

非線形解析の特徴と留意点

講師：佐藤 靖彦*¹，中村 光*²

はじめに

本講座では、Vol.43 No.1～6、Vol.44 No.3～No.6 の計 10 回にわたり、解析シリーズを取り上げてまいりました。今回は、これらの締めくくりとして、非線形解析を取り上げます。非線形解析については、Vol.43 No.4 では概念を、No.5 では波形鋼板ウェブの座屈解析を取り上げておりますが、解析自体の内容には踏み込んでまいりませんでした。しかし、近年の FEM 解析ツールの進歩は目覚しく、前処理プログラム(プリプロセッサ)を活用することで、線形解析の範疇であれば、大きな過ちを犯すことも少なくなっており、現時点で解析に従事する技術者が直面する問題は、むしろ非線形解析にあるのではないかと考えました。そこで、解析シリーズを終了するにあたりまして、「非線形解析の特徴と留意点」について、本研究の最前線におられる講師に、解説をお願い致しました。かぎられた紙面でありまますので、「難解なものをわかりやすく」というわけにはいかない部分もございますが、非線形解析というものの輪郭を皆様が捉えていただければ幸いです。(文責：講座部会)

1. 概要

許容応力度設計法から限界状態設計法へ、そして性能照査型設計法へと、自由度の高い設計が可能な設計体系へと移行しつつあります。性能照査型の設計体系の中では、既往の概念や実績には捉われない独創性にあふれた構造物の創造が可能であり、今後は、今まで以上に技術者の能力が大きく問われることになるものと思われます。この場合、質の高い「有力な武器」を身につけておくことが重要となってきます。その意味で、非線形解析は構造物の振る舞いを忠実に表現できる可能性を秘めたツールであり、「有力な武器」になりえるものといえるのではないのでしょうか。

本稿は、これから非線形解析に取り組もうとする技術者を対象に、理解の足がかりとなるような情報、すなわち、非線形解析の種類と特徴、実務における利用の現状、解析上の留意点に関して概説します。

2. 非線形解析の種類と利用の現状

2.1 非線形解析の種類

構造解析に着目した場合、非線形性は、材料の特性に起因する非線形と構造の幾何学的形状変化に起因する非線形とに分けられます。前者は材料的非線形、後者は幾何学的非線形と呼ばれます。

図 - 1 は、コンクリートおよび鋼材の応力-ひずみ関係を表しています。圧縮力を受けるコンクリートは圧縮強度の 30% 程度まで、また、引張力を受ける場合には引張強度付近まで、応力とひずみとの関係はほぼ直線関係にありますが、それ以降においては、もはや直線関係が成り立ちません。一方、鋼材は、降伏強度までは応力とひずみが比例関係にある領域、降伏強度以降には応力が一定となる領域(塑性棚)、そして、再び応力が緩やかに増加する領域(硬化域)を有する材料です。このように、コンクリートと鋼材は、その応力とひずみとの関係をただ一つの線形式では記述できない非線形材料です。このような非線形材料を扱う解析を材料的非線形解析といい、本稿ではこの解析方法を対象にします。

これまで、コンクリート構造物の構造解析用に開発されてきた材料的非線形解析は、部材モデルに基づく解析手法

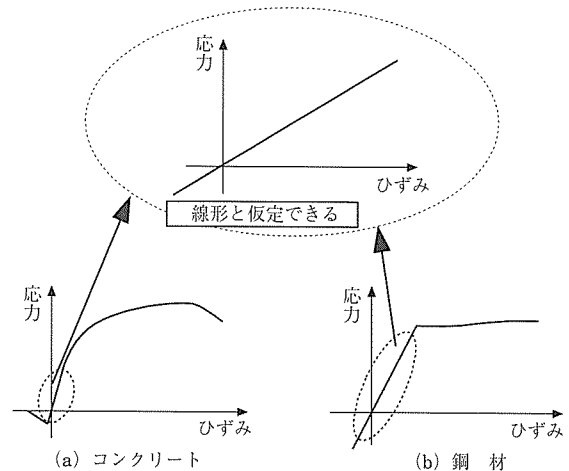


図 - 1 非線形材料の応力-ひずみ関係

* Yasuhiko SATO : 北海道大学大学院 工学研究科 社会基盤工学専攻 助手

* Hikaru NAKAMURA : 名古屋大学大学院 工学研究科 土木工学科専攻 助教授

と材料レベルに基づく解析手法とに分類できます。部材モデルに基づく解析手法とは、断面のモーメント(M)と曲率(ϕ)との関係、モーメント(M)と回転角(θ)との関係、さらには、それらに軸力(N)の影響を考慮した関係を利用する方法であり、骨組み解析がこれに属します。一方、材料レベルに基づく方法とは、応力(σ)とひずみ(ϵ)もしくは変位(δ)との関係を利用する方法であり、ファイバーモデル、有限要素解析などが属します。本稿では、材料的非線形解析の中でも有限要素解析を中心に記述することにします。なお、文献1) から3) には、骨組み解析やファイバーモデルによる解析例が示されていますので、興味のある方は読んでみてください。

2.2 非線形解析の利用の現状

昨年、土木学会「コンクリート構造物の非線形解析技術研究小委員会」において、実務における非線形解析の利用状況を把握することを目的に、アンケート調査が行われています。このアンケート調査では、ゼネコン・コンサルタント・上部工メーカー・電力・ソフトメーカーなど45社122人(業種別の割合は図-2を参照)から330件(この内、非線形解析が267件)もの解析事例が得られています³⁾。ここで、その結果を概観してみます。

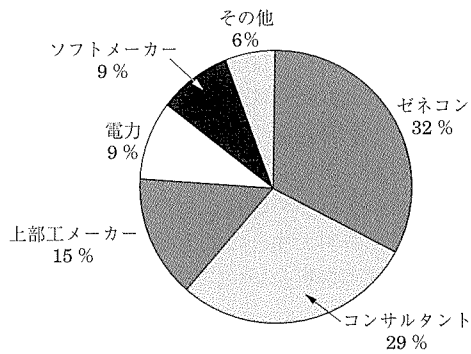


図-2 業種の構成割合

(1) 回答者の年齢と経験年数

図-3はアンケート回答者の年齢を、図-4は経験年数を示しています。図-3から35歳未満が全体の約6割を占めていること、図-4から経験年数が10年未満である人が全体の約7割を占めていることがわかります。

一方、図-5は、年齢から推測した年齢別経験年数を示しています。これより、入社直後から解析を行っている人の割合は、25歳以下では100%、26歳以上35歳以下では80%にまで及びます。すなわち、設計者としての経験が少ない段階で、解析業務に従事する傾向にあることが読み取れます。

(2) 使用されている非線形解析の種類とその利用法

図-6は、骨組み解析、ファイバーモデル、有限要素解析別に利用目的を整理したものです。設計への利用の割合は、骨組み解析においてもっとも大きく、有限要素解析においてもっとも小さくなっています。一方、研究開発への利用の割合は、その逆になっています。有限要素解析に着目した場合、研究開発への利用割合は設計への利用割合を

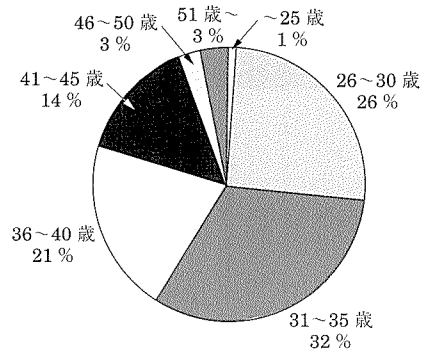


図-3 回答者の年齢

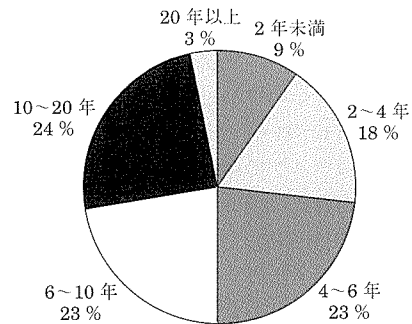


図-4 回答者の経験年数

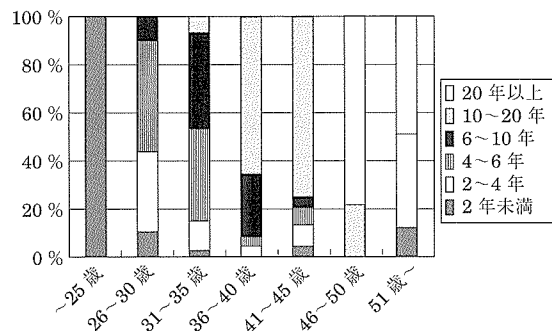


図-5 年齢別の経験年数

上回ってはいますが、両者の差は小さく、率直なところ、かなりの割合ですでに設計において活用されていると感じられます。

図-7および図-8には、対象とした構造物の形式と種別がそれぞれ整理されています。有限要素解析では、約6割がRC構造への利用であり、PC構造への利用は1割強しかありません(図-7)。しかし、その構造種別は多岐に及んでいることがわかります(図-8)。

図-9は、解析ソフトの選定理由を示しています。現在では自主開発ソフトを用いているケースは少なく、ほとんどが市販の汎用ソフトを用いているようですが、その場合、精度や収束性よりも、実績と機能を重視して選定していることがわかります。

なお、上述の委員会報告書³⁾には、回答者の問題意識などを含め、利用の現状が詳しくまとめられています。

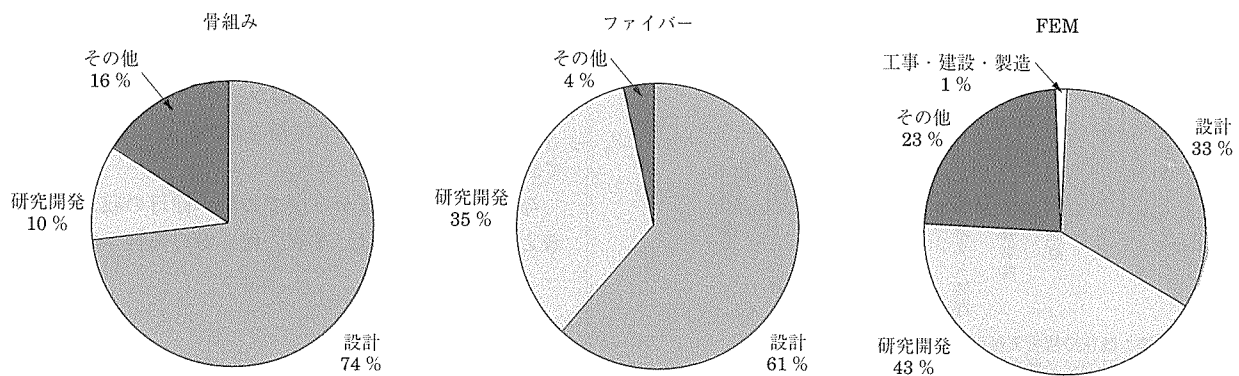


図-6 非線形解析の利用目的 (左から骨組み解析, ファイバーモデル, 有限要素解析)

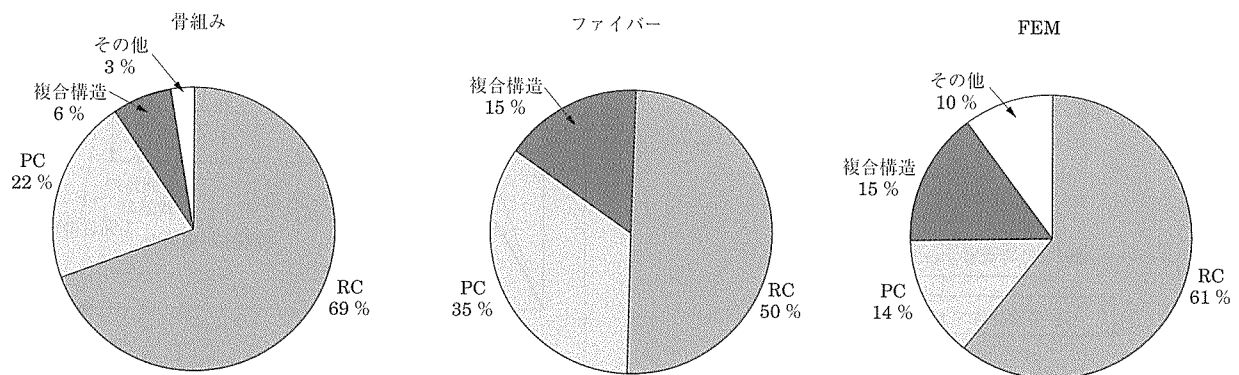


図-7 対象とした構造形式 (左から骨組み解析, ファイバーモデル, 有限要素解析)

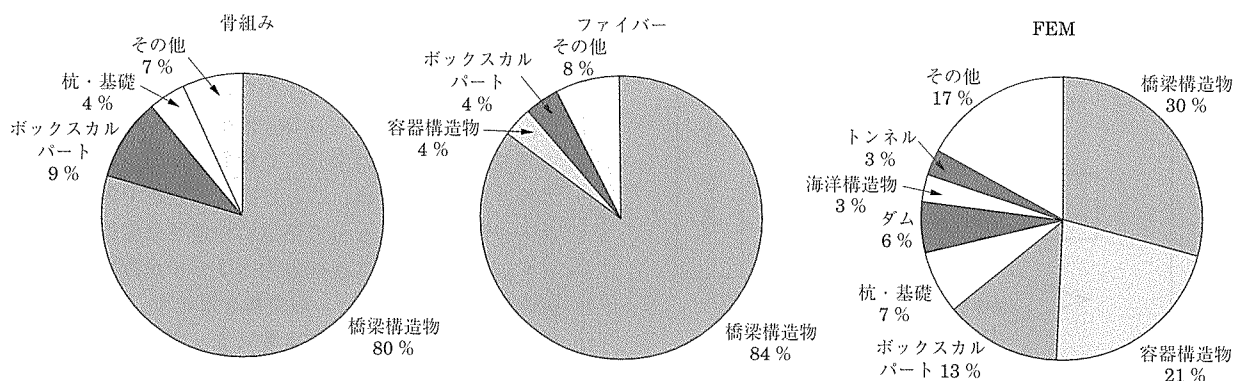


図-8 対象とした構造種別 (左から骨組み解析, ファイバーモデル, 有限要素解析)

3. 線形解析と非線形解析の数値計算上の相違点

3.1 計算の流れ

図-10は、静的荷重を対象とした変位法に基づく非線形有限要素解析の一般的な計算の流れを示しています。線形解析と非線形解析との差異は、収束計算の有無にあります。すなわち、線形解析では、力と変位との関係が線形でかつ両者が一対一に対応しているため収束計算は必要ありません。しかし、非線形解析では、力と変位との関係が非線形でかつ一対一に対応していないため試行錯誤により解を求めなければなりません。ここで、何を目的として試行錯誤を行うのか、図-10を参照しながら説明します。

数値解(計算結果)を得るということは、当然のことながら方程式が与えられていなければなりません。材料的非

線形構造解析を対象とした場合、通常、仮想仕事法により支配方程式を得ます。支配方程式は次式により表されます。

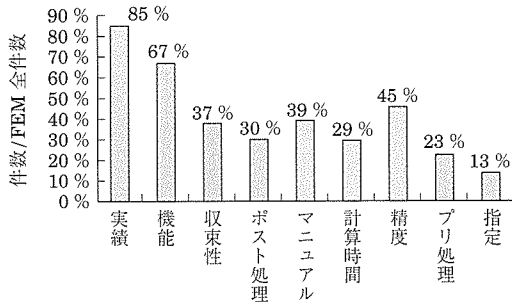
$$|R| = |f| - |Q| = 0 \tag{1}$$

ここで、 $|f|$ は外力ベクトル、 $|Q|$ は内力ベクトルであり、式(1)は両者が一致すれば良いことを表しています。非線形解析では、外力ベクトルと内力ベクトルの差を残差力ベクトルとか不平衡力ベクトルと呼んでおり、式(1)では $|R|$ として表されています。

式(1)の外力ベクトルは、次式により表されます。

$$|f| = [K]|\delta| \tag{2}$$

ここで、 $|\delta|$ は変位ベクトル、 $[K]$ は剛性マトリクスと呼ばれるものです。この剛性マトリクスは、フックの法則で



実績：既往の解析実績があることを考慮
 機能：目的に必要な特殊機能があることを考慮
 収束性：解の収束性に定評があることを考慮
 ポスト処理：データ処理・グラフ化など簡便性を考慮
 マニュアル：マニュアルが整備されていることを考慮
 計算時間：計算の所要時間がかからないことを考慮
 精度：解析結果の精度が高いことを考慮
 プリ処理：メッシュ作成，条件入力等の簡便性を考慮
 指定：発注者(客先)より解析ソフトの指定があった場合

図 - 9 解析ソフト選択理由

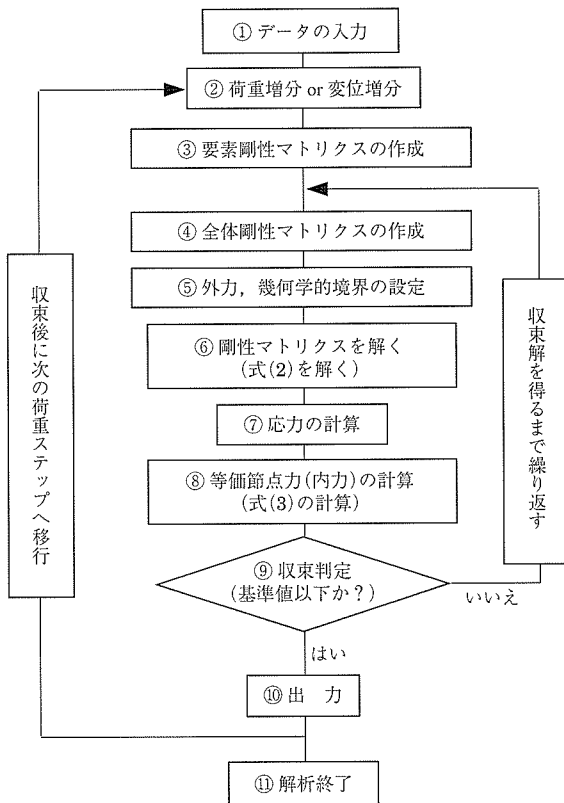


図 - 10 非線形有限要素解析における計算の流れ

いうところのバネ定数に対応します。線形解析ではこのマトリクスはつねに一定となりますが，非線形解析では，逐次変化することになります。

一方，内力ベクトルは次式により表されます。

$$\{Q\} = \int_V [B]^T \{d\} dV \quad (3)$$

ここで， $[B]$ は変位とひずみとを関連づけるマトリクスでひずみマトリクスと呼ばれるものです。式(1)から(3)の誘導方法や剛性マトリクスやひずみマトリクスの求め方に関しては専門書⁴⁾をご参照下さい。

ちょっとイイ話

どのように収束解を得るのか

ここで，どのようにして解を得るのか，図 A を用いて説明します。

今，最初の荷重ステップでの第一回目の収束計算を考えます。計算では，まず，何らかの剛性マトリクス

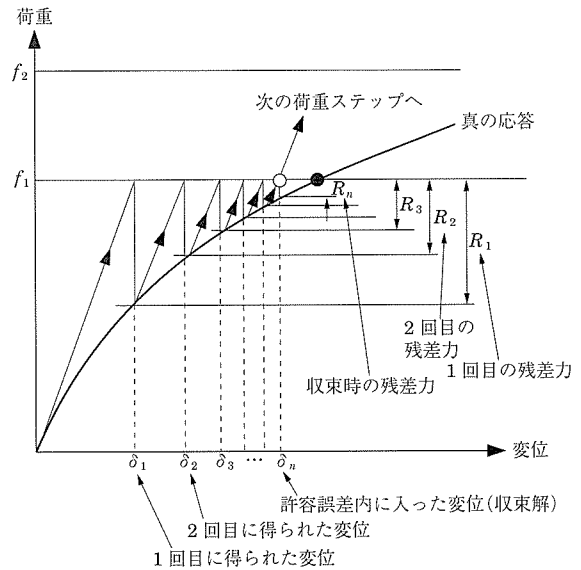


図 A 修正ニュートンラプソン法

を与えます。これは仮に与えた剛性マトリクスですので，必ず残差力ベクトル $\{R\}$ が生じてしまいます。この残差力ベクトルは余分に見積もった力であり，つぎの繰り返し計算では，これと同じ大きさで逆向きのベクトルを外力とみなして節点に作用させ変位を更新します。このプロセスを残差力ベクトルが許容できる範囲内に収まるまで続け，収束解を得ます。なお，通常，収束時の残差力をつぎの荷重ステップにもち越されます。

上述の方法が，良く知られているニュートンラプソン系の収束方法です。とくに，各荷重ステップで最初に用いる接線剛性マトリクスをその荷重ステップ内の収束過程において更新する方法をニュートンラプソン法と，各荷重ステップならびに収束過程において初期弾性マトリクスを剛性マトリクスとしてつねに使い続ける方法を修正ニュートンラプソン法といいます。図 A は修正ニュートンラプソン法を示していましたが，この方法は，解を得るまでの繰り返し回数が増える反面，比較的安定した収束計算が可能なのが特徴です。しかし，最大耐力点以降の挙動を追跡することが難しく，最近では，最大耐力点以降（ポストピーク）も安定して解が得られる弧長法という制御法が，コンクリート構造物の構造解析にも利用されるようになってきました。

さて、先に示した式(1)は、外力と内力は釣り合わなければならないことを表しているわけですが、非線形解析では、そのための試行錯誤が必要となります。実際の計算においては、作用させた荷重は、外力ベクトル $\{f\}$ 中の該当する位置に格納されます (図 - 10 の⑤)。ここで、何らかの剛性マトリクス $[K]$ を仮定すれば、変位 $\{\delta\}$ を求めることができます (図 - 10 の⑥)。ひずみマトリクスにより変位ベクトル $\{\delta\}$ からひずみベクトル $\{\epsilon\}$ を求め、構成材料の応力-ひずみ関係 (構成則) により応力を算出します (図 - 10 の⑦)。そして応力ベクトルとひずみマトリクスにより内力ベクトル $\{Q\}$ を計算し (図 - 10 の⑧)、この内力ベクトルと外力ベクトル $\{f\}$ とが一致する変位ベクトルが得られるまで試行錯誤を繰り返します。残差力ベクトルが所要の値よりも小さくなれば解が得られた (工学的に許容できる近似解が得られた) と判断し、次の荷重ステップに進むことになります。この一連の計算過程において、どのように剛性マトリクスを与え変位を更新し、解が得られたと判断するのが問題となります。変位の更新の方法が収束 (収斂) 方法と称され、解が得られたか否かの判定が収束 (収斂) 判定と呼ばれています。

3.2 収束判定基準

有限要素解析において要素は節点で結合されています。残差力は各節点で求められるので、厳密には各節点において、未知量である解の変化が無視できるほど小さくなることを確かめる必要があります。しかし、何千もの節点を有する解析においてこの方法を用いることには無理があります。そこで、通常は、系全体での収束判定を行う方法がとられています。以下に代表的な収束判定基準を示します。

変位を指標として用いた収束判定基準

$$\sqrt{\frac{\Delta p_i^T \Delta p_i}{p_i^T p_i}} \leq \epsilon_{dis} \quad (4)$$

残差力を指標とした収束判定基準

$$\sqrt{\frac{(q-f(p_i))^T (q-f(p_i))}{f(p_i)^T f(p_i)}} \leq \epsilon_{rel. force} \quad (5)$$

エネルギーを指標とした収束判定基準

$$\sqrt{\frac{\Delta p_i^T (q-f(p_i))}{p_i^T f(p_i)}} \leq \epsilon_{energy} \quad (6)$$

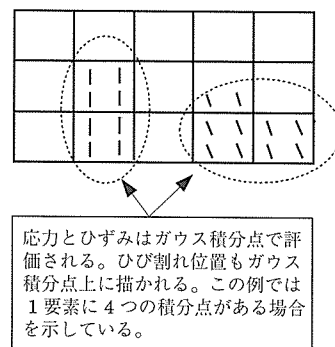
ここで、 q : 外力、 $f(p)$: 内力、 Δp : 変位増分、 p : 総変位を表し、下付き文字 i は、繰り返し回数を表しています。また、残差力に関する収束判定式中に、 q^k 、 $f^k(p_i)$ とありますが、上付き文字 k はベクトルの k 番目の成分を表しています (たとえば、 q^k は、 q ベクトルの k 成分を表す)。なお、各式の右辺は、収束判定値です。一般的に、式(4)では、 1.0×10^{-3} 程度、式(5)であれば 1.0×10^{-3} 程度、式(6)では 1.0×10^{-2} 程度の値とすることが望ましいとされています。しかし、これらはあくまでも経験的に得られた数値です。したがって、解析者自身が判定値を変えた解析を行うことにより、その感度 (判定値が解析結果に及ぼす影響) がどの程度なのかを調べておくべきでしょう。なお、これ

らの収束判定基準は、主として力の釣合が満たされているか否かを判定するものなので、ポストピーク領域では、接線剛性マトリクスの固有値解析などにより、釣合点の安定性の検討を行うことが望まれます。

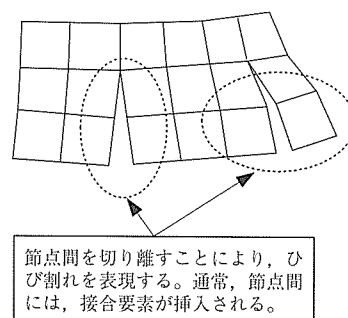
4. 非線形有限要素解析におけるモデル化の手法と計算上の留意点

4.1 コンクリート、鉄筋、ひび割れのモデル化

鉄筋コンクリートの挙動を有限要素解析により再現しようとする場合、ひび割れの発生および進展のモデル化の方法および鉄筋のモデル化の方法が重要な課題となります。主なひび割れのモデルとしては、分散ひび割れモデル (図 - 11(a))と離散ひび割れモデル (図 - 11(b))があり、さらに、分散ひび割れモデルには、一度発生したひび割れの角度を変化させない固定ひび割れモデルと、つねに主応力の方向にひび割れ角度を変化させる回転ひび割れモデル [6] があります。ここで勘違いしていただきたいのが、分散ひび割れモデルにおいては、要素を分断するようなひび割れが実際に形成させるのではなく、ひび割れが入ったことの影響を剛性を低下させることにより表現しているということです。つまり、ひび割れが発生しているかどうかを理解しやすくするために図 - 11(a)に示されるような線をガウス積分点に描きます。一方、鉄筋のモデル化には、棒材である鉄筋を要素内に一様に分布させる分散鉄筋モデル (図 - 12) と、鉄筋を棒もしくは梁要素としてコンクリートに貼りつけもしくは埋め込む、離散型の鉄筋モデルがあります (図 - 13)。図 - 14には、鉄筋をコンクリートに貼りつけるための要素の概念図が示されています。左側はリンク要素



(a) 分散ひび割れモデル



(b) 離散ひび割れモデル

図 - 11 ひび割れのモデル化

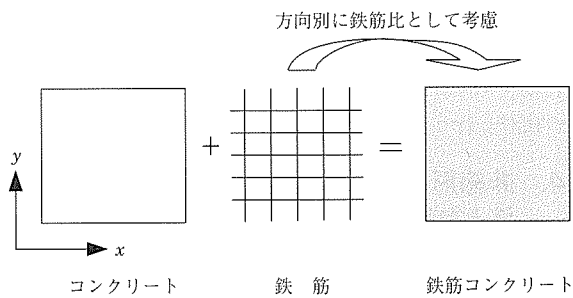


図 - 12 鉄筋コンクリート要素

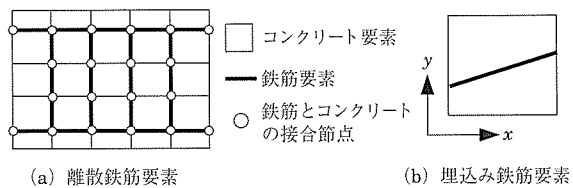


図 - 13 鉄筋のモデル化

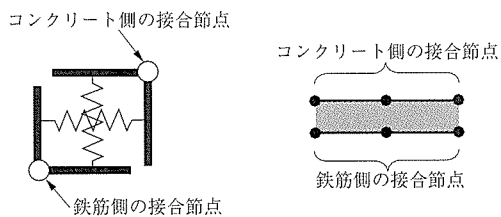


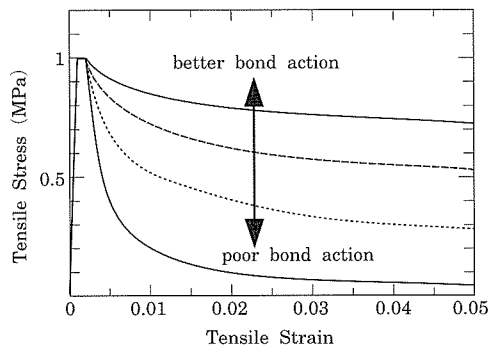
図 - 14 節点の接合方法 (左:リンク要素, 右:接合要素)

と呼ばれるもので、節点間に用意される要素です。この要素は、先に示した図 - 11 (b) のような離散ひび割れを表現するためにも利用されます。一方、右側は接合要素と呼ばれるもので、要素間に挿入される厚さがゼロの要素です。また、埋込み鉄筋要素は、節点位置に関係なく自由に直線および曲線配置が可能な要素です。これら要素の構成則として、付着応力-すべり関係を用いることにより、鉄筋とコンクリート間の非線形挙動が表現できます。なお、図 - 14 に示した要素は、鉄筋とコンクリート間の付着やコンクリートのひび割れだけではなく、新旧コンクリートの接合面やデビエータとストランドの接触面にも利用できます。

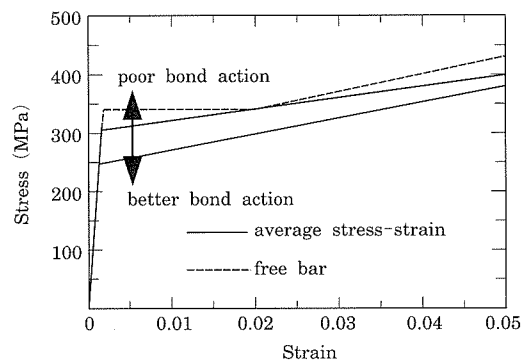
分散ひび割れモデルに鉄筋を一様に分布させた要素（鉄筋コンクリート要素）においては、鉄筋とコンクリートの応力とひずみとの関係は、平均応力-平均ひずみ関係により表現されます。すなわち、引張応力を受けるコンクリートの構成則には、図 - 15 (a) に示されるような平均応力-平均ひずみ関係（テンションステイフィング曲線）が、鉄筋には図 - 15 (b) に示されるような平均応力-平均ひずみ関係が用いられます。この関係では、鉄筋の付着が良好であれば、引張強度以降のコンクリートの平均応力は大きく、逆に鉄筋の降伏応力およびその後の平均応力は小さくなります。なお、ここでいう「平均」とは、ひび割れ間およびひび割れ位置の応力やひずみを平均化して扱うことを意味します。この方法は、個々のひび割れの発生や進展は表現できませんが、耐震壁のようなひび割れが解析対象全体に入るような構造の挙動を予測・再現するのに適しています。

また、解析に要する作業負荷も小さいため、現在もっとも一般的に用いられている方法といえます。一方、離散モデルは、鉄筋およびひび割れを実際に近い形でモデル化するため、本質的な抵抗機構や破壊機構を把握するのに大変有効ですが、分散モデルに比べ解析に要する作業負荷は大きいというデメリットを有しています。

図 - 16 は、斜め引張破壊を起こすせん断補強筋を持たない鉄筋コンクリート梁の破壊を分散ひび割れモデルと離散

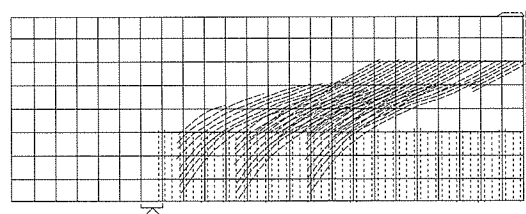


(a) コンクリートの平均応力-平均ひずみ関係

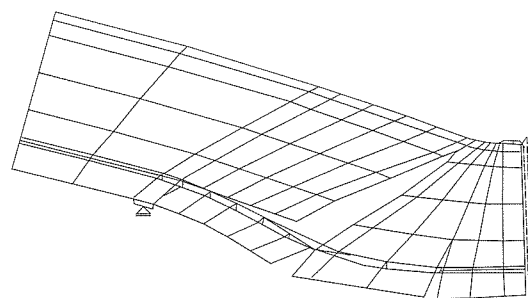


(b) 鉄筋の平均応力-平均ひずみ関係

図 - 15 引張応力下の平均応力と平均ひずみとの関係



(a) 分散ひび割れモデル (Model 1)



(b) 離散ひび割れモデル (Model 2)

図 - 16 ひび割れモデルの比較

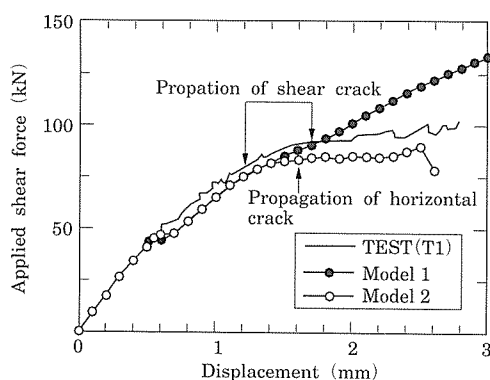


図 - 17 荷重-変位曲線

ひび割れモデルによりシミュレーションした結果を示しています。また、図 - 17 はそれらの荷重-変位曲線を示します。ごく少数のひび割れが全体挙動を支配する場合には、離散ひび割れモデルを用いた方が、破壊性状および耐力を適切に予測できていることがわかります。ただし、この例は、離散ひび割れモデルを必ず用いた方が良いことを示すものではありません。すなわち、分散ひび割れモデルを用いた場合であっても、ひび割れ面でのせん断伝達応力を低下させたり¹⁸⁾、固定ひび割れモデルと回転ひび割れモデルを組み合わせた方法¹⁹⁾を用いたりすることにより終局耐力の予測が可能です。ここでは、ひび割れのモデル化や使用する構成則により、解ける問題もあれば解けない問題もあるということを理解していただくことを目的に一例として紹介しました。

なお、本稿では、せん断伝達モデルやコンクリートの応力-ひずみ関係など、基本的な構成則の説明は省略します。それらについては文献 3) および 7) から 10)) を参照下さい。

4.2 破壊の局所化と破壊エネルギー

コンクリート構造物の破壊にいたるまでの挙動を数値計算により予測しようとすると、「破壊の局所化」の扱いが大きな問題になります。構造物における破壊は、ひとつもしくは複数の材料の破壊や異種材料間の複合作用の消失により引き起こされます。コンクリートには圧縮破壊と引張破壊があり、鉄筋には破断や座屈が、複合作用の消失には付着・定着破壊があります。いずれの破壊も構造物全体で起きるのではなく、かざられた領域に発生し、徐々に応力を開放しながら破壊が進行し、構造全体の破壊へと向かわせます。この局所的に徐々に応力を開放しながら進行する破壊は、有限要素解析のような連続体理論に基づく手法がもっとも不得意とするものであり、これを忠実に再現しようとすると、どうしても要素寸法の影響（要素寸法依存性）が現れてしまいます。そこで、近年、破壊エネルギーの概念が導入されるようになってきました。

図 - 18 は、一軸引張力を受けるコンクリートの引張応力と変形との関係をコンクリートの変形挙動の模式図とともに示したものです¹¹⁾。初期の段階では、コンクリートは一樣に変形（図 - 18 の A）していますが、ピーク付近で損傷の局所化によりひび割れが現れ（図 - 18 の B）、ピーク以降には、ひび割れ界面の骨材を介して応力が伝達されているために見かけの応力は徐々に低下し、界面が完全に分離

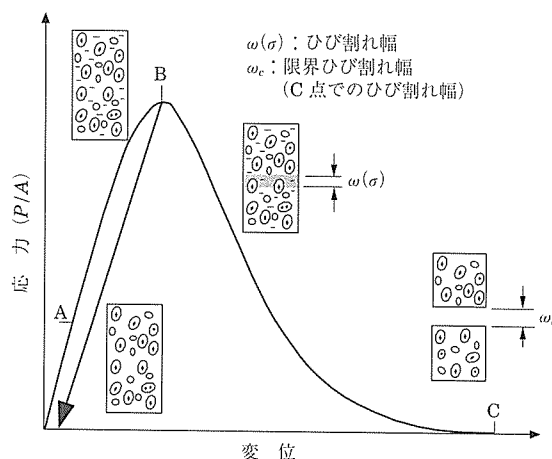


図 - 18 プレーンコンクリートの引張軟化特性¹¹⁾

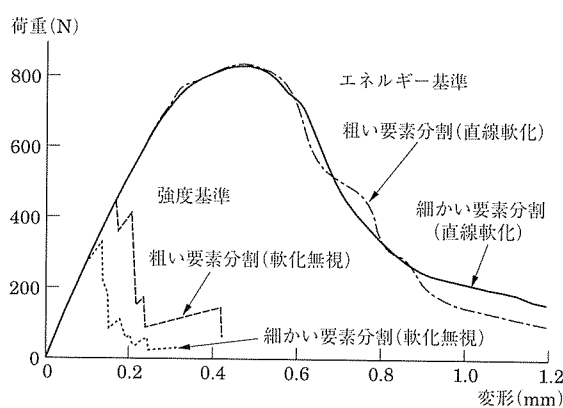


図 - 19 無筋コンクリートの曲げ解析¹²⁾

したときに応力がゼロ（図中の C 点）になります。これが典型的な破壊の局所化です。ひび割れ以降の変形は、もはやひずみでは表すことができません。それゆえ、応力とひび割れ幅との関係により表されます。この応力とひび割れ幅との関係をテンションソフトニング（引張軟化）曲線といい、引張軟化曲線で囲まれた面積が引張破壊エネルギーと定義されます。離散的に配置したひび割れ要素にはこの関係を直接使用し、一方、ひび割れを分散処理したコンクリート要素には、等価長さやひび割れ間隔などによりひび割れ幅をひずみに置き換えた関係を使用します。

図 - 19 は、Rots らにより行われた切り欠きを有する無筋コンクリートの解析により得られた荷重-変位曲線を示します¹²⁾。図中の軟化無視とは、引張破壊エネルギーが用いられていない結果を示しますが、粗い要素分割と細かい要素分割では解が異なります。しかし、軟化域を直線で仮定し破壊エネルギーを導入した解析では、要素分割の影響がきわめて小さくなっています。これは、引張破壊エネルギーを用いることの必要性を示すものですが、この引張破壊エネルギーは、コンクリート強度や最大粗骨材寸法により異なること²¹⁾、また、その値が解析結果に大きな影響を及ぼすこと³⁾を正しく理解しておかなければなりません。

また最近では、圧縮破壊に対しても破壊エネルギーを導入しようという試みがなされています。円柱供試体の長さを変えた圧縮試験を行った結果、圧縮破壊を起こす領域の大

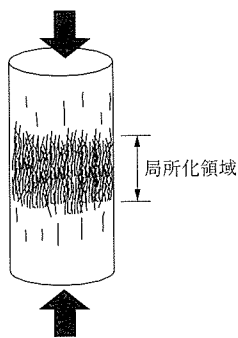
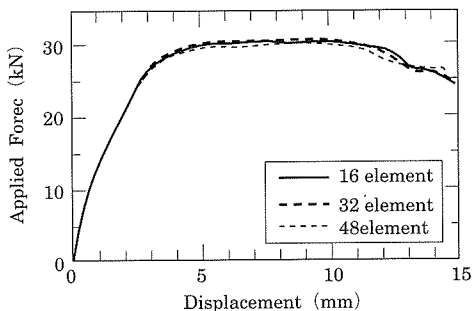
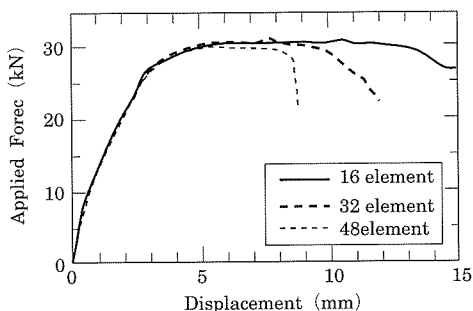
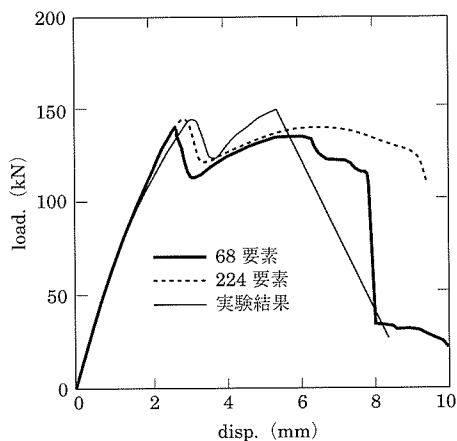


図 - 20 圧縮破壊の局所化



(a) 曲げ圧縮破壊への適用

〔上図：破壊エネルギーなし〕
〔下図：破壊エネルギー考慮〕



(b) せん断圧縮破壊への適用

図 - 21 圧縮破壊エネルギーを用いた解析結果

きさ (図 - 20 参照) は、供試体長さによらずほぼ等しいことが報告されています¹³⁾。つまり、この「圧縮破壊領域」を、引張力を受ける場合の「ひび割れ幅 (引張破壊領域)」

と読みかえれば、圧縮に関しても、もはやひずみではその変形を表すことができないことを容易に理解できます。

図 - 21 は、曲げ圧縮破壊を起こす RC 梁¹⁴⁾ およびせん断圧縮破壊を起こす RC 梁¹⁵⁾ の非線形有限要素解析により得られた荷重-変位曲線を示しています。いずれの場合も、圧縮破壊エネルギーを導入することにより要素寸法依存性が軽減されていることがわかります。しかし、これらはいくまでも限定された範囲における要素寸法依存性を軽減する方法であって、要素寸法依存性を完全に除去できるというものではありません。軟化領域および除荷領域の実際との整合性やストレスロッキングの問題など、まだ多くの課題が残されています^{6), 16)}。要素レベルでのコンクリートの圧縮軟化特性は、部材および構造レベルでの最大耐力、最大耐力点の変形、そしてポストピーク領域の挙動に大きな影響を及ぼします。今後の研究が待たれるところです。

以上、現在利用可能な解析ソフトが局所化理論に基づく解析手法であり、それゆえ局所化理論において軟化を考慮する場合の問題点を述べました。なお、最近、非局所理論による要素寸法依存性の回避の研究が行われていますので、興味のある方は文献 20) をご参照ください。

4.3 解析結果に及ぼすその他の要因

非線形有限要素解析結果は、要素寸法や構成則の影響のみならず、モデル化の方法、境界条件、載荷ステップの大きさ、収束方法や収束判定基準値、要素の種類、材料特性値の設定方法等の影響を大きく受けます。たとえば、収束判定基準値が大きければ、剛性および耐力が実際よりも大きくなる可能性がありますし、モデル化や境界条件が異なれば、変形モードとともに破壊の局所化領域の位置や大きさが変わり、その結果、耐力や破壊形式が異なる可能性があります。非線形解析では、解析者自身で判断し、設定しなければならない項目がとて多く、そのため、同じ問題を同一のソフトを用いて解析しても、解析者により結果が異なることが多々あります。つまり、解が解析者に依存するのです。そのような状況をなくすためには、まず、各種パラメータが解にどのような影響を及ぼすのかを正しく理解しておかなければなりません。文献 3) では、梁部材、柱部材、面部材を対象として、各種要因が解析結果に及ぼす影響を、種々の解析ソフトを用いた比較から明らかにしていますので参考にしてみてください。

4.4 非線形解析の設計での利用における留意点

非線形有限要素解析の設計への利用方法を、現状の技術レベルに基づき考えると、やはり、既往の設計手法により断面諸元を決定した後の構造全体としての安全性の確認 (照査) に対して利用するのが、もっとも現実的な方法であるといえます。ただし、この場合、使用した解析ソフトの精度を常に頭に入れておかなければなりません。

今、耐力に対する解析の精度を $\pm\alpha\%$ 、変形に対する解析の精度を $\pm\beta\%$ とします。図 - 22 には、解析により得られた結果とその精度が示されています (点線で囲まれる範囲に実際の応答が存在する)。この場合、設計という観点では、この構造物の性能 (ここでは最大耐力と最大耐力時の変位) は A 点により表されると考えることになるでしょう。

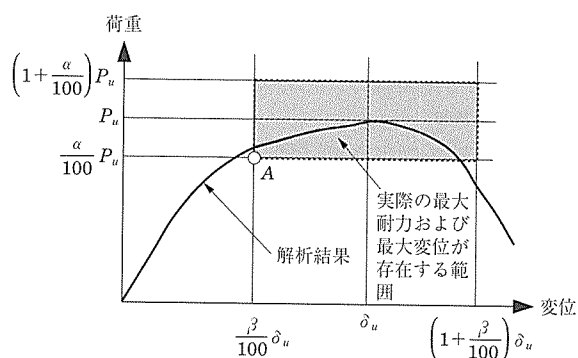


図 - 22 解析結果の評価

非線形解析の精度は、対象とする作用や利用する構成則などあらゆる因子の影響を受けるため、解析者自身が信頼のおける実験結果等との比較を通じてその精度を確認しておかなければなりません。また、材料係数等の各種安全係数の設定方法に関して十分な議論がなされていない現状を考えると、設計において非線形解析を利用する場合には、十分に大きな余裕度を設定しておくことが望ましいといえます。すなわち、具体的な限界値を設定し、材料品質のばらつきや解析の精度を考慮せずに解析結果と限界値とを直接比較することにより安全性を確認する方法は、実際の性能を過大評価している可能性がきわめて高いため、誤った利用方法であるといえます。

5. おわりに

雑ばくではありますが、非線形解析の種類と概要、利用の現状、そして解析上の留意点について解説させていただきました。本稿が非線形解析をはじめようとする方々にとって、少しでもお役に立ちましたら幸いです。

近年、非線形解析は飛躍的な進歩を遂げましたが、未だ多くの問題点を有しており、解析結果に全幅の信頼を与えることはできません。しかし、対象とする問題に適した解析手法および構成則を選択し、その精度や限界を正しく理解していれば、設計に活用することは可能です。そのためには、質の高いトレーニングが必要です。

非線形解析結果を得ることは容易ですが、その結果に正しい判断を下すことは大変難しいといえます。つまり、技術者としての良質の知識と判断力を身につけておかなければなりません。たとえば、現在の設計方法に規定されている構造細目を正しく理解した上で解析に望まなければ、解析の大前提を理解し、適切な構成則を選択することはできません。また、分散モデルを用いた解析では、鉄筋量は鉄筋比により入力するため、10%でも、50%でも、100%でも入力することが可能ですが、実際にはそのような密な配筋は施工上できません。「構造」がいかに形づくられるのかを理解して解析に望むことの重要性も決して小さくありません。これらをここで指摘せしめたのは、2章で紹介しましたアンケート結果から、若い技術者が、従来の設計手法による設計と非線形解析を用いた設計とをバランス良くこなしているのではなく、後者に重点が置かれていることが予想されたことにあります。

非線形有限要素解析は大きな可能性を秘めた手法です。最近では、水和反応から数値モデルを組み立て、若材齢コンクリートの材料品質と構造特性の双方を連続的に解き明かそうとする研究¹⁷⁾もなされています。今後、本稿で取り上げた問題が解決されるとともに、鉄筋の継手、折り曲げ形状、鉄筋間隔、本数や段数などを実際に忠実かつ容易にモデル化でき、耐力や変形だけではなく、ひび割れ幅や間隔などの情報も得られるようなプログラム、さらには、立体的にモデル化できることのメリットを生かし、現在の設計方法では考慮することが難しい、施工の質に起因する材料品質のばらつきや環境作用による材料劣化を時空間上で考慮できるようなプログラムが開発されれば、構造物の設計方法が劇的に変わることになるでしょう。著者らは、構造物が誕生してその使命を終えるまでの振る舞いを正確に再現できる時代が近い（遠い？）将来必ず到来するものと考えています。

今回は、非線形有限要素解析を中心に説明しましたが、最近では、個別要素法、剛体ばねモデル、ラチスモデルなど、ひび割れの離散的処理を得意とする数値計算方法を用いたアプローチも精力的になされています。これらにもご注目いただき、幅広い視野で非線形解析を見渡していただきたいと思います。

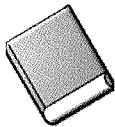
最後になりますが、これから非線形解析に取り組もうとする方に申し上げたいのが、たくさんの失敗を経験していただきたいこと、そして、うまくいった結果だけを残すのではなく、失敗した結果もきちんと残していただきたいということです。非線形解析の今後の発展を考えると、上手くいかなかった結果を広く示していくことが大変重要です。皆さんを取り巻く環境がそれを許すかどうかはなはだ疑問ではありますが、是非実践してみてください。

参考文献

- 1) 平成9・10年度 耐震ソフトウェアに関する研究委員会報告書、土木研究センター、1994
- 2) 道路橋の耐震設計に関する資料－PCラーメン橋・RCアーチ橋・PC斜張橋・地中連続壁基礎・深礎基礎等の最新設計計算例－、日本道路協会、1998
- 3) コンクリート構造物の非線形解析技術研究小委員会成果報告書、土木学会、2003
- 4) ツィエンキーヴィッツ著 吉識雅夫・山田義昭監訳、マトリックス有限要素法、培風館、1990
- 5) 中村光、二羽淳一郎、田辺忠顕、鉄筋の座屈がRC構造のポストピーク挙動に及ぼす影響、コンクリート工学年次論文報告集、Vol.14, No.2, pp.337-342, 1992
- 6) Rots, J. G. : Computational Modeling of Concrete Fracture, Dissertation, Delft University of Technology, 1988
- 7) 岡村甫・前川宏一、鉄筋コンクリートの非線形解析と構成則、技報堂出版、1991
- 8) 前川宏一・長谷川俊昭、コンクリート構成則の研究動向と課題、コンクリート工学、Vol.32, No.5, pp.13-22, 1994
- 9) 構成モデル小委員会成果報告書、コンクリート技術シリーズ21、1997
- 10) 鉄筋コンクリートの有限要素解析に関する研究の現状、コンクリート工学、Vol.23, No.12, pp.38 - 60, 1985
- 11) 内田祐市、市之瀬敏勝：破壊のメカニズムと破壊の力学、コンクリート工学、Vol.37, No.9, pp.11-17, 1999

- 12) コンクリートの破壊力学研究委員会：コンクリート構造の破壊力学に関するコロキウム，日本コンクリート協会，1990.
- 13) Nakamura, H. and Higai, T. : Compressive Fracture Energy and Fracture Zone Length of Concrete, Proceedings of Seminar on Post-Peak Behavior of RC Structures Subjected to Seismic Loads, JCI, Vol.2, pp.259-272, October 25-29, 1999
- 14) 田所敏弥, 佐藤靖彦, 上田多門：鉄筋コンクリート部材の終局変形に及ぼす圧縮軟化の影響，構造工学論文集，Vol.47A, pp.1309-1314, 2001
- 15) 山谷 敦, 中村 光, 檜貝 勇：回転ひび割れモデルによる RC 梁のせん断挙動解析，土木学会論文集，No.620/V-43, pp.187-199, 1999
- 16) 前川宏一，有限要素法による鉄筋コンクリート非線形解析の数値計算上の特徴，コンクリート構造物の設計に FEM 解析を適用するためのガイドライン，pp.127-134, 1989
- 17) 石田哲也, 前川宏一：物質・エネルギーの生成・移動と変形・応力場に関する連成解析システム，土木学会論文集，No.627/V-44, pp.13-25, 1999
- 18) An, X. : Failure Analysis and Evaluation of Seismic Performance for Reinforced Concrete in Shear, Dissertation, The Univ. of Tokyo, 1996
- 19) 飯塚敬一, 中村 光, 足立正信, 檜貝 勇：不連続回転ひび割れモデルによる RC 梁の有限要素法解析，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.19, No.2, pp.459-464, 1997
- 20) 三橋博三, 白井伸明, 六郷恵哲：コンクリート構造への破壊力学の応用，コンクリート工学，Vol.30, No.6, pp.5-17, 1992
- 21) コンクリート標準示方書 [構造性能照査編]，土木学会，2002

【2002年12月11日受付】



刊行物案内

PC 定着工法

—2000年版—

2000年12月発行

頒布価格：会員特価 4 000 円（送料 400 円）

非会員特価 4 800 円（送料 400 円）

体 裁：B5判，220頁（無線綴じ製本）

最新の
「定着工法」を
掲載!!

発行・発売：社団法人 プレストレストコンクリート技術協会