

# 第1回 耐震解析法あれこれ!?

## —歴史から解析方法の紹介—

講師：須田 隆文\*1、中井 章裕\*2

### はじめに

日本は世界有数の地震国で、古くからたびかさなる地震による被害に遭い、そのたびに耐震設計技術も進歩してきました。しかしながら、1995年1月17日に発生した兵庫県南部地震は、近代日本が経験した最大級の地震で、土木構造物に甚大な被害が生じました。この出来事が今までの耐震設計手法を大きく変える契機になり、その後の耐震設計には、構造物にある程度の損傷を許す設計法が導入され、その計算には非線形解析法が用いられるようになりました。この非線形解析法を用いるには、複雑かつ高度な計算技術が必要とされますが、コンピュータの進歩も相まって、橋梁全体系レベルの複雑な構造物の地震挙動まで解析可能となりました。そこで今回は、これから耐震設計に取り組もうとする技術者を対象に、耐震設計に用いられている解析手法およびその考え方について説明を行います。

### 1. 耐震設計法の変遷

まずは今まで道路橋に用いる耐震設計法がどのように変遷してきたかについて簡単に説明します。

#### (1) 1980年（昭和55年）5月

この時点から耐震設計に必要な項目が一冊にまとめられ、「道路橋示方書・耐震設計編」として出版されました。解析に関係する主なものを挙げると以下のとおりです。

- ① 耐震設計上の地盤種別を、地震動の増幅特性を表わす地盤の特性値によって区分します。この時点では、地盤種別は1種地盤から4種地盤までの4区分に分割されていました。
- ② 耐震設計上の地盤面より下部構造天端までの高さが15mを越える橋脚を有する橋の耐震設計には、動的応答を考慮した修正震度法を適用することとしました。また、橋の固有周期算定方法および橋の固有周期に依存する設計水平震度を算出するための補正係数を改訂しました。これにより震度法を用いた場合にも動的特性の影響が加味されました。
- ③ 動的解析に用いる入力地震動について以下のように規定されました。  
「時刻歴応答解析法に用いる設計地震入力は、架橋地点の地盤条件に適した過去の強震記録の中から、橋の特

性および地震動の特性を考慮して選定するものとする」ただし、明確には地震記録は規定されておらず、1968年5月の十勝沖地震記録などさまざまな地震記録が用いられていました。

#### (2) 1990年（平成2年）2月

この改訂で初めて鉄筋コンクリート橋脚に対する地震時保有水平耐力法の考え方が導入され、兵庫県南部地震が発生するまで使用されていました。この時点で改訂された主な項目は以下のとおりです。

- ① 従来の震度法と応答を考慮した修正震度法を一つにとりまとめ、これを改めて震度法として規定しました。よって、現在の震度法には構造物の応答が考慮されています。
- ② 耐震設計上の地盤種別について、従来の2種地盤と3種地盤を一つに統合し、地盤種別を4区分から3区分にするとともに、設計水平震度を算出するための地

1978年6月	宮城県沖地震 M7.4
1980年5月	道路橋示方書V耐震設計編 出版 → 4区分の地盤種別、修正震度法の導入、入力地震動規定改定
1983年5月	日本海中部地震 M7.7
1990年2月	道路橋示方書V耐震設計編 改訂 → 地震時保有水平耐力法の導入（RC橋脚）、震度法の規定改定、 → 3区分の地盤種別、入力地震動の規定
1992年10月	建設省道路橋の免震設計法マニュアル(案) 発行 → 免震装置の耐震設計法および構造細則の提示
1993年7月	北海道南西沖地震 M7.8
1995年1月6月	兵庫県南部地震 M7.2 「兵庫県南部地震により被災した道路橋の復旧に係る仕様」の準用に関する参考資料(案) → 変形性能を考慮した耐震設計、 → 動的解析に兵庫県南部地震の地震記録を使用
1996年12月	道路橋示方書V耐震設計編 改訂 → 鉄筋コンクリート橋脚以外にも地震時保有水平耐力法を適用 → 非線形動的解析法の導入
2001年3月	芸予地震 M6.4
2002年3月	道路橋示方書V耐震設計編 改訂 → 性能照査型設計法への移行

図-1 供試体の形状・寸法

\*1 Takafumi Suda：日本電子計算(株) 科学技術事業部 建設技術システム部 解析第一グループ グループマネージャー

\*2 Akihiro Nakai：日本電子計算(株) 科学技術事業部 建設技術システム部 解析第一グループ

盤別補正係数を改めました。

③ 鉄筋コンクリート橋脚の地震時変形性能に関する規定を、地震時保有水平耐力を基本とする照査法に改めました。ただし、1本柱形式の鉄筋コンクリート橋脚のみを対象としました。

④ 従来明確な規定のなかった動的解析に用いる入力地震動を規定するとともに、動的解析により安全性の照査を行う規定が新たに設けられました。この改訂版で初めて以下の地震加速度記録の数値が示方書に提示されました。

I種地盤：修正開北橋記録（1978年宮城県沖地震）

II種地盤：修正板島橋記録（1968年日向灘沖地震）

III種地盤：修正津軽大橋記録（1983年日本海中部地震）

(3) 1992年（平成4年）10月

建設省道路橋の免震設計法マニュアル（案）

このマニュアルでは、1990年版道路橋示方書V耐震設計編『8章 地震の影響の低減を期待する構造』のうち、慣性力の低減を期待する構造を対象として、免震装置を用いて橋の慣性力の低減を期待する場合の耐震設計法および構造細則が示されています。ここで提示された時刻歴応答解析法に用いる地震入力記録が現在のタイプI地震動の原型です。

(4) 1995年（平成7年）6月

「兵庫県南部地震により被災した道路橋の復旧に係る仕様」（以下、復旧仕様という）の準用に関する参考資料（案）

この資料は震災後の既設橋梁の補強や一部の新設橋梁の設計を円滑にできるようまとめられたものであり、設計計算例とこれを行う際に参考となる補足事項が示されています。現在使用している道路橋示方書の基礎をなすもので、ここで取り入れられた主な項目は以下のとおりです。

① 橋全体系のねばり（変形性能）を向上させる耐震設計を行うこととなりました。

② 兵庫県南部地震に余裕をもって耐えられる構造であることを動的解析によって照査します。入力地震動の設定に際しては、兵庫県南部地震により地震記録が観測された地点の地盤条件等を考慮して、

I種地盤：神戸海洋気象台の記録

II種地盤：JR西日本鷹取駅の記録

III種地盤：東神戸大橋の記録が用いられています。

(5) 1996年（平成8年）12月

この道路橋示方書は復旧仕様を基本としており、初めて非線形動的解析法による照査の項目が導入されました。主な項目は以下のとおりです。

① 現在までに観測された最も強い地震動として1995年兵庫県南部地震による地震動を考慮することとし、内陸直下型地震動（タイプII地震動）を従来の設計地震動に加えて新たに規定しました。

② 従来の震度法による耐震設計を踏襲するとともに、地震の影響の大きい橋脚、基礎、支承部、落橋防止システムなどの構造部材等は地震時保有水平耐力法により耐震設計するように改められました。これにより、従来コンクリート橋脚のみに採用されていた地震時保有水平耐力法による照査が他の鋼製橋脚、基礎などの部材に対しても適用されるようになりました。

③ 「構造部材の非線形性の効果を取り入れた橋の地震時の挙動を適切に把握するためには動的解析が必要とされる」。こうした点を考慮し、動的解析に用いる入力地震動を規定するとともに、解析モデルおよび解析法、動的解析による安全性の照査に関する規定を改めました。

(6) 2002年（平成14年）3月

今年春に発刊された道路橋示方書V耐震設計編では、

- ・国際化（市場開放、海外との技術交流、ISO）への対応
- ・多様な構造、工法への対応
- ・維持管理、耐久性の重視
- ・コスト縮減等の成果の早期導入

を目的として「性能照査型設計法」へと改訂されました。その基本方針は以下のとおりです。

① 橋の耐震設計は、設計地震動のレベルと橋の重要度に応じて、必要とされる耐震性能を確保することを目的として行うよう改めました。

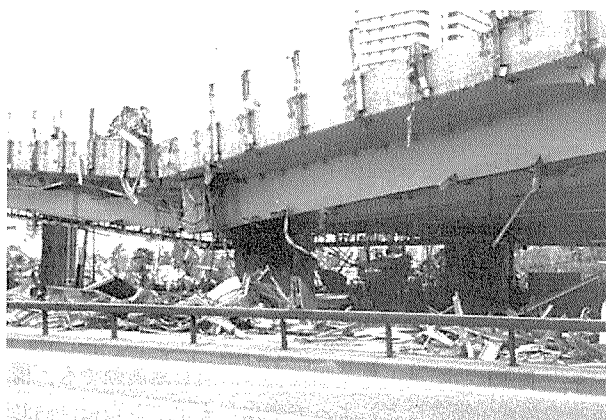
② 耐震設計にあたっては、地形・地質・地盤条件、立地条件等を考慮して、耐震性の高い構造形式を選定するとともに、橋を構成する各部材および橋全体系が必要な耐震性を有するように配慮することが義務づけられました。

## 2. 耐震解析法の分類

耐震設計を行う場合の解析法は、静的解析法と動的解析法の2つに大別されます。本来、地震動は動的現象であり、構造物の応答も時間とともに変化するため、動的解析法を用いるのが本来の姿だと言えます。しかし、構造物の耐震設計においては、動的解析法は煩雑すぎるため、地震時挙動が複雑である場合を除いて静的解析法による耐震計算が行われてきました。

橋梁の耐震設計で用いられている主な静的解析法と動的解析法は以下のように分類することができます。

ここで各解析手法の説明に入る前に「震度」<sup>註1</sup>について考えてみましょう。



阪神高速道路3号神戸線

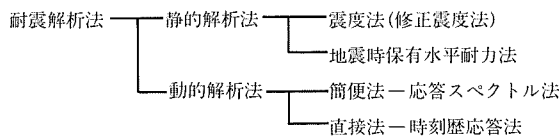


図-2.1 耐震解析法の分類

地震が発生したとき、構造物に作用する力（地震力）とは何か？と聞いたとき、皆さんは何かしらの横方向に作用する力であると直感的に想像されると思います。では、物理学的にはどのような力なのか？という質問に答えられる人は案外少ないかもしれません。ここで、静的な問題に置き換えられた地震力について少々大雑把な表現をすると、「地盤の揺れによって引き起こされる構造物の水平方向の慣性力である」と説明することができます。これは、地盤の揺れ（地盤面の加速度）≠ 構造物に作用する慣性力（応答加速度）ということであり、耐震設計では非常に重要な意味をもちます。

極端な話をすれば、仮に大規模な地震が発生し地盤に大きな加速度が加わったとしても、実際に構造物に生じる慣性力が小さければ被害がほとんど生じないということになるのです。

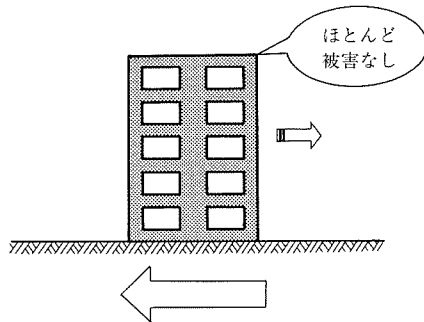


図-2.2 構造物に作用する慣性力

耐震設計では、地震時の地盤面の加速度は伝統的に gal（ガル：1 gal = 1.0 cm/s<sup>2</sup>）で表記します。重力加速度は、9.80665 m/s<sup>2</sup>ですので、980 gal はほぼ重力加速度と等しいこととなります（これを1Gともいいます）。ガルはガリレオ・ガリレイ（Galileo Galilei）の名前に由来しているそうです。

一方、地震時に構造物が応答する加速度は、これと区別して震度で表します。震度は、構造物に作用する慣性力を重力加速度で除したもので、単位は無次元になり、設計水平震度として評価されます。表記の仕方はそれぞれ違いますが、どちらも加速度を意味していることを覚えておいて下さい。通常、震度法（修正震度法）では設計地震動として0.2程度の設計水平震度の地震を想定し、地震時保有水平耐力法では設計水平震度1.0～2.0の大規模な地震を想定しています。

それではこれより、耐震設計に用いられる各解析手法について説明いたします。

注1) 耐震設計で用いている「震度」は、地震の時に一般的に用いられている震度とは異なります。通常地震時で用いられてい

る震度とは、震度計で測った地震の加速度などから揺れの度合いを10階級（0, 1, 2, 3, 4, 5弱, 5強, 6弱, 6強, 7）に分けた「気象庁震度階級」のことを指します。10階級に改正されたのは1996年で、それ以前は、「お、地震だ」「うわ、地震だ」と思ったら震度3程度で、「あれ、地震かな」「あ、地震だ」は、震度1か2程度と測定者の体感や建物の倒壊率などで震度を決めていました。

### 3. 静的解析法

静的解析法は、物体が静止していると仮定して、外力との釣り合い条件を満足する変形や断面力を求める手法であり、式で表すと次式のようにになります。

$$F = ku \quad \text{式(3-1)}$$

上式はフックの法則と呼ばれ、 $u$ は変位、 $k$ は比例定数（バネ定数等）、 $F$ は力を表します。

以下に式（3-1）を用いた各種静的解析法の考え方を示します。

#### 3.1 震度法（修正震度法）

震度法では、

設計地震力  $F = (\text{構造物の重量 } W) \times (\text{設計水平震度 } k_h)$

$$\text{式(3.1-1)}$$

の関係を用いて、構造物の耐震計算を行います。

設計水平震度は、先ほども述べたように、構造物の耐震設計で考えるべき地震動の大きさを表す無次元係数です。設計水平震度は地域や地盤などの特性には依存しますが、もともと構造物自体の動的特性には無関係に設定していました。ちなみに1980年に制定された「道路橋示方書」では、建設地域、地盤条件および重要度に応じて、耐震設計上の地盤面より下部構造天端までの高さが15 m以下の橋脚には次のように定められていました。

$$k_h = \nu_1 \cdot \nu_2 \cdot \nu_3 \cdot k_0 \quad \text{式(3.1-2)}$$

ここに、

$k_h$  : 設計水平震度

$k_0$  : 標準設計水平震度 (0.2)

$\nu_1$  : 地域別補正係数

(地域区分 C : 0.7, B : 0.85, A : 1.0)

$\nu_2$  : 地盤別補正係数

(1種 : 0.9, 2種 : 1.0, 3種 : 1.1, 4種 : 1.2)

$\nu_3$  : 重要度別補正係数 (1級 : 1.0, 2級 : 0.8)

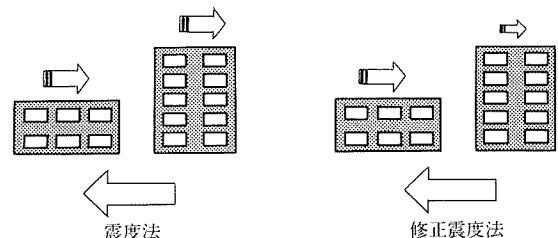


図3.1-1 震度法と修正震度法

一方、構造物が応答する加速度は、同じ地震動でも、構造物の形式・高さなどによって変化します。さらに、同じ構造物内においてもこの加速度は変化し、また、設計水平

震度は構造物のねばり強さにも関係すべきものであるとの考え方がしだいに確立されてきました。

このように、構造物の動的な特性を考慮して設計水平震度が定められるべきとの考えから、1980年以降、15mを超える橋脚を有する橋梁に対しては、修正震度法の考えが導入され、以後用いられています。

構造物の応答加速度は構造物の固有周期によって異なりますが、その変化の様相は入力地震動によっても影響されます。その程度は地震の規模、震央距離と地盤の影響を加味した応答スペクトルとして示すことができます。構造物の固有周期から、各周期に対応する補正係数を求め、これを震度法の標準震度に乘じた値を設計水平震度とすれば、構造物の動的特性を考慮した設計水平震度を定めることができます。1990年に改訂された示方書では、構造物の動的特性の影響を固有周期別補正係数として加味し、震度法レベルにおける設計水平震度は次のように定められました。

$$k_h = C_z \cdot C_G \cdot C_I \cdot C_T \cdot k_{ho} \quad \text{式(3.1-3)}$$

ここに、

- $k_h$  : 設計水平震度
- $k_{ho}$  : 標準設計水平震度 (0.2)
- $C_z$  : 地域別補正係数 (地域区分 C : 0.7, B : 0.85, A : 1.0)
- $C_G$  : 地盤別補正係数 (Ⅰ種 : 0.8, Ⅱ種 : 1.0, Ⅲ種 : 1.2)
- $C_I$  : 重要度別補正係数 (1級 : 1.0, 2級 : 0.8)
- $C_T$  : 固有周期別補正係数

ここで余談ですが、設計水平震度が0.2を基準としている一説に、関東大震災の教訓が生かされているそうです。1923年の関東大震災の際に、多くの建物が崩れさったなかで、旧日本興業銀行本店ビルがビクともしなかったことが参考になったということです。関東大震災の翌年に、当時の建築基準であった「市街地建築物法」に、「地震の水平震度はこれを0.1以上とすべし」という条項が加えられました。これが実質的には世界最初の耐震規定であり、また最初の地震荷重でもありました。その後、材料強度を向上する研究成果を反映して、耐震設計には設計水平震度0.2を用いる規定になったそうです。

### 3.2 地震時保有水平耐力法

地震時保有水平耐力法は、構造物の損傷を考慮した設計法です。地震時保有水平耐力法による橋脚の耐震設計では、当該部材の地震時保有水平耐力が次式に規定する等価水平震度に構造物の等価重量を乗じて求められる地震力を上回るように設計を行います。

$$P_h \geq \text{等価水平震度 } k_{he} \times \text{等価重量 } W \quad \text{式(3.2-1)}$$

構造物に大きな損傷が生じてくると、耐震性能はエネルギーの吸収能力に支配されること、鉄筋コンクリート橋脚などで基部が大きく損傷し主鉄筋が降伏に至っても、支承部や上部構造など橋梁全体系として支持できること等が研究により明らかになってきました。これは、構造物の弾性域の剛性のみを評価する震度法では、終局時における挙動

特性を再現することは不可能であるということの意味しており、このことより、新たに構造物の耐力やねばり強さ等を評価したエネルギー法による耐震設計法（地震時保有水平耐力法）が考案されました。

地震時保有水平耐力法はエネルギー一定則に基づいています。エネルギー一定則法とは、線形解析の最大応答変位から非線形解析の最大応答変位を簡便に計算できる手法で、1960年にNewmarkらにより提案されました。これは、弾塑性復元力特性を有する1質点系構造物が地震動を受けた場合には、弾塑性応答と弾性応答の両者の入力エネルギーがほぼ同量となるという考え方に基づく近似的な解法です。たとえば、ある構造物を対象に、ねばりを考慮せず弾性の挙動をすると仮定した場合をモデル1、ねばりを考慮し弾塑性の挙動をすると仮定した場合をモデル2とします。そうすると、水平変位 $\delta$ と水平力 $P$ の関係は図3.2-1のようになり、「エネルギー」=「変位」×「水平力」なので、三角形OABと台形OCDEの面積は等しい、すなわちエネルギーが等しくなります。この結果、弾性応答水平力 $P_E$ は、降伏水平耐力 $P_Y$ として大きく低減することができるのです。

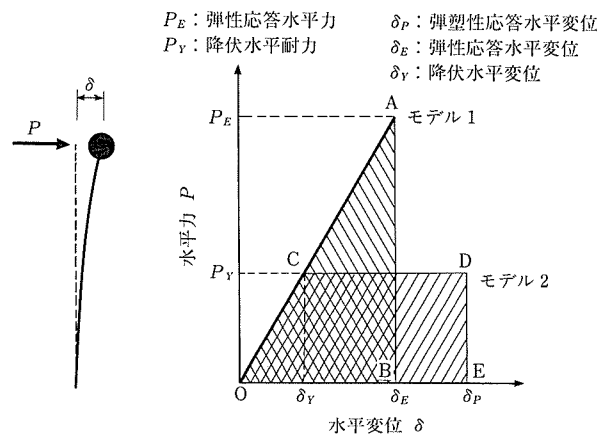


図 3.2-1 エネルギー一定則

地震時保有水平耐力法を用いた耐震設計では、構造物のねばりを考慮して算出した慣性力が、構造物の力学的特性を考慮して算出した終局状態の耐力値よりも下回ることを照査する必要があります。震度法を用いる設計水平震度に相当する入力地震動の範囲では構造物は一般に弾性挙動をするとみなせる一方、地震時保有水平耐力法は、部材が損傷し、鉄筋コンクリート橋脚に関していえば、かぶりコンクリートの剥離や主鉄筋が座屈する直前までの挙動に着目できる材料の非線形性を考慮した耐震計算法です。

### 4. 動的解析法

動的解析法は静的解析法と違い、ある時間間隔で繰り返し外力が作用する場合の力学的現象（応答）を計算する手法です。計算にはニュートンの第二法則が用いられます。

たぶん物理で習われてご存じだと思いますが、

「加速度は物体に加えられた力の方向に生じ、その大きさは力の大きさに比例し、物体の質量に反比例する」という仮定が用いられ、式(4-1)の關係を用います。ここで  $F_0$  は慣性力に相当します。

$$F_0 = m\ddot{u} \quad \text{式(4-1)}$$

ここで加速度を  $u$  と記したのは、加速度が変位  $u$  の2階微分で求まることを意味します(ちなみに速度は1階微分になります)。構造物が時間的に変動する外力と釣り合うためには、式(4-1)に弾性力( $ku$ )および減衰力( $c\dot{u}$ )を加え次式のように表します。ここに減衰力とは、運動の方向と逆向きに作用し、振幅を減少させ、最終的に元の静止状態に戻そうとする抵抗力のことです。

$$F = m\ddot{u} + c\dot{u} + ku \quad \text{式(4-2)}$$

一般的に式(4-2)を運動方程式と呼んでいます。

静的解析法では、 $F = ku$ を解くのにに対し、式(4-2)ではさらに項が増え解くのに難しそうです。確かに解くには煩雑ですが、式(4-2)を解く手法は簡便法から直接法までいくつかあります。

ここで動的解析法の説明に入る前に「振動のメカニズム」について簡単におさらいしてみましょう。

単弦自由振動において、振動変位  $u$  と時間  $t$  との關係は次式で表せます。

$$u = A \cdot \cos(\omega t - \theta) \quad \text{式(4-3)}$$

ここに、 $A$  は振幅、 $\omega$  は円振動数と呼ばれ、 $2\pi$  時間の間に変位  $u$  が何回同じ状態に戻るかを示す回数です。 $\theta$  は位相角を表します。

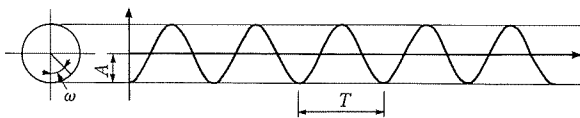


図 4-1 単弦自由振動

ここで、ある時刻  $t_1$  から時間が  $\frac{2\pi}{\omega}$  経過すると、そのときの変位  $u$  は、

$$u = A \cdot \cos(\omega t_1 - \theta) \quad \text{式(4-4)}$$

となり、式(4-3)と同じになります。この変位状態が元に戻るまでの時間を周期  $T$  と呼び次式で表します。

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{式(4-5)}$$

ちなみに、式(4-3)から式(4-4)への過程は以下のとおりです。

$$u = A \cdot \cos\left\{\omega\left(t_1 + \frac{2\pi}{\omega}\right) - \theta\right\} = A \cdot \cos\{\omega t_1 + 2\pi - \theta\} = A \cdot \cos(\omega t_1 - \theta) \quad \text{式(4-6)}$$

次に、変位、速度、加速度間の重要な關係を知るために、式(4-3)より速度  $\dot{u}$  および加速度  $\ddot{u}$  を求めてみましょう。3角関数の微分と還元公式(補角・余角の3角関数)を思い出して下さい。

$$\dot{u} = \frac{du}{dt} = \omega A \cdot \sin(\omega t - \theta) = \omega A \cdot \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2} - \theta\right) \quad \text{式(4-7)}$$

$$\ddot{u} = \frac{d^2u}{dt^2} = \omega^2 A \cdot \cos(\omega t - \theta) = \omega^2 A \cdot \cos(\omega t + \pi - \theta) \quad \text{式(4-8)}$$

実際には、速度の位相は変位の位相より  $\frac{\pi}{2}$  進み、加速度の位相は変位の位相より  $\pi$  だけ進んでいます。現在の耐震設計では位相のズレについては考慮していないので、この講座でも無視します。

式(4-3)、式(4-7)~式(4-8)から分かるように次式の關係が成り立ちます。

$$\ddot{u} = \omega \cdot \dot{u} = \omega^2 \cdot u \quad \text{式(4-9)}$$

したがって、単弦自由振動においては円振動数  $\omega$  と振幅  $A$  が既知であれば、容易に他の応答を求めることができます。この關係は簡便法で用いられています。

それでは、静的解析法同様に各種動的解析法の考え方を簡単に説明いたします。

一般的に、有限要素法等により構造物を解析する場合には、多くの節点と要素でモデル化(多自由度モデル)します。簡便法は、その多くの節点と要素でモデル化された構造物を、個々の振動特性(周期等)ごとに分解し(モード)計算してから再び重ね合わせる(合成)手法です。代表的な簡便法には応答スペクトル法があります。ここで個々の振動特性に分解するためには固有値解析を用います。直接法は運動方程式を直接解く方法です。直接とは運動方程式を別の形に変換しないことを意味します。時刻歴応答法は直接法になります。

#### 4.1 応答スペクトル法

##### 4.1.1 応答スペクトル法の考え方

地震に対する構造物の運動方程式は式(4-2)となります。

ここで両辺を質量  $m$  で割って、 $\frac{c}{m} = 2h\omega$ 、 $\frac{k}{m} = \omega^2$  とおくと(なぜこのようにおくのか興味のある読者は文献[8] pp.116~120を参照して下さい)次式ようになります。

$$\ddot{u} + 2h\omega \dot{u} + \omega^2 u = f(t) \quad \text{式(4.1-1)}$$

この式(4.1-1)は、1自由度1質点系モデルの運動方程式となります。

ここに、 $h$  は減衰定数(または臨界減衰比)と呼ばれ無次元量です。道路橋示方書・耐震設計編によると、鋼構造ならば0.02(2%)程度、コンクリート構造ならば0.05(5%)程度となります。ただしこの数値は弾性領域内の場合です。

応答スペクトル法は式(4.1-1)を解くわけですが、この式をジッと睨むと応答に関する因子(左辺側)は構造物の円振動数  $\omega$  と減衰定数  $h$  のみであることが分かります。

すなわち、相等しい  $\omega$  と減衰定数  $h$  を持つ構造物 A、B が同じ地震動を受けると、構造物の大小にかかわらず構造物は同じ変位、速度および加速度を持つことになります。

したがって、事前に想定された地震動に対して円振動数  $\omega$  と減衰定数  $h$  をパラメータとして、それぞれの応答の最大値が計算されていれば、その都度時刻歴応答計算を行う必要がなく簡単に構造物の最大応答を推定できます。この点に着目して、数々の地震動に対し構造物の周期( $T = \frac{2\pi}{\omega}$ )および減衰定数  $h$  を変えて最大応答を計算し、これを曲線に表わしました(この曲線は応答スペクトル曲線と呼ばれ

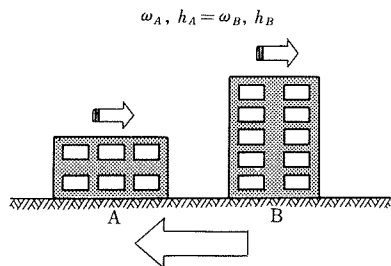


図 4.1-1 同じ振動特性を持つ構造物の応答

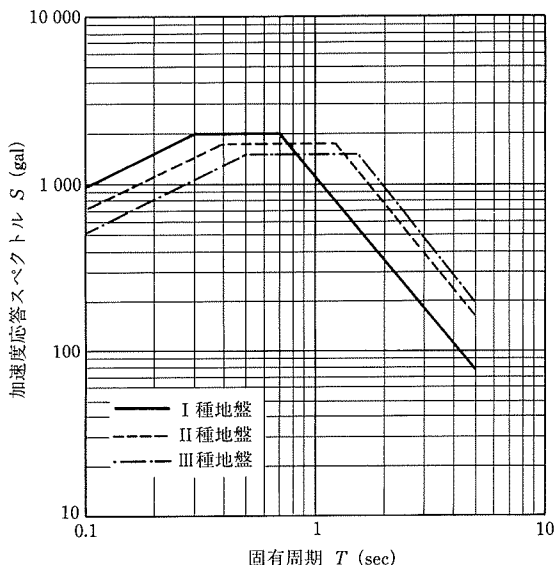


図 4.1-2 タイプIIの標準加速度応答スペクトル

ています)。

道路橋示方書V耐震設計編で規定している標準加速度応答スペクトル曲線は、このような考えに基づいて、過去の地震記録より得られた最大応答値に統計的な処理を加え作成されたものです(図4.1-2)。固有周期  $T$ 、減衰定数  $h$ 、および地盤種別が決まれば、加速度応答スペクトル  $S$  が容易に求まります。 $S$  が求まれば、式(4-9)の関係を用いて、速度応答スペクトル  $S_v$ 、変位応答スペクトル  $S_d$  が円振動数  $\omega$  を介して、 $S_v = \frac{S}{\omega}$  および  $S_d = \frac{S}{\omega^2}$  として即座に求まります。

以上は、1自由度1質点系モデルに対して計算されるもので、実際の橋梁では多自由度多質点系のモデルになります。ここで次節に述べる固有値解析が登場します。多自由度多質点モデルを固有値解析することによって、その振動特性(周期等)ごとにいくつかの1自由度1質点系モデルに分解されるのです。この分解された数のことを一般に次数と呼んでいます。市販の汎用ソフトでは、固有周期を周期が長い順に求め、1次、2次、...  $n$ 次と定義するのが多いようです。

ただし、固有値解析から得られた各次数における応答結果を用いて単純平均すると、各次数における最大値が同時に起こると考えることになるので、過大な応答結果が算出されてしまいます。そこで実際には、各次数での応答値を2乗し足し合わせ、平方根をとることが行われています。この手法をSRSS(Square Root of Sum of Squares)法と呼ぶ

場合があります。

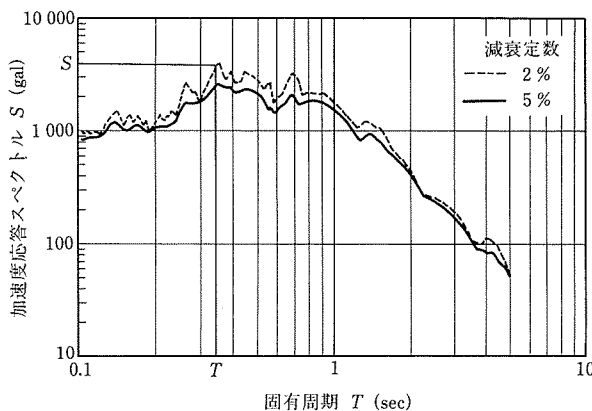
SRSS法は、多自由度多質点系モデルの最大応答を推定する方法として広く用いられていますが、異なる次数間の周期が十分に離れているときには良い近似解を与えますが、各次数間の周期が接近した場合には、各次数間の連成効果のため大きな誤差を伴うことがあります。そこで、各次数間の連成度合いが大きい場合にも対応できる手法として、CQC(Complete Quadratic Combination)法を用いる場合もあります。CQC法についての説明は省きますが、興味のある読者は文献[9]を参照して下さい。

—— ちょっとブレイク! ——



加速度応答スペクトルってなに??

応答スペクトル解析で用いる加速度応答スペクトルとはどのようなものなのでしょうか。加速度応答スペクトルは構造物に作用する力、すなわち地盤より構造物への地震入力を与えます。構造物の固有周期と減衰定数に応じて、加速度応答スペクトル曲線から読みとった応答値が構造物に作用する最大加速度となります。



図A 加速度応答スペクトル(神戸海洋気象台記録)

この最大加速度に構造物の質量を乗じたものが、地震中に構造物に生じる最大のせん断力になります。この最大せん断力と構造物の重量との比をベース・シア係数(Base Shear coefficient)と呼んでいます。これは構造物に作用する地震力と重量の比、すなわち通常の耐震設計で用いている静的震度に対応するものと同じです。図Aからも分かるように構造物に作用する最大加速度は、構造物の固有周期、減衰定数によって変化します。したがって、同じ地震を受けても、受ける側の固有周期と減衰定数、すなわち構造物自身の特性によって、入力大きさは著しく異なります。とくに短周期レベルでの加速度応答は大きく、逆に長周期レベルでは小さい傾向を示します。このことが高層構造物の設計を可能にしています。

4.1.2 固有値解析

構造物の振動特性(固有周期、固有振動数)を把握するためには固有値解析を行います。固有値解析とは、構造物

が外から力を受けていない場合にどのような揺れやすさを持っているかを求めることです。したがって、解くべき方程式は式(4.1-1)で外力が作用していない状態を考えます。しかし式(4.1-1)は1自由度1質点系モデルの運動方程式であり、固有値解析では多自由度多質点系モデルを扱うため、次式のように1自由度1質点系と区別するために行列表示を用います。

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = 0 \quad \text{式(4.1-2)}$$

ここで、一般の桁橋などに対する固有値解析では構造物に対する減衰効果は少ないと仮定し、以下の式を用いています。

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = 0 \quad \text{式(4.1-3)}$$

式(4.1-3)の一般解を  $a, b$  を任意の定数、固有ベクトルを  $x$  として

$u = (a \cdot \sin \omega t + b \cdot \cos \omega t)x$  とおくと、式(4.1-3)が解をもつためには次式が成り立たなければなりません。

$$([K] - \omega^2 [M])\{x\} = 0 \quad \text{式(4.1-4)}$$

ここに、式(4.1-4)を固有方程式、 $\omega^2$ を固有値と呼びます。具体的な解法は専門書に譲って(たとえば参考文献[10] pp.65~pp.95)、ここでは固有値解析の注意点についてお話しします。

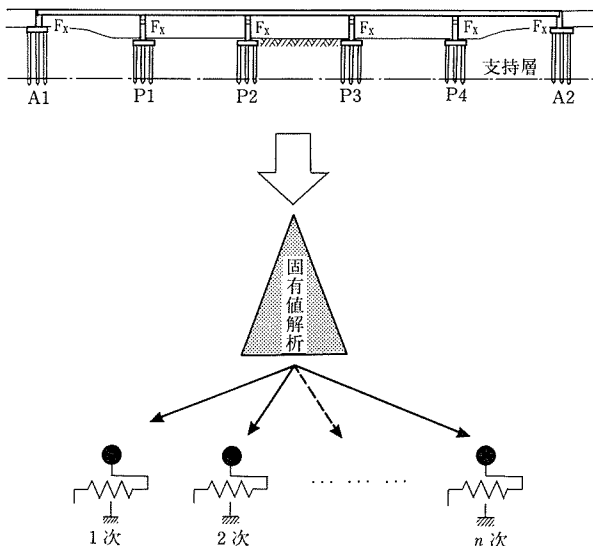


図 4.1-3 固有値解析

まず、式(4.1-4)を解く訳ですから、減衰に関するデータ入力はありません。次に、式(4.1-4)の剛性行列から境界条件に対応する行と列を取り除いた行列の固有値はすべて正となります(数学ではこれを正定値行列と呼びます)。したがって、固有値解析が解けない場合にはまず境界条件を見直すようにして下さい。最後に、固有値解析で得られた固有ベクトル(固有モード)はある基準(通常プログラムで設定可能)に対する相対的なものなので無次元量となります。したがって、基準の設定方法によっては正負が反転した固有ベクトルが計算される場合がありますが問題ありません。

通常、 $m$ 自由度  $n$ 質点系 ( $m \geq n$ ) の構造物は固有値解析により  $n$ 個の独立な1自由度1質点系に分解されます。これはちょうど三角プリズムが太陽の光を波長成分ごとに分解するのに似ています。実構造物は、固有値解析というプリズムを通してその振動特性を知ることができるのです。

#### 4.2 時刻歴応答法

応答スペクトル法では、荷重項に加速度応答スペクトル曲線を用いますが、時刻歴応答法では地震動の加速度記録そのものを用います。したがって、ある特定の地震動に対する応答が求められます。また、応答スペクトル法が1自由度1質点系モデルを解くのにに対し、直接法は多自由度多質点系モデルを解くことが出来ます。また、構造物の剛性に変化があっても計算することが可能です。現在行われている非線形動的解析はこの方法を用いて計算しています。運動方程式を以下に示します。

$$\{F(t)\} = [M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} \quad \text{式(4.2-1)}$$

計算は時間ごとに変化する加速度を追跡しながら計算するため、ある時刻  $t_n$  までの応答状態  $\{u_n, \dot{u}_n, \ddot{u}_n\}$  が既知の場合に、微小な時間  $\Delta t$  秒後の時刻  $t_{n+1}$  における状態  $\{u_{n+1}, \dot{u}_{n+1}, \ddot{u}_{n+1}\}$  を近似的に推定し、この操作を順次繰り返して解を求めて行きます。

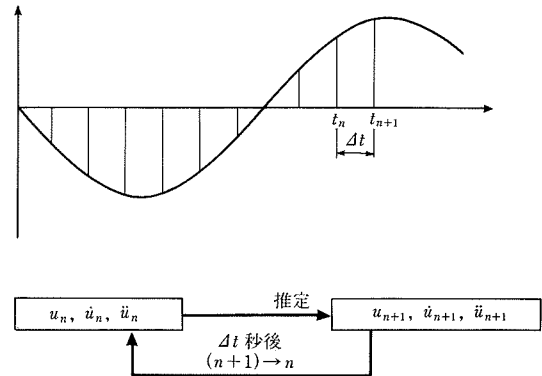


図 4.2-1 直接積分法

このような時間方向の応答値を推定するための計算法を一般的に数値積分法と言い、従来から多くの方法が考案されています。数値積分法が備えていなければならない基本条件は、計算過程で計算不能(応答値の発散)にならないこと、および系の振動数や減衰を正しく表現(精度の良い計算)できることです。現在一般的に広く用いられている方法に Newmark  $\beta$ 法があります。数値積分法について興味のある読者はたとえば参考文献[11] pp.345~pp.364を参照して下さい。

今回は耐震解析で用いている手法について概要を説明しましたが、次回は実際にこれらの手法を用いた解析事例を紹介いたします。

#### 参考文献

- [1] (社)日本道路協会：道路橋示方書・同解説V耐震設計編 昭和55年5月
- [2] (社)日本道路協会：道路橋示方書・同解説V耐震設計編 平成2

- 年 2 月
- [3] (財)土木研究センター：建設省 道路橋の免震設計法マニュアル(案) 平成 4 年 10 月
- [4] (社)日本道路協会：「兵庫県南部地震により被災した道路橋の復旧に係る仕様」の準用に関する参考資料(案) 平成 7 年 6 月
- [5] (社)日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編 平成 8 年 12 月
- [6] (社)日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編 平成 14 年 3 月
- [7] 小坪清真：土木振動学，森北出版
- [8] 大崎順彦：新・地震動のスペクトル解析入門，鹿島出版会
- [9] Wilson, E.L., et al. : "A Replacement for the SRSS Method in Seismic Analysis" Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.9, pp.187-194 (1981)
- [10] 戸川隼人：有限要素法による振動解析，サイエンス社
- [11] K.J.Bath et al. 菊池文雄 訳：有限要素法の数値計算，科学技術出版社

【2002 年 4 月 19 日受付】

## バイオインターハイ(懸賞論文募集)案内

(社)日本生物工学会は、本年創立 80 周年を迎え、この 80 周年の記念事業の一つとして、昨年 9 月から産経新聞紙上に掲載してきた「教科書に載っていないバイオ」を読まれた高校生を対象に感想論文「バイオの夢」を募集しております。

テ ー マ : 連載記事(産経キッズ&ジュニア  
<http://www.sankei-kids.com/index.html>) を読  
 んだ感想論文

応 募 資 格 : 平成 14 年 2 月 1 日から平成 14 年 6 月 30 日  
 現在の高校生

応 募 締 切 : 平成 14 年 6 月 30 日

論文提出先 : 〒 565-0871 吹田市山田丘  
 (問合せ先) 大阪大学工学部内  
 (社)日本生物工学会「バイオの夢」  
 懸賞論文係  
 TEL : 06-6876-2731  
 FAX : 06-6879-2034  
 E-mail : sbbj@bio.eng.osaka-u.ac.jp