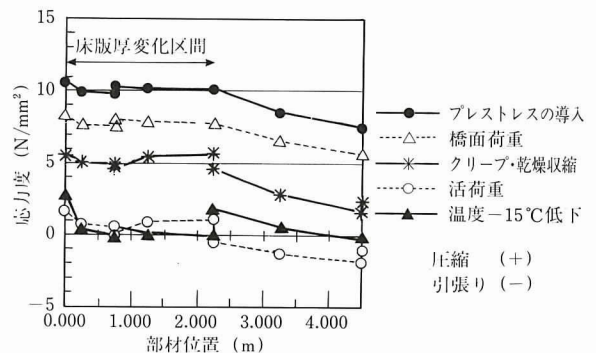
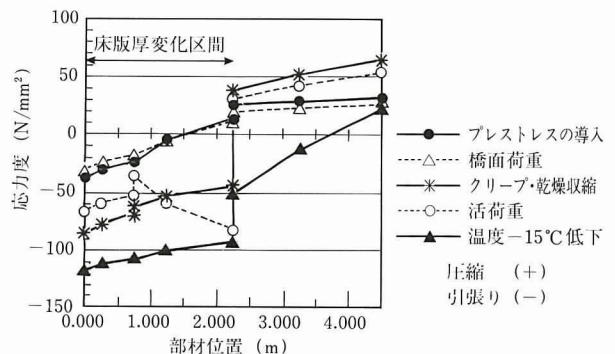


図-18 温度低下時の鉄筋応力度



(a) 床版上縁のコンクリート応力度 (累計値)



(b) 床版下段の鉄筋応力度 (累計値)

図-19 吊床版取付け部近傍の応力状態 (端部床版厚500 mm)

の形状によって異なってきます。今回は、端部床版厚を500 mmにした場合の解析結果を示しましたが、これは、次に示すように、端部床版厚をパラメーターとした解析をした結果を反映させたものです。

端部床版厚を350 mm, 500 mm, 650 mmの3通りにした場合の吊床版取付け部、およびその近傍の応力状態を図-20に示します。解析結果は、最も応力状態が厳しい解析段階を比較するものとし、床版上縁のコンクリート圧縮応力度はプレストレス導入の段階において、また、床版下段の鉄筋引張応力度は温度低下の段階において比較します。最大応力度は、端部床版厚が厚いケースほど吊床版取付け部の前方に移行することが分かります。また、端部床版厚500 mmのケースが最も応力分布が均等となり、また最大応力度も小さくなることが分かります。FEMによる非線形解析を行えば、このようにして最適な吊床版取付け部形状の設計

が可能となります。

4. おわりに

今回は、土木分野の設計におけるFEMの応用例として、波形鋼板ウェブPC橋とPC吊床版橋を取り上げ、これらの設計にFEMがどのように用いられているのかを説明してきました。

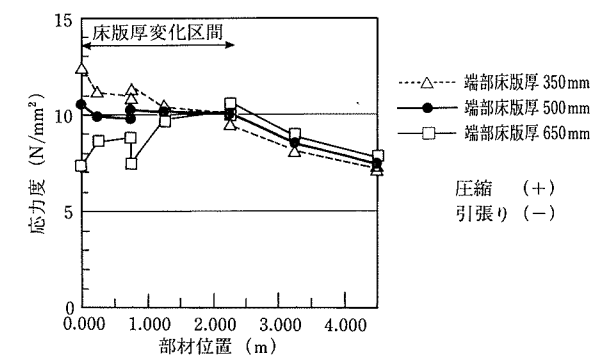
現在のところ、FEMは前回までの講座で紹介されているような、骨組モデルでは把握できない局所的な応力状態を知るために用いることが多いようです。しかしながら、今後は、以下のような場合にもFEMがより多く用いられるようになると考えられます。

- ① 波形鋼板ウェブPC橋の解析事例のように、実験結果と比較して解析方法を検証した後に、実績の少ない構造物の設計に用いる。
- ② 大掛かりな実物大実験や動的載荷実験の代替手段として用いる。
- ③ PC吊床版橋の解析事例のように、従来の設計手法では解決できなかった問題に対処するために用いる。

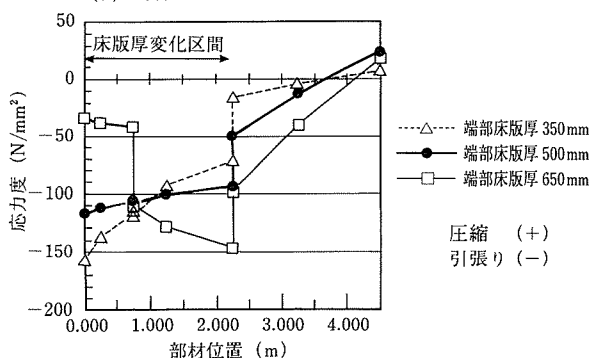
このように、FEMは合理的な構造物を設計、検討するうえで、ますます用いられる解析手法であると言えます。ただし、FEMをより広範囲に、かつ適切に用いるためには、FEMや非線形解析の基礎理論をしっかりと抑えることは言うまでもなく、結果の妥当性を判断できる工学的な視野を養う必要があります。そのためには、まず、小さなモデルでテストをすること、あるいは数式による理論解や複数の解析プログラムによる解と比較することなどが重要かと思われます。

参考文献

- 1) 波形鋼板ウェブ合成構造研究会：波形鋼板ウェブPC橋計画マニュアル(案), 1998.12
- 2) 角谷・青木・富本・狩野：波形鋼板ウェブのせん断耐力評価, プレストレストコンクリート, Vol.43, No.1, pp.96~101, 2001
- 3) PC技術協会：PC吊床版橋設計施工規準(案), 2000.11
- 4) 日本コンクリート工学協会：コンクリート構造物の設計にFEM解析を適用するためのガイドライン, 1989.3
- 5) 日本鋼構造協会：構造工学における有限要素法の理論と応用, 1986.6
- 6) 田邊・檜貝・梅原・二羽：コンクリート構造, 朝倉書店, 1992.6
- 7) W.F.Chen：コンクリート構造物の塑性解析, 丸善, 1985.7
- 8) 山田：有限要素法の基礎と応用シリーズ6「塑性・粘弾性」, 培風館, 1980.12



(a) 床版上縁のコンクリート応力度 (累計値)



(b) 床版下段の鉄筋応力度 (累計値)

図-20 端部床版厚をパラメーターとした吊床版取付け部近傍の応力状態