

第2回 耐震解析法あれこれ!? — 解析事例 —

講師：泉 和伸*

平成14年3月に改訂された道路橋示方書V耐震設計編は性能規定型の技術基準を目指した内容となっており、橋の耐震設計は動的特性に応じて従来の震度法、地震時保有水平耐力法の静的照査法か、動的解析による動的照査法のいずれかで耐震性能の照査を行うこととなりました。これまでも耐震設計は静的照査法と動的照査法で行ってきましたが、今回の改訂により、今後性能規定型の耐震設計に移行して行くことになり、動的解析はこれまで以上に重要に位置を占めることになると思われます。そこで、今回は第1回の「耐震解析あれこれ!?」で説明しました動的解析法の理論を基にした以下の解析事例を説明します。

- ・固有値解析
- ・応答スペクトル法
- ・非線形動的解析

固有値解析は対象橋梁の振動特性を把握することを主目的とします。応答スペクトル法はレベル1地震動の動的照査法、または、地震時の振動挙動が複雑な橋に対し、橋梁全体の挙動を把握するための検討に用いられます。非線形

表-1 設計地震動

設計地震動	内 容
レベル1地震動	橋の供用期間中に発生する確率が高い地震動（道路橋示方書V（平成14年）4.2に規定）
レベル2地震動	橋の供用期間中に発生する確率は低いが大きな強度をもつ地震動（道路橋示方書V（平成14年）4.3に規定）

動的解析はレベル2地震動の動的照査法に用いられます。（表-1に設計地震動、表-2におもな動的解析法の特徴を示します）

1. 対象橋梁

解析事例に用いる対象橋梁は図-1に示す「道路橋の耐震設計に関する資料（平成10年1月、社団法人 日本道路協会）」のPCラーメン橋の耐震設計例の設計対象橋梁を基に作成しました。なお、今回の解析事例の固有値解析、応答スペクトル法解析、非線形動的解析に用いる解析モデルは同一モデルとし、橋軸方向の解析を実施した内容を説明します。

1.1 設計条件

(1) 上部構造（使用材料 表-3参照）

形式 : PC3径間連続ラーメン箱桁橋
支間割 : 47.4m + 72.0m + 47.4m
幅員 : 全幅員 10.4m
活荷重 : B活荷重

支持条件 : A1, A2橋台可動

(2) 下部構造（使用材料 表-3参照）

橋脚 : 柱式橋脚（充実断面）
橋台 : 逆T式橋台
基礎 : 直接基礎

表-2 動的解析法の特徴

解析手法	直接積分法	モード法	
		応答スペクトル法	時刻歴モード法
方法・仮定	・多自由度系運動方程式を時間軸に沿って、直接的に数値積分して時々刻々の応答を求める。	・基準座標系からモード座標系に変換し、節点の変位ベクトルを固有ベクトルの線形結合で表し、地震入力に対して各固有モードごとに1自由度系としての応答を求め、それらを重ね合わせるにより解を求める。	・各次の応答を数値積分から求め、それを採用モード次数についてモードベクトルを用いて重ね合わせを行い、時々刻々の応答を求める。
特徴	・計算時間が多大。 ・応答の経時変化を知ることができる。 ・非線形解析を考慮できる。 ・非線形のときは解が不安定になる場合がある。	・計算時間ももっとも短い。 ・絶対値の最大応答のみ評価される。 ・線形解析のみに適用される。 ・時刻歴応答結果に近い最大応答が比較的容易に求まる。 ・多数の強震地震の特性を反映させられる。	・計算時間が比較的短い ・応答の経時変化を知ることができる。 ・基本的に線形解析のみ適用される。

*Kazunobu IZUMI : 株式会社 CRC ソリューションズ建設情報部 地盤・耐震課 課長

表 - 3 使用材料

	コンクリート設計強度 N/mm ²	鉄筋	PC鋼材
上部構造	400	SD345	SBPR930/1180 φ32mm
下部構造	240	SD345	

(3) 重要度区分および地域区分

重要度区分：B橋（道路橋示方書 V（平成 14 年）2.3 に規定）

地域区分：A 地域（道路橋示方書 V（平成 14 年）4.4 に規定）

(4) 耐震設計上の地盤種別

地盤種別：I 種地盤（道路橋示方書（平成 14 年）4.5 に規定）

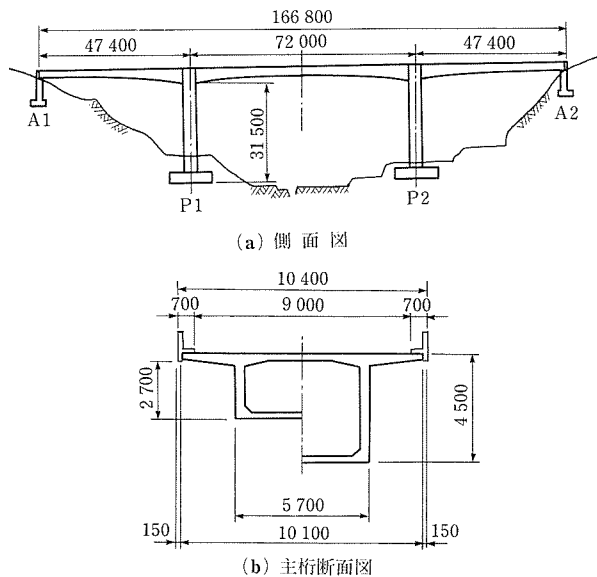


図 - 1 対象橋梁

2. 解析モデル

橋軸方向の解析モデルは図 - 2 に示すような平面モデル（橋軸方向、鉛直方向、橋軸直角軸回転方向の 3 自由度の 2 次元モデル）とし、上部構造、下部構造は線材（梁モデル）、地盤はフーチング底面に集約バネでモデル化しました。柱頭部とフーチングは剛部材（断面剛性が大きな部材）とし、A1、A2 橋台は支持条件が可動であることから解析モデルから省略し、境界条件のみを与えました。動的非線形解析における部材の非線形性は下部構造（橋脚）を対象とし、橋脚の上下端に L_p の長さをもつ塑性ヒンジ領域（剛部材）を設定し、塑性ヒンジ中央に非線形の回転バネ、塑性ヒンジ間の中間部材に非線形の梁要素を設定したモデル化にしました。

塑性ヒンジは鉄筋コンクリート部材の塑性域において、地震力を繰返し受けた場合に安定して地震時保有水平耐力を保持して変形できる性能を発揮できる限定された部位で

す。本解析例の PC ラーメン橋は地震時の水平荷重に対し橋脚の上下端が塑性ヒンジの部位に限定されます。しかし、塑性ヒンジの発生個所が限定できない橋、地震時の振動挙動が複雑な橋（斜張橋、吊橋、上・中路式アーチ橋、曲線橋等）の場合は塑性ヒンジの設定が不可能なことから非線形を考慮する領域に対し $M-\phi$ 曲線（図 - 12 参照）を設定して解析を実施します。その場合の要素分割は事前に検討解析を実施し、断面力が大きくなる部材に対し細かく分割するような配慮が必要になります。

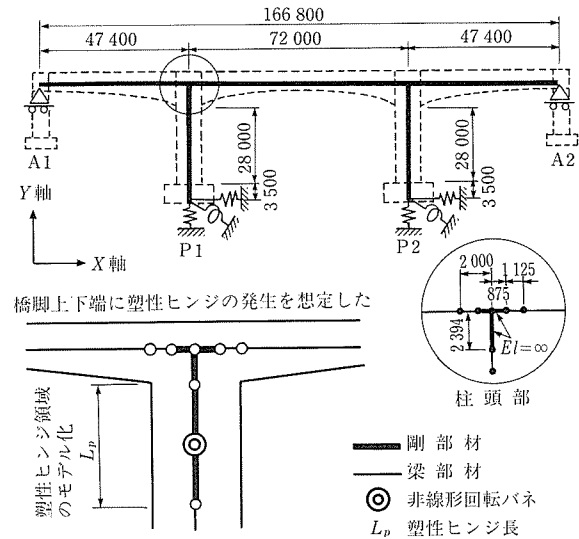


図 - 2 解析モデル

2.1 部材のモデル化

(1) 上部構造の部材分割

上部構造は比較的簡単なモデル化とすることができますが、本解析例は動的非線形解析から得られる解析結果から安全性の照査が可能となるように、鉄筋、鋼材配置、断面変化等に配慮した部材分割としました。（図 - 3 に節点番号図、要素番号図を示します）

(2) 下部構造の部材分割

下部構造の要素分割は弾性解析の固有値解析、応答スペクトル法においては橋脚の部材分割を細かくする必要はありませんが（4～5 分割程度）、本解析例は動的非線形解析に配慮し、橋脚の部材分割を細かく設定しました。PC ラーメン橋の橋脚は橋軸方向に地震力が作用すると上下端において曲げモーメントが大きくなることから、塑性ヒンジの発生する部位に想定されます。そこで、橋脚上下端に塑性ヒンジ領域を設定し、橋脚高 1/2 点から上下端に行くほど細くなるように部材分割を行い、橋脚全体で 14 分割としました。（図 - 3 に節点番号図、要素番号図を示します）

(3) 骨組みモデルの座標値、重量、断面定数

上下構造、下部構造の各節点の座標値、および重量を表 - 4、各部材のコンクリート全断面有効とした断面定数を表 - 5 と表 - 6 に示します。

表 - 4 各節点の座標値および重量

節点番号 No.	橋軸方向 X(m)		鉛直方向 Y(m)	重量 W(kN)	備 考	節点番号 No.	橋軸方向 X(m)		鉛直方向 Y(m)	重量 W(kN)	備 考
1 (59)	0.000	(166.800)	0.000	583.000	桁	101 (201)	47.400	(119.400)	-2.934	300.000	P1 (P2)
2 (58)	1.250	(165.550)	0.000	506.600	桁	102 (202)	47.400	(119.400)	-3.394	600.000	P1 (P2)
3 (57)	4.300	(162.500)	0.000	801.500	桁	103 (203)	47.400	(119.400)	-4.394	540.000	P1 (P2)
4 (56)	8.600	(158.200)	0.000	863.000	桁	104 (204)	47.400	(119.400)	-5.194	720.000	P1 (P2)
5 (55)	12.900	(153.900)	0.000	803.900	桁	105 (205)	47.400	(119.400)	-6.794	1 200.000	P1 (P2)
6 (54)	16.900	(149.900)	0.000	782.800	桁	106 (206)	47.400	(119.400)	-9.194	1 680.000	P1 (P2)
7 (53)	20.900	(145.900)	0.000	820.400	桁	107 (207)	47.400	(119.400)	-12.394	2 160.000	P1 (P2)
8 (52)	24.900	(141.900)	0.000	959.000	桁	108 (208)	47.400	(119.400)	-16.394	2 400.000	P1 (P2)
9 (51)	28.900	(137.900)	0.000	901.800	桁	109 (209)	47.400	(119.400)	-20.394	2 160.000	P1 (P2)
10 (50)	32.400	(134.400)	0.000	894.700	桁	110 (210)	47.400	(119.400)	-23.594	1 680.000	P1 (P2)
11 (49)	35.900	(130.900)	0.000	946.000	桁	111 (211)	47.400	(119.400)	-25.994	1 200.000	P1 (P2)
12 (48)	39.400	(127.400)	0.000	1 008.500	桁	112 (212)	47.400	(119.400)	-27.594	720.000	P1 (P2)
13 (47)	42.900	(123.900)	0.000	558.800	桁	113 (213)	47.400	(119.400)	-28.394	540.000	P1 (P2)
14 (46)	43.150	(123.650)	0.000	386.900	桁	114 (214)	47.400	(119.400)	-29.394	600.000	P1 (P2)
15 (45)	45.400	(121.400)	0.000	525.000	桁	115 (215)	47.400	(119.400)	-30.394	7 405.000	P1 (P2)
16 (44)	46.525	(120.275)	0.000	313.600	桁	116 (216)	47.400	(119.400)	-33.894	7 105.000	P1 (P2)
17 (43)	47.400	(119.400)	0.000	2 756.800	桁	1102 (1202)	47.400	(119.400)	-3.394		塑性ヒンジ用
18 (42)	48.275	(118.525)	0.000	313.600	桁	1114 (1214)	47.400	(119.400)	-29.394		2 重節点
19 (41)	49.400	(117.400)	0.000	525.400	桁						
20 (40)	51.650	(115.150)	0.000	387.400	桁						
21 (39)	51.900	(114.900)	0.000	561.300	桁						
22 (38)	55.400	(111.400)	0.000	1 014.700	桁						
23 (37)	58.900	(107.900)	0.000	954.700	桁						
24 (36)	62.400	(104.400)	0.000	905.800	桁						
25 (35)	65.900	(100.900)	0.000	994.100	桁						
26 (34)	69.900	(96.900)	0.000	906.000	桁						
27 (33)	73.900	(92.900)	0.000	832.400	桁						
28 (32)	77.900	(88.900)	0.000	797.000	桁						
29 (31)	81.900	(84.900)	0.000	542.500	桁						
30	83.400		0.000	374.100	桁						

表 - 5 上部構造部材の断面定数

要素番号 No.	部材端節点番号		断面積 A(m ²)	断面2次モーメント Iz(m ⁴)	備 考
	I 端	J 端			
1 (58)	1 (58)	2 (59)	8.23	7.32	桁
2 (57)	2 (57)	3 (58)	7.81	6.98	桁
3 (56)	3 (56)	4 (57)	6.82	5.91	桁
4 (55)	4 (55)	5 (56)	6.25	5.18	桁
5 (54)	5 (54)	6 (55)	6.26	5.26	桁
6 (53)	6 (53)	7 (54)	6.41	5.64	桁
7 (52)	7 (52)	8 (53)	6.96	2.59	桁
8 (51)	8 (51)	9 (52)	7.81	3.29	桁
9 (50)	9 (50)	10 (51)	8.49	4.32	桁
10 (49)	10 (49)	11 (50)	8.98	5.75	桁
11 (48)	11 (48)	12 (49)	9.66	7.73	桁
12 (47)	12 (47)	13 (48)	10.41	24.75	桁
13 (46)	13 (46)	14 (47)	10.74	28.07	桁
14 (45)	14 (45)	15 (46)	10.91	30.57	桁
15 (44)	15 (44)	16 (45)	11.05	32.85	桁
16 (43)	16 (43)	17 (44)	∞	∞	桁
17 (42)	17 (42)	18 (43)	∞	∞	桁
18 (41)	18 (41)	19 (42)	11.05	12.31	桁
19 (40)	19 (40)	20 (41)	10.92	11.62	桁
20 (39)	20 (39)	21 (40)	10.77	10.45	桁
21 (38)	21 (38)	22 (39)	10.46	8.79	桁
22 (37)	22 (37)	23 (38)	9.75	6.84	桁
23 (36)	23 (36)	24 (37)	9.09	5.15	桁
24 (35)	24 (35)	25 (36)	8.63	4.06	桁
25 (34)	25 (34)	26 (35)	7.97	3.68	桁
26 (33)	26 (33)	27 (34)	7.11	3.06	桁
27 (32)	27 (32)	28 (33)	6.56	6.73	桁
28 (31)	28 (31)	29 (32)	6.40	6.33	桁
29 (30)	29 (30)	30 (31)	6.39	6.26	桁

表 - 6 下部構造の断面定数

要素番号 No.	部材端節点番号		断面積 A(m ²)	断面2次モーメント Iz(m ⁴)	備 考
	I 端	J 端			
100 (200)	17 (43)	101 (201)	∞	∞	P1 (P2)
101 (201)	101 (201)	102 (202)	∞	∞	P1 (P2)
102 (202)	1 102 (1 202)	103 (203)	∞	∞	P1 (P2)
103 (203)	103 (203)	104 (204)	24.00	37.699	P1 (P2)
104 (204)	104 (204)	105 (205)	24.00	37.734	P1 (P2)
105 (205)	105 (205)	106 (206)	24.00	37.745	P1 (P2)
106 (206)	106 (206)	107 (207)	24.00	37.734	P1 (P2)
107 (207)	107 (207)	108 (208)	24.00	37.701	P1 (P2)
108 (208)	108 (208)	109 (209)	24.00	37.722	P1 (P2)
109 (209)	109 (209)	110 (210)	24.00	37.753	P1 (P2)
110 (210)	110 (210)	111 (211)	24.00	37.743	P1 (P2)
111 (211)	111 (211)	112 (212)	24.00	37.752	P1 (P2)
112 (212)	112 (212)	113 (213)	24.00	37.752	P1 (P2)
113 (213)	113 (213)	114 (214)	∞	∞	P1 (P2)
114 (214)	1 114 (1 214)	115 (215)	∞	∞	P1 (P2)
115 (215)	115 (215)	116 (216)	162.40	2 652.50	P1 (P2)

(4) A1, A2 の支承条件

A1, A2 橋台部は可動支承によることから、表 - 7 に示す支承条件を設定しました。

表 - 7 支承条件

	橋軸方向	鉛直方向	橋軸直角回り
A1, A2 橋台部	自由	拘束	自由

(5) 地盤バネのモデル化

P1, P2 橋脚の直接基礎底面に設定する地盤バネは表 - 8 に示す地盤バネ定数としました。基礎底面に設定する地盤バネは地震時に地盤に生じる変形に相当する地盤の剛性から地盤反力係数を求めるものとし、道路橋示法書 V (平成 14 年) の (解 6.2.2) より算定される地盤反力係数の基準値 k_{v0} を用いて式(1)~式(5)より算定しました。

$$K_V = k_{v0} \cdot (B_V/0.3)^{-3/4} \dots\dots\dots \text{式(1)}$$

$$K_S = \lambda \cdot k_V \dots\dots\dots \text{式(2)}$$

$$K_H = K_S \cdot A_B \dots\dots\dots \text{式(3)}$$

$$K_V = k_V \cdot A_B \dots\dots\dots \text{式(4)}$$

$$K_\theta = k_V \cdot I_B \dots\dots\dots \text{式(5)}$$

ここに、

k_V : 鉛直方向地盤反力係数 (kN/m³)

K_S : 水平方向せん断地盤反力係数 (kN/m³)

K_H : 水平バネ定数 (kN/m)

K_V : 鉛直バネ定数 (kN/m)

K_θ : 回転バネ定数 (kN・m/rad)

B_V : 基礎の換算載荷幅 (m) で下式より求める。

$$B_V = \sqrt{A_V} \quad A_V \text{ は鉛直方向の載荷面積 (m}^2\text{)}$$

λ : 鉛直方向地盤反力係数に対する水平方向せん断地盤反力係数の比で $\lambda = 1/3 \sim 1/4$ (本解析例は 1/3)

A_B : 底面の面積 (m²)

I_B : 底面の断面 2 次モーメント (m⁴)

表 - 8 地盤バネ定数

			P1, P2 端脚
部材端節点番号			116, 216
水平バネ	K_H	kN/m	2.1825E + 06
鉛直バネ	K_V	kN/m	6.5475E + 06
回転バネ	K_θ	kN・m/rad	1.2005E + 08

(6) 減衰定数

減衰定数はレベル 1 地震力のような線形解析の場合は道路橋示法書 V (平成 14 年) 表-解 7.3.1 の弾性域の構造減衰定数を用いて解析を実施します。本解析例は応答スペクトル法、動的非線形解析ともに表 - 9 に示すような構造減衰定数を設定して解析を実施しました。弾性域にある場合と非線形域にある場合で異なる減衰定数を用いる理由としては非線形解析の場合は構造減衰定数の他に部材の非線形性 (履歴モデル) による履歴減衰が解析に取り入れられます。そこで、非線形部材に履歴モデルを用いる場合のコンクリート部材は 0.02、鋼部材は 0.01 程度の構造減衰定数を設定して解析を実施します。また、地盤バネに用いる減衰

定数は硬い地盤 (I 種地盤) ほど減衰定数は小さく、柔らかい地盤 (III 種地盤) ほど減衰定数を大きく設定します。これは、地盤特性として地盤のせん断ひずみが大きくなるほど剛性は小さく、減衰は大きくなる特性もっていることと、柔らかい地盤ほど地下逸散減衰効果が大きくなるからです。

表 - 9 構造減衰定数

	減衰定数
上部構造	0.03 (弾性部材)
下部構造	0.02 (非線形を考慮した部材)
地盤バネ	0.10 (弾性部材)

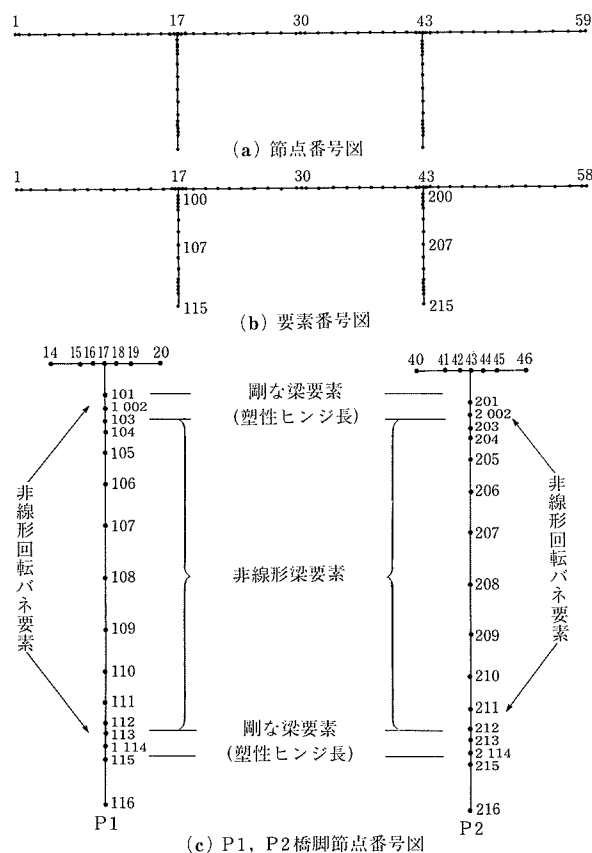


図 - 3 節点番号図, 要素番号図

3. 固有値解析

地震時における橋の応答は橋の振動特性と入力地震動の特性から決定されます。耐震設計において橋の振動特性を把握することは大変重要なことであり、その橋の振動特性に応じて耐震設計の流れが決定されます。固有値解析は橋の振動特性を把握することを主目的として解析を実施し、以下の特性値を算出します。

- ・固有周期
- ・固有振動数
- ・有効質量, または全体の総質量を 1.0 とした場合の各次の有効質量比
- ・刺激係数

・振動モード（固有ベクトル）

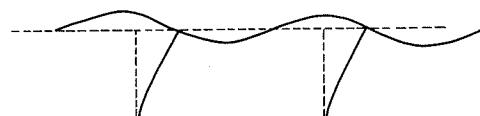
固有値解析で解析的に得られる全次数は解析モデルに設定した質量の数で決まります。たとえば 100 節点の解析モデルの各節点に水平、鉛直 2 方向の質量を設定した場合は解析的に得られる全次数は 200 次です。しかし、地震時の橋の動的解析の場合は全次数の固有値解析結果が必要になる場合はほとんどなく、必要となる次数は応答に寄与する次数までの結果です。

有効質量（有効質量比）、刺激係数は 1 次、2 次、3 次…
…N 次の各モードごとの分担量を表す指標で、これら
の大きさと地震時にどのモードが支配的になるか、どの
次数までか応答に寄与するか把握することができます。
一般的に支配的なモードは有効質量（有効質量比）から
判断します。

3.1 固有値解析結果

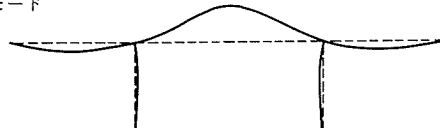
本解析例で得られた固有値解析結果を表 - 10 と 1 次から 4 次までの振動モード図を図 - 4 に示します。この解析結果からわかることは橋軸方向加振（X 方向）における支配的なモードは有効質量比 65% を有している 1 次モードで、その固有周期約 1.18 秒は入力地震動においても大きな振幅成分を含んでいることから（入力地震動の応答スペクトルから判断できる）大変重要な振動モードであることが分かります。また、仮に鉛直方向加振（Y 方向）を考えた場合は有効質量比約 30% の 4 次モードと約 60% の 8 次モードが支配的な振動モードであることから鉛直加振時における重要な振動モードであることがわかります。このように、有効質量比の大きさと支配的な振動モードを判断することができ、その固有周期と入力地震動の応答スペクトルの関係から応答が大きくなるか小さくなるか判断することができます。一般的な桁橋を対象した場合の固有周期は橋脚高、支承のタイプに差があるにつれおおよそ 0.5 秒から 2 秒程度に 1 次の固有周期が算定される場合が一般的です。極端

1 次モード



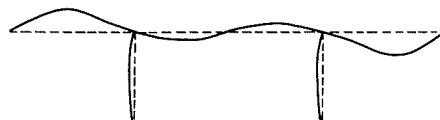
FREQUENCY 8.446E-1
PERIOD 1.1839E0
MODE NO. 1

2 次モード



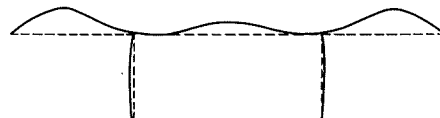
FREQUENCY 1.9598E0
PERIOD 5.103E-1
MODE NO. 2

3 次モード



FREQUENCY 2.9975E0
PERIOD 3.336E-1
MODE NO. 3

4 次モード



FREQUENCY 3.2172E0
PERIOD 3.108E-1
MODE NO. 4

図 - 4 振動モード図

表 - 10 固有値解析結果

モード	振動数 (1/sec)	周期 (sec)	有効質量比		モード減衰 (ひずみエネルギー比例型減衰)
			X 方向	Y 方向	
1	0.8446	1.1839	0.650	0.000	0.055800
2	1.9598	0.5103	0.000	0.057	0.031195
3	2.9975	0.3336	0.095	0.000	0.036373
4	3.2172	0.3108	0.000	0.293	0.036250
5	4.4910	0.2227	0.044	0.000	0.048362
6	5.0251	0.1990	0.000	0.021	0.073322
7	5.5114	0.1814	0.189	0.000	0.072143
8	6.2723	0.1594	0.000	0.586	0.086201
9	6.6381	0.1506	0.007	0.000	0.075356
10	8.0949	0.1235	0.000	0.000	0.043813
11	8.6771	0.1152	0.000	0.002	0.030166
12	9.4227	0.1061	0.010	0.000	0.039903
13	11.3595	0.0880	0.000	0.026	0.033093
14	12.4317	0.0804	0.004	0.000	0.038835
15	12.8367	0.0779	0.000	0.002	0.038961
16	16.7662	0.0596	0.000	0.000	0.030681
17	19.7438	0.0506	0.000	0.001	0.030319
18	20.2366	0.0494	0.000	0.000	0.030084
19	20.4368	0.0489	0.000	0.000	0.030198
20	23.3369	0.0429	0.000	0.000	0.031601

に 1 次の固有周期が長かったり、短く算定されてきた場合は剛性、重量、境界条件等の入力データの見直しが必要となります。

3.2 動的解析における減衰のモード化

橋の動的解析における減衰は部材の粘性抵抗による粘性減衰（解析上は構造減衰定数で指定します）、部材の塑性的な性質から生じる履歴減衰（履歴モデルを設定した非線形解析は自動的に考慮されます）、構造物に入力された振動エネルギーが構造物から地盤に逸散することにより生じる地下逸散減衰（解析上は基礎・地盤の集約バネに設定する減衰定数で考慮できます。地盤・構造物を一体でモデル化した場合はより精度良く考慮できます）からなっています。ただし、動的解析を実施する場合は各部材、地盤バネに設定した構造減衰定数は直接運動方程式に取り込むことができないことから、応答スペクトル法（モード法）はモード減衰定数、非線形動的解析（直接積分法）は減衰係数に変換して解析の中に取り込みます。モード減衰定数は一般的に式(6)に示すようなひずみエネルギー比例型減衰から各次のモード減衰定数を算出します（表 - 10 の固有値解析結果を参照）。また、非線形動的解析はモード減衰定数を直接用いられないことから一般的に式(7)から算出されるレーリー型減衰を用いて解析を実施します。レーリー型減衰の詳細な設定方法は 5.3 で説明します。

・モード減衰 h_i (ひずみエネルギー比例型減衰)

$$h_i = \frac{\sum_{j=1}^n c_j x_i^T k_j x_i}{\sum_{j=1}^n x_i^T k_j x_i} = \frac{\sum_{j=1}^n c_j x_i^T k_j x_i}{x_i^T K x_i} \dots\dots\dots \text{式(6)}$$

・レーリー減衰型の減衰係数マトリックス C

$$C = \alpha K + \beta M \dots\dots\dots \text{式(7)}$$

$$x_i^T C x_i = \alpha x_i^T K x_i + \beta x_i^T M x_i = \alpha \omega_i^2 + \beta \dots\dots\dots \text{式(8)}$$

$$h_i = \frac{\alpha \omega_i^2 + \beta}{2 \omega_i} \dots\dots\dots \text{式(9)}$$

ここに

- k_j : 各要素の剛性マトリックス
- c_j : 各要素の構造減衰定数
- K : 構造全体の剛性マトリックス
- M : 構造全体の質量マトリックス
- x_i : i 次の振動モード

4. 応答スペクトル法

応答スペクトル法はレベル1地震動のような弾性域（線形解析）の動的解析を実施する場合、または地震時の挙動が複雑な橋に対してどの部材の応答が大きくなるか事前に検討を行う場合に用いられます。応答スペクトル法はモード法の一つで、固有値解析から得られる結果（固有周期または固有振動数、刺激係数、モード減衰定数、モードベクトル等）と地盤面の応答スペクトルから橋の最大応答値を簡易的に算出する手法です。（特徴については表-2を参照）道路橋の耐震設計に用いられる応答スペクトル（加速度応答スペクトル） S は式(10)から決定されます。

$$S = C_z \cdot C_d \cdot S_0 \dots\dots\dots \text{式(10)}$$

ここに、

- C_z : 地域別補正係数（地域区分 A: 1.0, B: 0.85, C: 0.7）
- C_d : 減衰定数補正係数（図-5示す各次のモード減衰 h_i に応じ決定される）
- S_0 : 標準加速度応答スペクトル（道路橋示法書V（平成14年）のレベル1は4.2, レベル2は4.3に規定）

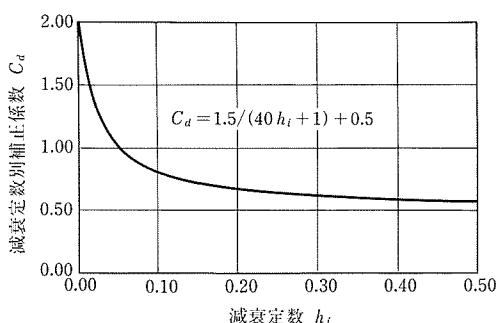


図-5 減衰定数別補正係数 C_d

ここで、応答スペクトル法を実施する場合の留意点を以下に示します。

① モードの採用次数

モードの採用次数は固有値解析結果の有効質量比を低次から加算して約95%以上、または固有周期0.1秒のどちらかを満足するモード次数までを採用モード次数とします。本解析例は採用次数1次~12次で有効質量比は総質量の99.5%です。

② モード減衰定数

モード減衰定数は一般的に前述したひずみエネルギー比例型減衰法から算出されるモード減衰定数を用います。本解析例のひずみエネルギー比例型減衰法から算出されたモード減衰定数を表-10に示します。

③ 各次のモードの重ね合わせ（SRSS法かCQC法か）

SRSS法（2乗和平均法）はモード間の固有周期が近接していない場合に適用し、モード間の固有周期が近接している場合はCQC法（完全2次結合法）を適用します。

おおよその目安として着目モード間（ j 次、 k 次）において式(11)に示す相関係数 ρ_{jk} が0.1以下の場合には近接していないと判断できます。

$$\rho_{jk} = \frac{8 \sqrt{h_j h_k} \omega_j \omega_k (h_j \omega_j + h_k \omega_k) \omega_j \omega_k}{(\omega_j^2 - \omega_k^2)^2 + 4 h_j h_k \omega_j \omega_k (\omega_j^2 - \omega_k^2) + 4 (h_j^2 - h_k^2) \omega_j^2 \omega_k^2} \dots\dots\dots \text{式(11)}$$

ここに、

- ω_j, ω_k : j 次と k 次の固有円振動数
- h_j, h_k : j 次と k 次のモード減衰定数

4.1 応答スペクトル法解析結果

本解析例は図-6に示すレベル2地震動タイプ2のI種地盤の標準加速度応答スペクトルを入力とし解析を実施しました。モードの重ね合わせはモード間の固有周期が近接していないことからSRSS法を適用し、採用モード次数は有効質量から判断し、12次までとしました。解析結果の最大変位図、最大軸力図、最大せん断力図、最大曲げモーメント図を図-7に示します。

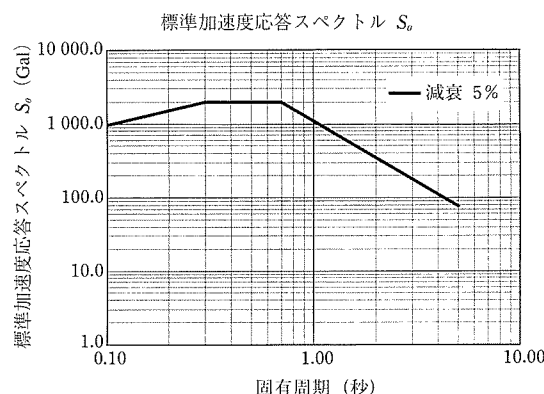


図-6 TYPE-IIの標準加速度応答スペクトル（I種地盤）

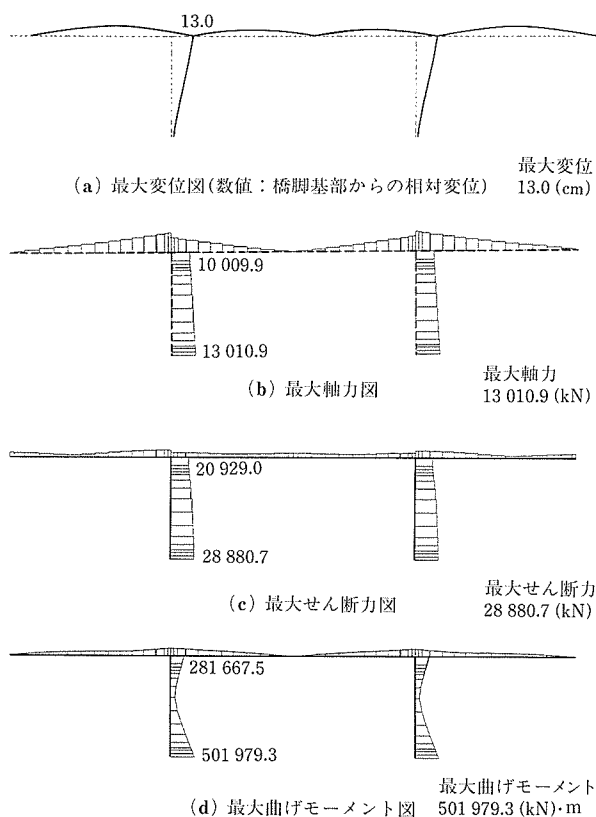


図-7 応答スペクトル法による最大応答値

5. 非線形動的解析

非線形動的解析はモード法が適用できないことから直接積分法を用いて実施しました。(表-2を参照)

鉄筋コンクリートの非線形特性はトリリニアモデル(コンクリートのひび割れ, 鉄筋の降伏, 終局を結ぶ折れ線3本)が一般的に用いられており, 地震時の繰り返し荷重を受けた場合の履歴モデルは武田モデル(修正武田モデルも含む), 武藤モデル, 深田モデルなど除荷時の剛性低下を考慮した履歴モデルを用います。ここでは, 代表的な武田モデルの履歴ルールを以下に示します。なお, 履歴モデルの違いによる検討について「平成8年度 耐震設計ソフトウェアに関する研究委員会報告書(財)土木研究センター」の中にRC橋脚の復元力特性の違いによる検討結果が記載されており, 武田モデル, 武藤モデル, 深田モデルの3者においては最大変位, 最大加速度はほぼ5%の範囲内の値となったという報告がなされています。

以降で武田モデルの履歴ルールを説明します。

武田モデルの履歴ルール

- ① δ がはじめて δ_c をこえた場合, またはこれまでの最大変位点 δ_{max} をこえた場合は, 骨格曲線上を進む。
- ② この直線から戻って反対方向に進む場合は, 戻り点から(この δ が新しく δ_{max} となる) 反対側の第一折れ点を目指す。
- ③ 反対側の最大変位が弾性域の場合はこの剛性域の範囲は反対側の第一折れ点までとする。
- ④ 反対側の最大変形が δ_c をこえている場合はこの剛性

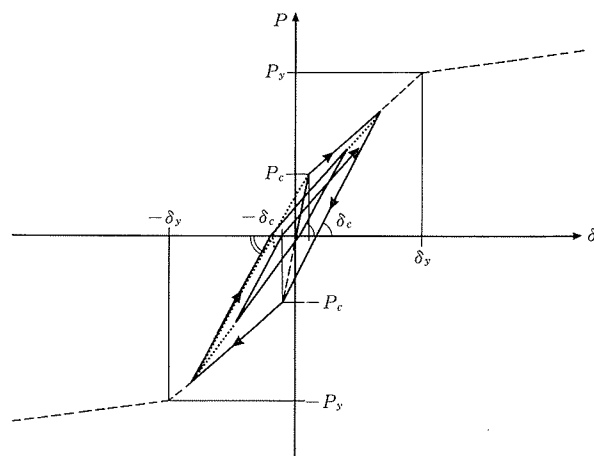


図-8 武田モデル履歴ルール(1)

域の範囲は復元力が0となる点までとし, 0の点をこえた後は反対側の最大変形点を目指す。この最大変形点を目指す直線から戻る場合は, 反対側の最大変形点から戻り勾配で戻る。復元力0の点をこえると反対側の最大変形点を目指す。

- ⑤ δ がはじめて δ_y をこえた場合, またはこれまでの最大変形点 δ_{max} をこえた場合は, 骨格曲線上を進む。
- ⑥ この直線から戻って反対方向に進む場合は, 戻り点から(この δ が新しく δ_{max} となる) 下式で求まる勾配 K_r^\pm の直線上を進む。

$$K_r^\pm = K_b \cdot \left| \frac{\delta_{max}^\pm}{\delta_y} \right|^{-\beta}$$

$$\left(K_b = \frac{P_c + P_y}{\delta_c + \delta_y} \text{の正負は } \delta_{max} \text{の正負による} \right)$$

β = 入力定数

- ⑦ 反対側の最大変形点が δ_c をこえてない場合は勾配 K_r^\pm の範囲は反対側の P_c までとする。さらにこの P_c をこえた場合は第2折れ点を目指す。第2折れ点を目指す直線から戻る場合は勾配 K_b の直線上を進む。復元力0の点をこえると, 最大変形点を目指す。この最大変形点を目指す直線上から戻る場合は, 勾配

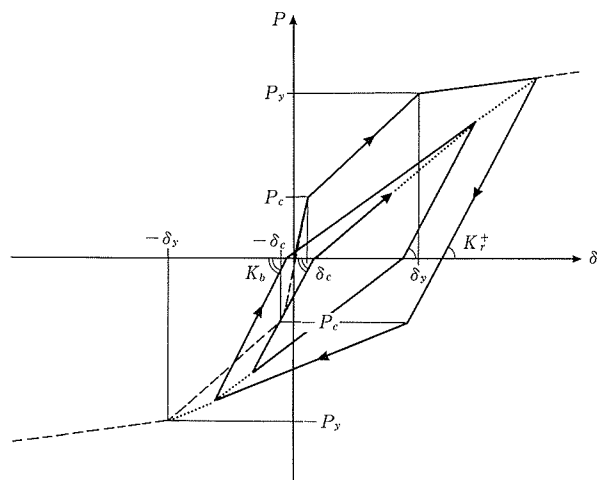


図-9 武田モデル履歴ルール(2)

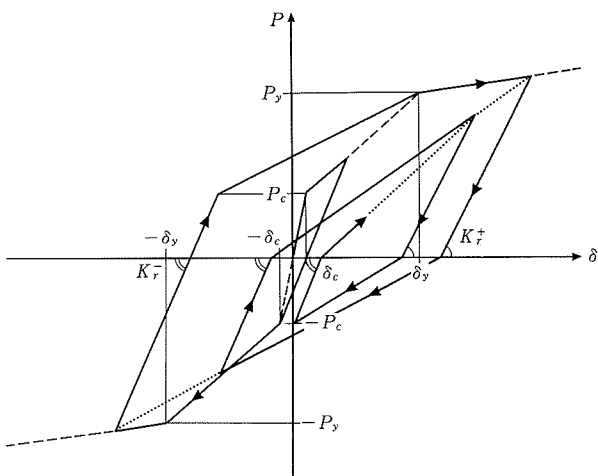


図 - 10 武田モデル履歴ルール (3)

K_r^* 上を進み、復元力0の点をこえると反対側の最大変形点を目指す。

- ⑧ 反対側の最大変形が δ_c をこえている場合は勾配 K_r^* の範囲は復元力が0となる点までとし、0の点をこえた場合は最大変形点を目指す。この最大変形点を目指す直線から戻る（この δ が内部ループの最大変形点となる）場合は勾配 K_r^* 上を進み、復元力0の点をこえると最大変形点を目指す。この最大変形点を目指す直線から戻る（内部ループの反対側の最大変形点となる）場合も、勾配 K_r^* 上を進み、復元力0の点をこえると内部ループの最大変形点を目指す。

5.1 橋脚の非線形特性

本解析例で設定した橋脚の非線形特性は塑性ヒンジ回転バネを図 - 11 に示すような曲げモーメントと回転角の関係 $M-\theta$ 曲線（バネ間の水平、鉛直方向は剛結）、塑性ヒンジ間の中間部材の梁要素は図 - 12 に示すような曲げモーメントと曲率の関係 $M-\phi$ 曲線（軸力、せん断力は線形）のト

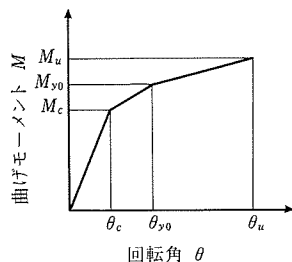


図 - 11 $M-\theta$ 曲線

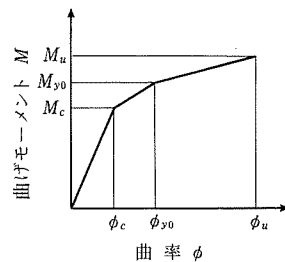


図 - 12 $M-\phi$ 曲線

リリニアモデルを設定しました。表 - 11 にその数値を示します。なお、ひび割れ M_c 、初降伏 M_{y0} 、終局耐力 M_u は死荷重時に橋脚に発生した軸力を用いて算出しました。また、地震時の繰り返し荷重による履歴モデルは武田モデルを用いました。

ここで、「道路橋の耐震設計に関する資料（平成10年1月、社団法人 日本道路協会）」に示されている塑性ヒンジ回転バネの算定法を以下に示します。なお、日本道路公団による塑性ヒンジ回転バネ算定法は設計要領 第二集 橋梁設計編を参照して下さい。

- ① コンクリートのひび割れ時の (M_{pc}, θ_{pc})

橋脚下端 L_p 部（塑性ヒンジ領域）の弾性変位が上部構造重心位置の変位 δ_{pc} と回転バネの回転角 θ_{pc} による上部構造重心位置の変位が等しくするようにする。
 $\delta_{pc} = \theta_{pc} \cdot (h - L_p/2)$, $\delta_{pc} = \{ \phi_c \cdot h + \phi_c \cdot (h - L_p)/h \cdot (h - L_p) \} \cdot L_p/2$

回転バネのひび割れ回転角と曲げモーメントは下式となる。

$$\theta_{pc} = \phi_c \cdot L_p (1 + \alpha^2) / (2 \cdot \beta), \quad M_{pc} = \beta \cdot M_c$$

$$\alpha = 1 - L_p/h, \quad \beta = (1 + \alpha) / 2$$

- ② 降伏時 (M_{py0}, θ_{py0})

橋脚下端 L_p 部（塑性ヒンジ領域）のひび割れを考慮

表 - 11 非線形特性
曲げモーメント-曲率の関係 ($M-\phi$ 曲線)

要素番号 No.	部材端節点番号		第1折点		第2折点		第3折点	
	I端	J端	ϕ_c (1/m)	M_c (kN·m)	ϕ_{y0} (1/m)	M_{y0} (kN·m)	ϕ_u (1/m)	M_u (kN·m)
103 (203)	103 (203)	104 (204)	0.0000536	50 517	0.0006172	163 246	0.0126927	196 699
104 (204)	104 (204)	105 (205)	0.0000541	51 035	0.0006187	164 246	0.0125142	197 812
105 (205)	105 (205)	106 (206)	0.0000550	51 900	0.0006212	165 908	0.0122760	199 661
106 (206)	106 (206)	107 (207)	0.0000563	53 110	0.0006246	168 226	0.0118477	202 233
107 (207)	107 (207)	108 (208)	0.0000580	54 666	0.0006290	171 191	0.0113926	205 513
108 (208)	108 (208)	109 (209)	0.0000598	56 395	0.0006339	174 466	0.0109264	209 122
109 (209)	109 (209)	110 (210)	0.0000614	57 951	0.0006382	177 395	0.0105381	212 338
110 (210)	110 (210)	111 (211)	0.0000627	59 162	0.0006416	179 662	0.0102548	214 817
111 (211)	111 (211)	112 (212)	0.0000636	60 026	0.0006440	181 275	0.0100615	216 577
112 (212)	112 (212)	113 (213)	0.0000636	60 026	0.0006440	181 275	0.0100615	216 577

曲げモーメント-曲率の関係 ($M-\theta$ 曲線)

要素番号 No.	部材端節点番号		第1折点		第2折点		第3折点	
	I端	J端	θ_{pc} (rad)	M_{pc} (kN·m)	θ_{py0} (1/m)	M_{py0} (kN·m)	θ_{pu} (1/m)	M_{pu} (kN·m)
401 (403)	102 (202)	1102 (1202)	0.0000986	46223	0.0011293	150630	0.0257788	194461
402 (404)	114 (214)	1114 (1214)	0.0001226	57530	0.0011896	172048	0.0191053	219722

した弾性変位による上部構造重心位置の変位 δ_{py} と回転バネの回転角 θ_{py0} による上部構造重心位置の変位が等しくなるようにする。

$$\delta_{py} = \theta_{py0} \cdot (h - L_p/2), \quad \delta_{py} = \{ \phi_{y0} \cdot h + \gamma \cdot \phi_{y0} \cdot (h - L_p) \} \cdot L_p/2$$

回転バネの降伏回転角と曲げモーメントは下式となる。

$$M_{py0} = \beta \cdot M_{y0}, \quad \theta_{py0} = \phi_{y0} \cdot L_p \cdot (1 + \gamma \cdot \alpha) / (2 \cdot \beta)$$

$$\gamma = (\phi_c / \phi_{y0}) + (1 - \phi_c / \phi_{y0}) \cdot (1 - L_p / L')$$

$$L' = (1 - M_c / M_{y0}) \cdot h$$

③ 終曲時 (M_{pu}, θ_{pu})

道路橋示法書 V (平成 14 年) 10.3 の終局変位の定義に準じて、塑性ヒンジ領域の回転角が上部構造重心位置に与える変位を求めると下式となる。

$$\theta_{pu} \cdot (h - L_p/2) = \{ \theta_{py0} + (\phi_u - \phi_y) \cdot L_p \} \cdot (h - L_p/2),$$

$$\phi_y = (M_u / M_{y0}) \cdot \phi_{y0}$$

回転バネの終局回転角と曲げモーメントは下式となる。

$$M_{pu} = M_u, \quad \theta_{pu} = \phi_{py0} + (\phi_u - \phi_y) \cdot L_p$$

ここに、

- L_p : 塑性ヒンジ長
- h : 橋脚基部から上部構造慣性力の作用位置までの距離
- M_c : 塑性ヒンジ下端の断面のコンクリートひび割れ時の曲げモーメント
- M_{y0} : 塑性ヒンジ下端の断面の初降伏時の曲げモーメント
- M_u : 塑性ヒンジ下端の断面の終局時の曲げモーメント
- Φ_c : 塑性ヒンジ下端の断面のコンクリートひび割れ時の曲率
- ϕ_{y0} : 塑性ヒンジ下端の断面の初降伏時の曲率
- ϕ_u : 塑性ヒンジ下端の断面の終局時の曲率

5.2 入力地震動

入力地震動はレベル 2 地震動の 1995 年兵庫県南部地震時に神戸海洋気象台地盤上 (I 種地盤) で観測された記録の振幅調整波 (タイプ II-I-1) を用いました。図 - 13 に加速度波形、図 - 14 に加速度応答スペクトルを示します。

5.3 レーリー減衰の設定

非線形動的解析で用いるレーリー減衰は固有値解析結果を用いて図 - 15 の手順でパラメータ α , β を設定します。 α , β を設定する場合に必要な 2 組の固有振動数、モード減衰定数 (f_1, h_1 と f_2, h_2) の選定は支配的なモードが 2 つに限定できる場合はその 2 つを選定し、複雑な構造系で支配的なモードが 2 つに限定できない場合は図 - 16 に示すように固有振動数 10Hz 程度までのモード減衰定数をプロットし、レーリー減衰の曲線がモード減衰定数に近似するように設定します。本解析例は支配的なモード 1 次 (有効質量比 65%) とモード減衰定数のバラツキから高次モードにおいて減衰が過大評価にならないことを配慮し 1 次と 3 次の固有振動数とモード減衰定数を用いて α , β を設定しました。

タイプ II-I-1 神戸海洋気象台地盤上 (NS 成分)

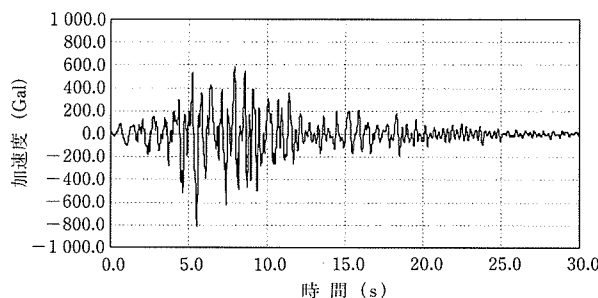


図 - 13 入力加速度波形図 (最大 812 Gal)

タイプ II-I-1 神戸海洋気象台地盤上 (NS 成分)

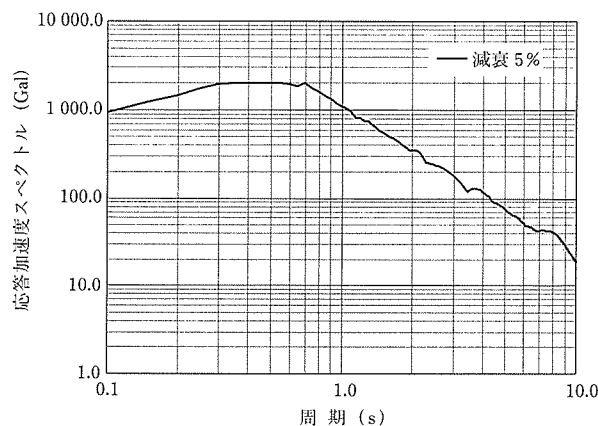


図 - 14 加速度応答スペクトル図

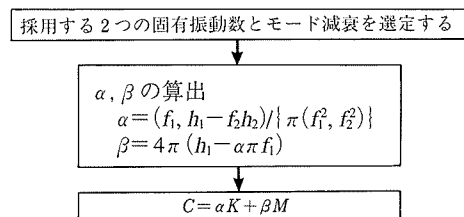


図 - 15 レーリー減衰の設定手順

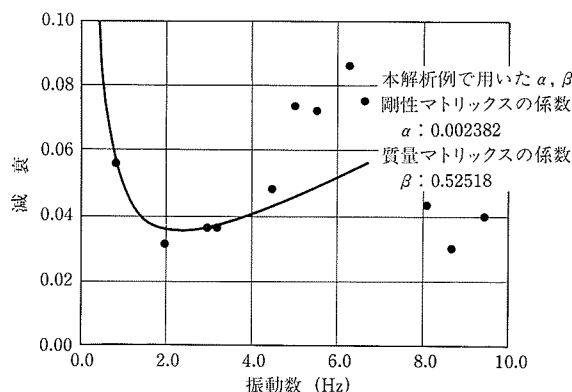


図 - 16 モード減衰定数とレーリー減衰の関係

5.4 非線形動的解析結果

本解析例の動的非線形解析は図 - 17 に示すような死荷重時の断面力を初期状態とし、以下に示すような解析条件を指

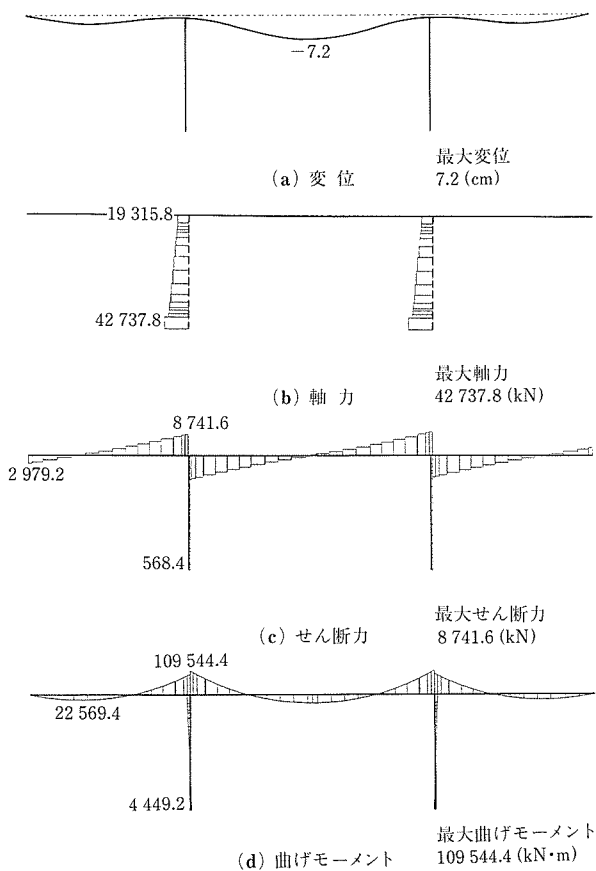


図 - 17 死荷重の変位と断面力

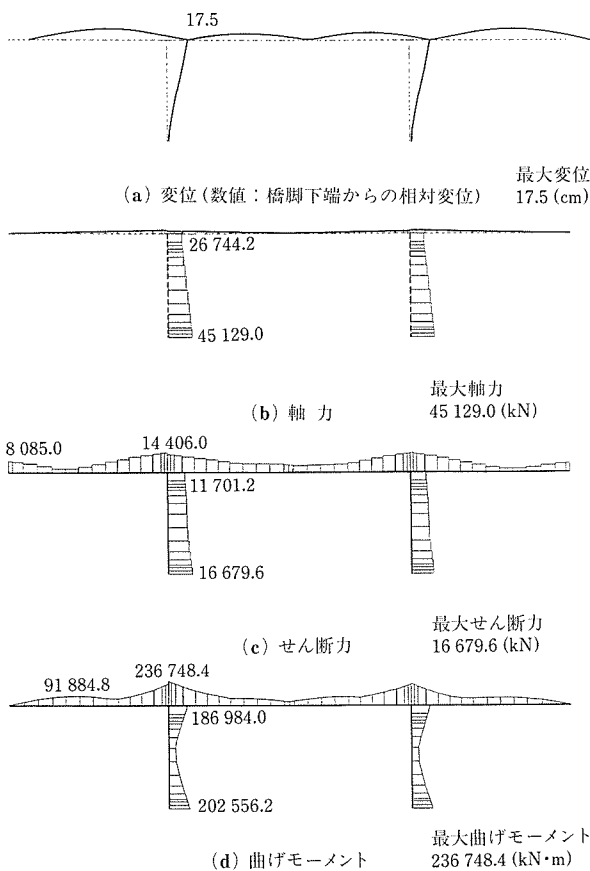


図 - 18 最大応答図 (軸力変動考慮なし)

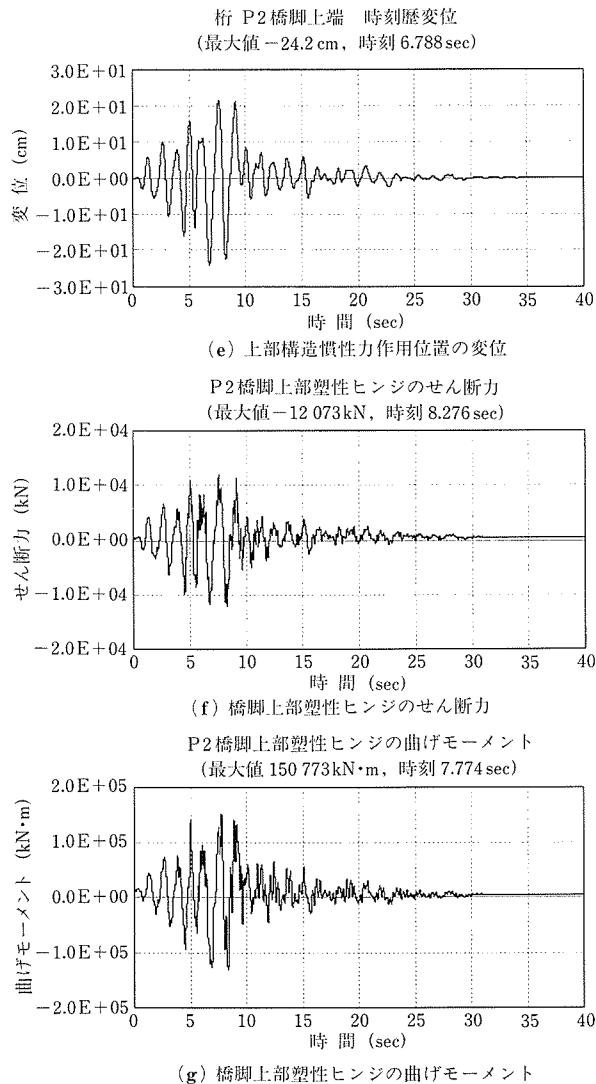


図 - 19 時刻歴応答図 (軸力変動考慮なし)

定し解析を実施しました。

解析法：直接積分法のニュートン・ラプソン法

積分法：ニューマークβ法 ($\beta = 0.25$)

積分時間間隔：0.002 秒

解析結果は図 - 18 に変位，軸力，せん断力，曲げモーメントの最大力分布図，図 - 19，図 - 20 に P2 橋脚上端の変位，P2 橋脚上下端部のせん断力，曲げモーメントの時刻歴波形図，P2 橋脚下端部に設定した塑性ヒンジパネの応答履歴図をおのおの示します。これらの解析結果から解析の妥当性を判断するために，最大分布図，時刻歴波形図から不自然な分布形状，波形形状が示されていないかをチェックし，応答履歴図からは入力した塑性ヒンジパネの耐力値（ひびわれ耐力，降伏耐力）が正しく解析に取り込まれているか，解析で想定した履歴ループが正しく描かれているかをチェックします。本解析例は最大分布図，時刻歴波形図ともに不自然さはなく，応答履歴も設定した耐力値と想定した履歴ループが描かれていることから妥当な解析結果が得られていると判断できます。

動的非線形解析結果は橋脚の非線形性を考慮したことにより，図 - 7 の応答スペクトル法解析結果（断面力は図 - 17

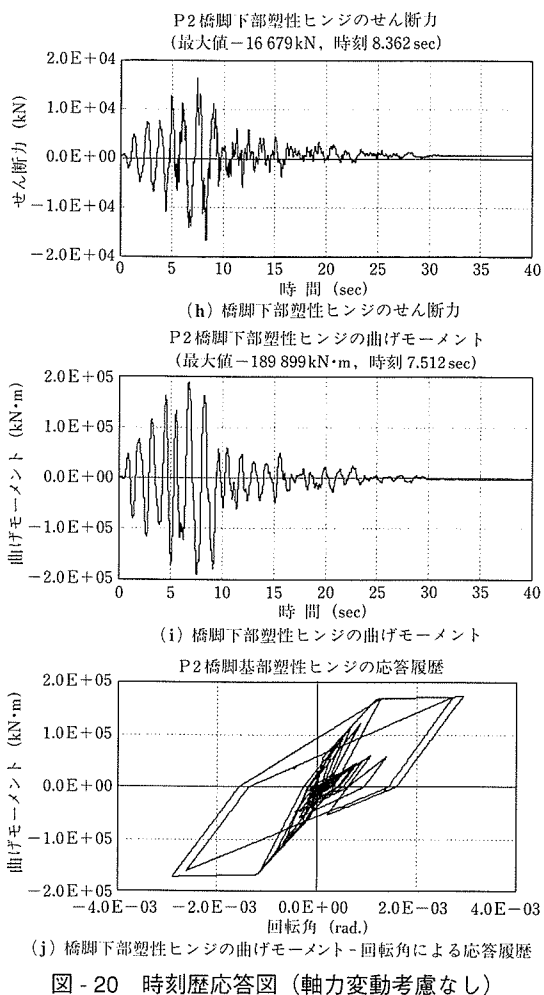


図 - 20 時刻歴応答図 (軸力変動考慮なし)

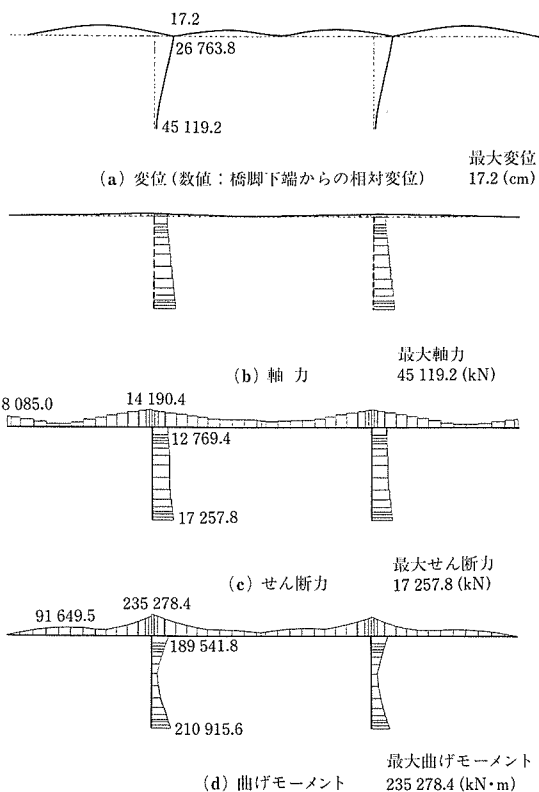


図 - 21 最大応答図 (軸力変動考慮)

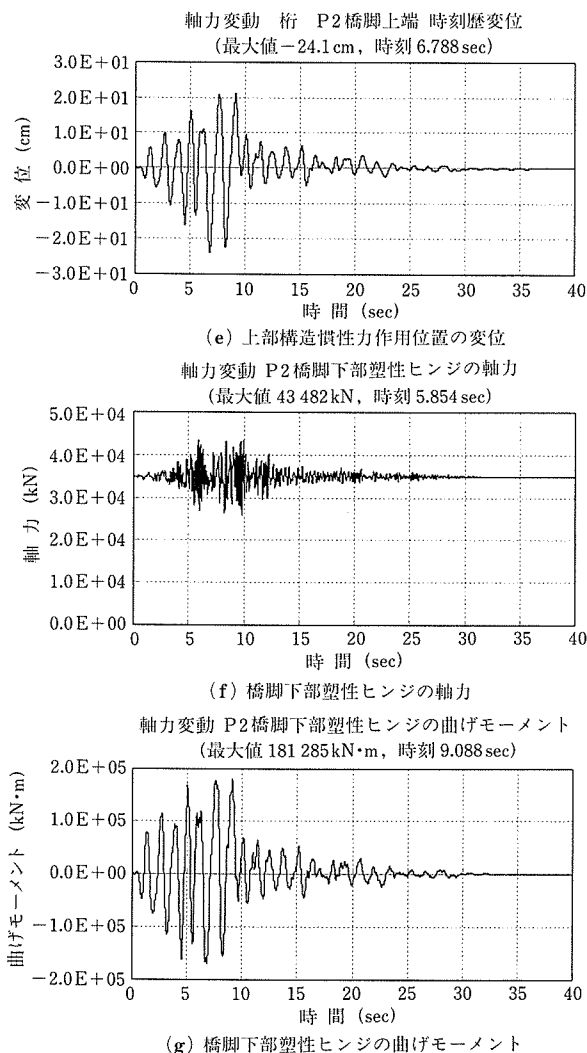


図 - 22 時刻歴応答図 (軸力変動考慮)

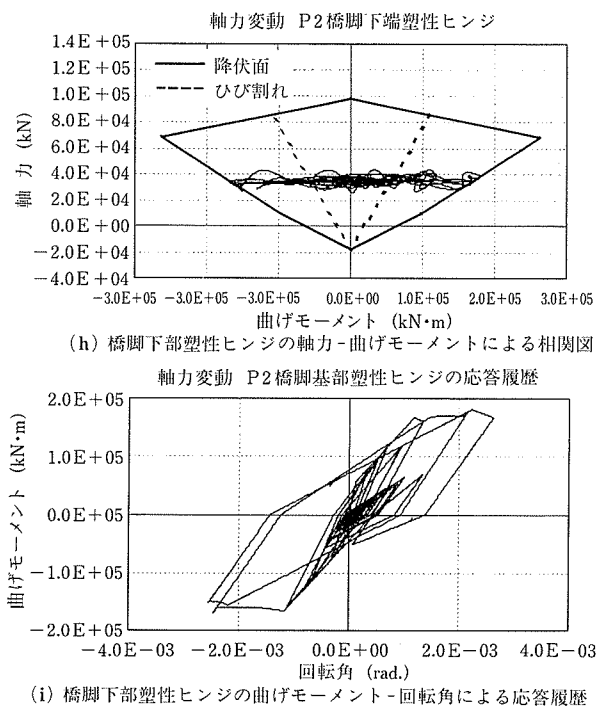


図 - 23 時刻歴応答図 (軸力変動考慮)

の死荷重の断面力を加算して評価)に比べ、変位は大きく、断面力は小さく出力されています。また、本解析例のような PC ラーメン橋は地震時に橋脚の軸力が変動することから、その影響による検討が必要になります。本解析例の軸力変動を考慮した解析結果を図 - 21, 図 - 22, 図 - 23 に示します。本解析例の軸力変動を考慮しない解析結果 (図 - 18 から図 - 19) と軸力変動を考慮した解析結果を比較すると本解析例の PC ラーメン橋は地震時の軸力変動の影響は小さいことが判断できます。もし、軸力変動の影響が大きい場合は軸力変動の解析結果を取り込んだ耐震設計が必要になります。

以上をもちまして、第 2 回「耐震解析あれこれ!？」の講座を終了させていただきます。

参考文献

- 1) (社)日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編 昭和 2 年 2 月
- 2) (社)日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編 平成 8 年 12 月
- 3) (財)土木研究センター：耐震設計ソフトウェアに関する研究委員会報告書 平成 9 年 5 月
- 4) (社)日本道路協会：道路橋の耐震設計に関する資料 平成 10 年 1 月
- 5) 日本道路公団：設計要領 第二集 平成 10 年 4 月
- 6) (社)日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編 平成 14 年 3 月

【2002 年 7 月 9 日受付】



刊行物案内

プレストレストコンクリートの歩みと 21 世紀の展望

第 29 回 PC 技術講習会

(平成 13 年 2 月)

頒布価格 (会 員) : 5 000 円 (送料 500 円)

(非会員) : 6 000 円 (送料 500 円)

社団法人 プレストレストコンクリート技術協会