

PC 連続曲線箱桁の解析法と プレストレス効果に関する一考察

前田 晴人 *1・小宮 正久 *2・酒井 一 *3

1. はじめに

PC 曲線桁について書かれた論文はきわめて少ない。これは、泉がその著書¹⁾の前書きの中で述べているように、曲線桁に特有のねじりモーメントが比較的小きな値であり、構造部材の設計においては二次的なものと考えられているからである。確かに単純桁においてはプレストレス力による反力およびねじりモーメントは発生しないことが確認されている^{2), 3), 4)}。しかしながら連続桁においてはプレストレス力による不静定反力が発生し、ねじりモーメントも発生するため、その影響を把握することは、設計技術者にとって重要な課題である。

箱桁橋の主方向および横方向を総合的に解析する方法としては 3次元の立体 FEM 解析法がある。しかしながらこの方法は構造モデルの作成、作用荷重の作成および解析結果のまとめ等、非常に複雑な作業になり、時間・経費等がかさむ。

FEM 解析法に比較して、箱桁全体を構造中心に沿った 1本の構造部材に置き換え、支承を構造部材から張り出した剛部材の先端に設置した梁解析は、モデルの作成、荷重の作成および結果のまとめともに簡便であり、時間・経費とも少なく済む。ただし、外ウェブと内ウェブの荷重分担については検討の余地がある。

外ウェブと内ウェブの荷重分担に着目して作成する解析モデルとしては、箱桁全体を内・外ウェブに沿った 2本の構造部材に置き換えた格子解析モデルが考えられる。この解析を行った場合は、各構造部材に発生したねじりモーメント等から箱桁全体としてのねじりモーメントを算出する必要がある。

本論文においては、これら FEM 解析、梁解析および格子解析を比較することにより、各解析法の特徴および精度を把握するとともに、PC 単純箱桁の検討において提案²⁾した梁解析における荷重分担方法、格子解析における箱桁全体としてのねじりモーメント算出方法および各解析法に対応するプレストレス力の作用荷重入力方法が連続桁においても適用できるか否かの検証を行う。

2. 解析モデルと荷重

2.1 解析モデル

解析の対象とする構造物は、PC 曲線桁として最小に近い

曲線半径 $r = 100 \text{ m}$ (交差角 $\phi = 22.9^\circ$)、高架に用いる箱桁として一般的な支間 40 m の PC 3 径間連続一室箱桁とした。また、幅員は 10 m 、桁高は 2.25 m 、ウェブ中心間隔は 5 m とした (図 - 1, 2)。

支承はウェブ下端に設置するものとし、第 1 中間支点の外ウェブ側を X, Y, Z 3 方向固定、第 2 中間支点の外ウェブ側を Y, Z 2 方向固定、その他の支点を Z 方向固定とした。ここに、座標原点は起点側構造中心とし、X 方向は起終点の構造中心を結んだ弦方向で終点側を正、Y 方向は X 方向に直角な水平方向で内ウェブ側を正、Z 方向は鉛直方向で下向きを正とした。支承の設置方向は構造中心に対して法線方向 (法線配置) と、Y 軸に平行な方向 (平行配置) の 2 種類とした (図 - 2)。

解析方法は、梁解析、格子解析および FEM 解析を対象とした。各解析方法に対応する解析モデルを図 - 3(a) ~ 5(a) に示す。

梁解析のモデルは図 - 3(a) に示すとおり構造中心に沿って各支間の 10 等分点に節点を設け、その節点間を結んだ折線部材で構造部材を構成した。部材剛性は全断面有効とした断面剛性を用いた。支承は構造部材から剛部材を張出し、その先端に設けるものとした。

格子解析のモデルは図 - 4(a) に示すとおりウェブに沿った折線部材で構造部材を構成し、各部材の断面剛性は梁解析で設定した部材剛性の 1/2 とした。構造中心には剛性をもたないダミー部材を配置した。支承は各ウェブ端に設け、端横桁位置にあたる支承線は剛部材とした。一般の梁理論は荷重作用面内の構造挙動に対する理論であり、また、格子理論は荷重作用面外の構造挙動に対する理論である。一方 PC 曲線桁の解析は、荷重作用面内および面外に対して

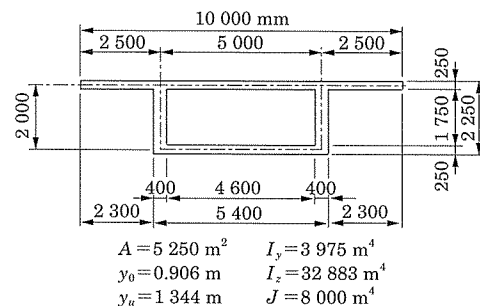


図 - 1 断面形状寸法および断面諸元

*1 Haruhito MAEDA : (株)日本構造橋梁研究所 設計第二部

*2 Masahisa KOMIYA : 工博 (株)日本構造橋梁研究所

*3 Hajime SAKAI : (株)日本構造橋梁研究所 システム部

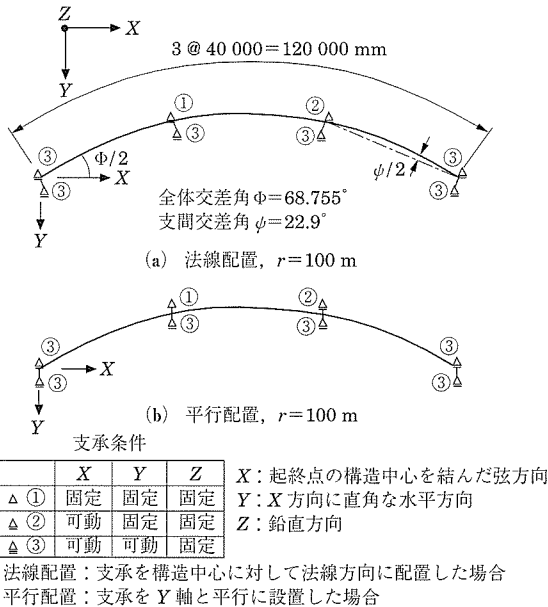


図 - 2 対象曲線と支承条件

表 - 1 解析モデル一覧表

No	曲線半径 r (m)	支承設置方向	解析方法
0	直線		梁解析
0'			FEM 解析
1	100	法線方向 (法線配置)	梁解析
2			格子解析
3			FEM 解析
4		Y 軸に平行 (平行配置)	梁解析
5			格子解析
6			FEM 解析

解析する必要がある、これらの理論を直接適用できないことから、基本的には3次元立体解析理論を用いている。本論文で用いる梁解析とは主桁を1本の梁で置き換えた解析を意味し、格子解析は各ウエブを梁で置き換えた解析を意味する。

FEM 解析のモデルは断面を図 - 5(a) に示す 20 の板要素で構成し、橋軸方向は各支間を 10 等分とした。板厚は図 - 1 に示すように上下床版 250 mm, ウエブ 400 mm である。総節点数は 620 節点である。また、起終点の端面および中間支点には厚さ 1 m の横桁を配置し、水平方向へ倒れ込む変形を拘束した。解析モデルの一覧表を表 - 1 に示す。

ヤング係数およびせん断弾性係数は、コンクリート強度 40 N/mm² を想定して、それぞれ $E = 31\,000$ N/mm², $G = 13\,500$ N/mm² とした。

2.2 死荷重の載荷方法

死荷重としては自重のみを考慮した。

梁解析モデルに対する死荷重は、構造中心線に沿って断面積に単位体積重量を乗じた等分布線荷重 $w_g = 128.625$ kN/m を鉛直方向に作用させた。

格子解析モデルに対する死荷重も、構造中心線に沿った剛性をもたないダミー部材に、梁解析モデルと同様の鉛直

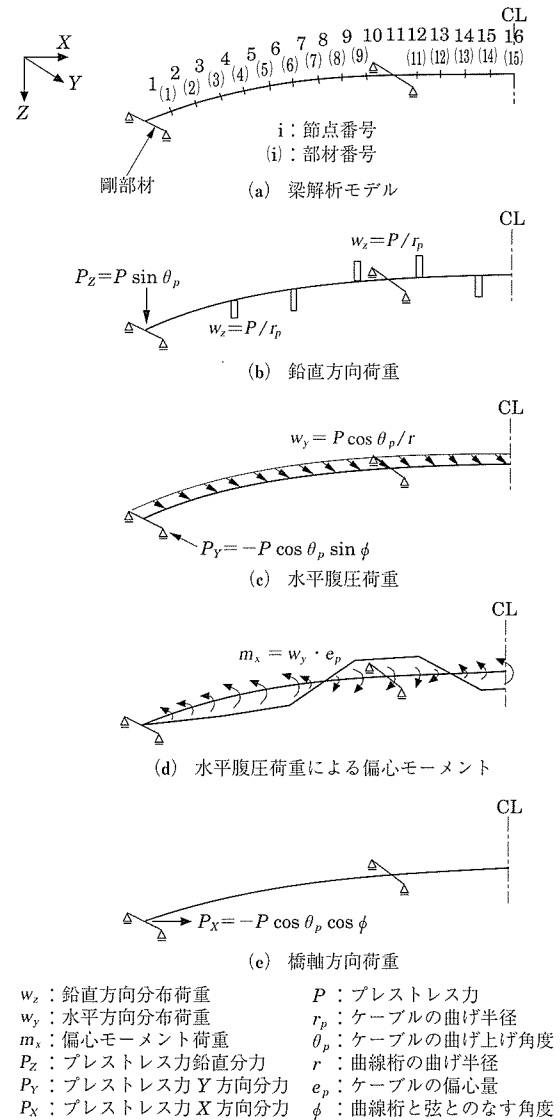


図 - 3 梁解析モデルとプレストレス力による作用荷重

方向等分布荷重を作用させた。

FEM 解析モデルに対する死荷重は、各板要素の部材厚に単位体積重量 (24.5 kN/m³) を乗じた面分布荷重を鉛直方向に作用させた。

2.3 プレストレス力の載荷方法

プレストレス力は、直線橋として算出した死荷重による曲げ引張応力度を打ち消すレベルとし、 $P = 12\,000$ kN を導入した。ケーブルはウエブのみに配置するものとし、形状は図 - 6 に示すように、径間中央での偏心量が 1.144 m (下縁から 0.2 m)、中間支点での偏心量が 0.706 m (上縁から 0.2 m)、端支点での定着位置が断面図心となるような配置を行った。実際のプレストレス力は摩擦等の影響によりケーブル位置で異なるが、ここでは問題を単純にするためにケーブル間で一定とした。

梁解析モデルに対するプレストレス力による作用荷重は図 - 3(b) ~ (e) に示すとおりである。梁の鉛直方向に作用する荷重は、ケーブル偏向点において部分分布線荷重 w_z が作用し、また、端支点到鉛直分力 P_z が下向きに作用する。

梁の水平方向には腹圧力による荷重として、梁部材の求心方向に等分布線荷重 w_y が作用し、また、端支点到に水平分力 P_Y が Y 軸負の方向に作用する。さらに、 w_y が偏心していることから分布偏心モーメント荷重 m_x が作用する。

梁の X 軸方向には水平分力 P_X が作用する。

w_z , w_y , m_x および P_Z , P_Y , P_X は次式により求めることができる。

$$w_z = -P/r_p \quad (1)$$

$$w_y = P \cos \theta / r \quad (2)$$

$$m_x = w_y \cdot ep \quad (3)$$

$$P_Z = P \sin \theta \quad (4)$$

$$P_Y = -P \cos \theta \cdot \sin \phi \quad (5)$$

$$P_X = P \cos \theta \cdot \cos \phi \quad (6)$$

ここに、

w_z : 偏向部に作用するプレストレス力による鉛直方向部材分布荷重

w_y : プレストレス力による水平方向部材分布荷重

m_x : w_y による偏心モーメント荷重

P_Z : プレストレス力鉛直分力

P_Y : プレストレス力 Y 軸方向分力

P_X : プレストレス力 X 軸方向分力

P : プレストレス力

r_p : ケーブルの曲げ半径

θ : 定着端におけるケーブルの曲げ上げ角度

r : 曲線桁の曲げ半径

ep : ケーブルの偏心量

ϕ : 曲線桁と端支点を結ぶ弦とのなす角 (全体交差角 Φ の 1/2)

格子解析モデルに対するプレストレス力による作用荷重は図-4(b)~(e)に示すとおりである。格子解析においては梁解析の 1/2 のプレストレス力をおおのこの主桁に対して梁解析と同様に作用させた。梁解析モデルおよび格子解析モデルに対する作用荷重の一覧表を表-2に示す。

FEM 解析モデルに対するプレストレス力による作用荷重は図-5(b)~(d)に示すとおりである。FEM 解析モデルに対しては格子解析モデルの作用荷重をそのまま用いることができる。ただし、FEM 解析モデルの場合は、各ウエブにおいて高さ方向の作用位置を指定できるため、水平方向部材分布荷重 w_y による偏心モーメント荷重 m_x は入力が必要がない。

3. 解析結果

3.1 反力

(1) 死荷重反力

死荷重による反力を表-3(a)に示す。死荷重反力は、梁解析、格子解析および FEM 解析でほぼ同一の値となり、解析方法による差は生じない。

外・内ウエブの反力比は、支承配置が法線方向の場合、端支点、中間支点のそれぞれに対しておおむね 7 : 3, 5 : 5 となっており、中間支点では内・外ウエブの反力差は生じない。一方、支承配置が各支点で平行の場合の反力比は、端支点、中間支点のそれぞれに対しておおむね 9 :

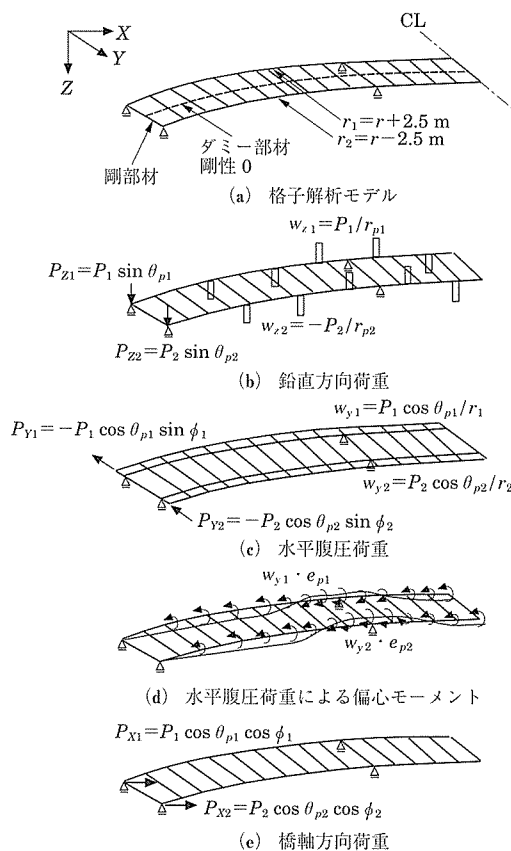


図-4 格子解析モデルとプレストレス力による作用荷重

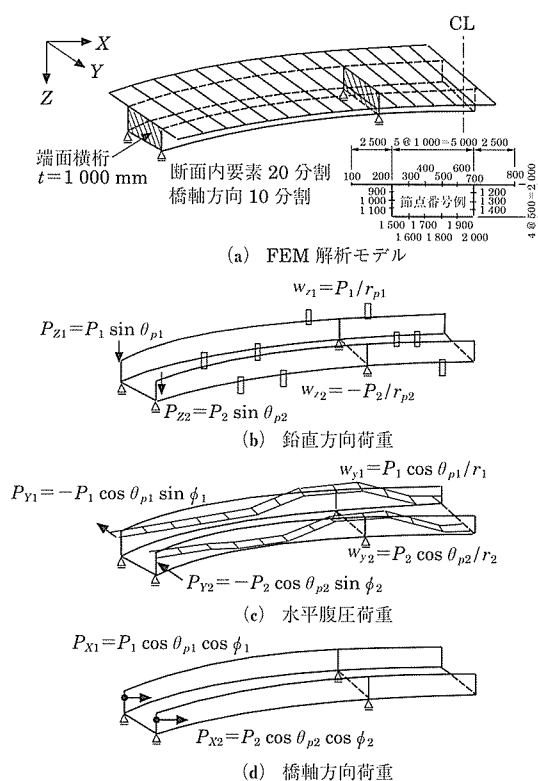


図-5 FEM 解析モデルとプレストレス力による作用荷重

表 - 2 梁解析モデルおよび格子解析モデルに対するプレストレス力作用荷重
(3 @ 40.0 m 平面曲線半径 $r = 100$ m の場合)

	梁モデル	格子モデル (法線)		格子モデル (平行)	
		外桁	内桁	外桁	内桁
橋長 L (m) 平行 $= L / 2 / \sin(\phi / 2)$	120	123.060	117.060	119.598	120.442
平面曲線半径 r (m)	100	102.5	97.5	102.5	97.5
交差角 Φ (度) $= (180L) / (\pi r)$ 平行 $= \text{asin}((L/2)/r)$	68.755	68.788	68.790	66.854	70.777
弦長 $/ 2 L/2$ (m) $= 100 \sin \phi / 2,$ $102.5 \sin \phi / 2, 97.5 \sin \phi / 2$	56.464	57.901	55.077	56.464	56.464
プレストレス力 P (kN)	12 000	6 000	6 000	6 000	6 000
PC 鋼材曲げ半径 r_p (m)	6	6	6	6	6
定着端での曲げ上げ角度 θ_p (度)	4.3613	4.3613	4.3613	4.3613	4.3613
PC 鋼材の偏心量 ep (m) ただし径間中央位置	-1.144	-1.144	-1.144	-1.144	-1.144
定着端での X 方向プレストレス力 $P_x = P \cos \theta_p \cdot \cos(\Phi/2)$ (kN)	9 875	4 937	4 937	4 993	4 877
定着端での Y 方向プレストレス力 $P_y = -P \cos \theta_p \cdot \sin(\Phi/2)$ (kN)	-6 756	-3 379	-3 379	-3 296	-3 465
定着端での Z 方向プレストレス力 $P_z = P \sin \theta_p$ (kN)	913	456	456	456	456
鉛直方向部材分布荷重 $w_z = -P / r_p$ (kN/m)	-2 000.000	-1 000.000	-1 000.000	-1 000.000	-1 000.000
水平方向部材分布荷重 $w_y = P \cos \theta_p / r$ (kN/m)	119.653	58.367	61.360	58.367	61.360
w_y による偏心モーメント荷重 $m_x = w_y \cdot ep$ (kNm/m) (径間中央最大)	-136.882	-66.772	-70.196	-66.772	-70.196

1, 4 : 6 となっており, 曲線による影響のほか斜角による影響も発生している。

ただし, 支承を平行配置とした場合においても, 多径間連続桁第 3 支点以降の中間支点においては, 内・外ウェブの反力差がほとんどなくなることを別途確認している。

(2) プレストレス力による反力

プレストレス力による反力を表 - 3(b) に示す。プレストレス力による反力も, 解析方法による差は小さい。全体的な値が小さいため割合的には大きな差が生じているように見えるケースもあるが, 設計する上での有意な差は生じていない。よって, 反力を算出するためには梁解析で十分であるといえる。

プレストレス力の鉛直方向荷重による反力と, 腹圧力の偏心により生じる分布ねじりモーメント荷重による反力とは, 互いに相殺する方向の反力が発生するが, 不静定力が発生するため, 単純桁の時²⁾ のように完全には相殺されない。また, 水平方向腹圧力および X 軸方向力によっては反力が発生しない。

最終的には, 各支承線で, 直橋として算出された不静定反力と同等の反力が発生し, 外・内ウェブで異なる反力が生じることから, ねじりモーメントも発生する。しかしながらその値は, 死荷重によるねじりモーメントに比べると非常に小さな値である。

3.2 曲げモーメント

梁解析の曲げモーメントは, 各部材の曲げモーメントとして直接求めることができる。格子解析の曲げモーメントは, 外桁と内桁の曲げモーメントを合計すれば桁全体としての曲げモーメントを求めることができる。FEM 解析につ

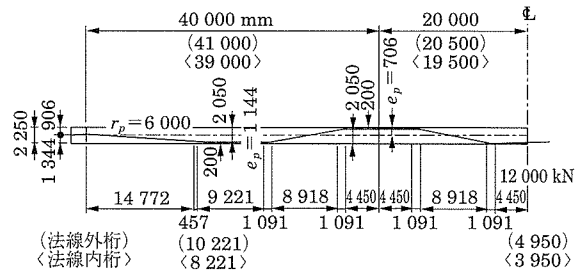


図 - 6 PC 鋼材配置

表 - 3(a) 死荷重による反力比較

着目 支点	曲線 半径 (m)	支承 配置	ウ エ ブ	梁解析		格子解析		FEM 解析	
				反力 (kN)	比率	反力 (kN)	比率	反力 (kN)	比率
端 支 点	$r = \infty$		外	1 029	0.50	—	—	1 031	0.50
			内	1 029	0.50	—	—	1 031	0.50
			合計	2 058	1.00	—	—	2 062	1.00
	$r = 100$	法線 配置	外	1 435	0.70	1 485	0.72	1 464	0.71
			内	617	0.30	565	0.27	594	0.29
			合計	2 052	1.00	2 050	1.00	2 058	1.00
$r = 100$	平行 配置	外	1 924	0.91	1 949	0.92	1 915	0.91	
		内	185	0.09	160	0.08	198	0.09	
		合計	2 109	1.00	2 109	1.00	2 113	1.00	
中 間 支 点	$r = \infty$		外	2 830	0.50	—	—	2 827	0.50
			内	2 830	0.50	—	—	2 827	0.50
			合計	5 660	1.00	—	—	5 654	1.00
	$r = 100$	法線 配置	外	2 807	0.50	2 852	0.50	2 883	0.51
			内	2 858	0.50	2 815	0.50	2 782	0.49
			合計	5 665	1.00	5 667	1.00	5 666	1.00
$r = 100$	平行 配置	外	2 259	0.40	2 206	0.39	2 257	0.40	
		内	3 350	0.60	3 402	0.61	3 346	0.60	
		合計	5 609	1.00	5 608	1.00	5 603	1.00	

表 - 3(b) プレストレス荷重による反力比較

着目 支点	曲線 半径 (m)	支承 配置	ウェブ	荷 重	梁解析		格子解析		FEM解析									
					反力 (kN)	比率	反力 (kN)	比率	反力 (kN)	比率								
端 支 点	r = ∞		外	プレストレス全体	48	1.02	—	—	47	1.00								
			内	プレストレス全体	48	1.02	—	—	47	1.00								
			合計	プレストレス全体	96	1.02	—	—	94	1.00								
	r = 100	法線 配置	外	鉛直方向荷重 水平腹圧+ねじり プレストレス全体	-206 303 97				-217 307 90			0.88		-199 301 102			1.00	
			内	鉛直方向荷重 水平腹圧+ねじり プレストレス全体	307 -309 -2		0.29		318 -313 5			-0.71		-298 -305 -7			1.00	
			合計	鉛直方向荷重 水平腹圧+ねじり プレストレス全体	101 -6 95			1.00		101 -6 95			1.00		99 -4 95			1.00
		平行 配置	外	鉛直方向荷重 水平腹圧+ねじり プレストレス全体	-492 280 -212		1.03			-527 287 -240			1.17		-491 285 -206			1.00
			内	鉛直方向荷重 水平腹圧+ねじり プレストレス全体	557 -254 303		1.02			591 -260 331			1.11		555 -257 298			1.00
			合計	鉛直方向荷重 水平腹圧+ねじり プレストレス全体	65 26 91		0.99			64 27 91			0.99		64 28 92			1.00
	中 間 支 点	r = ∞		外	プレストレス全体	-48	1.02	—	—	-47	1.00							
				内	プレストレス全体	-48	1.02	—	—	-47	1.00							
				合計	プレストレス全体	-96	1.02	—	—	-94	1.00							
r = 100		法線 配置	外	鉛直方向荷重 水平腹圧+ねじり プレストレス全体	-40 239 199		1.01		-30 236 206			1.04		-48 246 198			1.00	
			内	鉛直方向荷重 水平腹圧+ねじり プレストレス全体	-61 -233 -294		1.00		-72 -230 -302			1.02		-52 -243 -295			1.00	
			合計	鉛直方向荷重 水平腹圧+ねじり プレストレス全体	-101 6 -95		0.98		-102 6 -96			0.99		-100 3 -97			1.00	
		平行 配置	外	鉛直方向荷重 水平腹圧+ねじり プレストレス全体	283 241 524		1.00			323 237 560			1.07		279 244 523			1.00
			内	鉛直方向荷重 水平腹圧+ねじり プレストレス全体	-348 -267 -615		1.00			-388 -264 -652			1.06		-344 -271 -615			1.00
			合計	鉛直方向荷重 水平腹圧+ねじり プレストレス全体	-65 -26 -91		0.99			-65 -27 -92			1.00		-65 -27 -92			1.00

比率は端支点、中間支点とも FEM 解析値を 1.0 とした。

いては次式を用いることによって着目断面に発生している各要素中心の曲げ応力度から曲げモーメントを算出することができる。

$$M = \sum \{ \sigma_x \cdot A_i \cdot (y_i - y_0) \} \quad (7)$$

ここに、

M : 着目断面の曲げモーメント

σ_x : 着目断面における各要素中心の橋軸方向曲げ応力度 (引張を正)

A_i : 各要素の断面積

y_i : 上縁から各要素中心までの距離

y_0 : 上縁から断面図心までの距離

このようにして算出した曲げモーメントを図 - 7 および

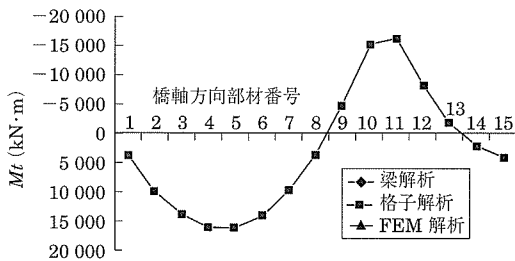
表 - 4 に示す。これらの結果より、曲げモーメントに関しては解析法による差がほとんど発生しないことが明らかとなった。表 - 5 は、支承法線配置および自重の条件で側径間中央付近 (0.45 L 断面) における FEM 解析の橋軸方向曲げ応力度から、式(7)を用いてその位置における曲げモーメントを算出した例である。

表 - 6 は格子解析および FEM 解析を用いた場合における外桁および内桁の曲げモーメント分担率を示したものである。自重に対する曲げモーメント分担率は、FEM 解析においてやや内桁に偏る傾向はあるものの、全体としては、支承法線配置および平行配置に関係なく、ほぼ 50 % ずつ分担している。支承法線配置のプレストレス力については格子

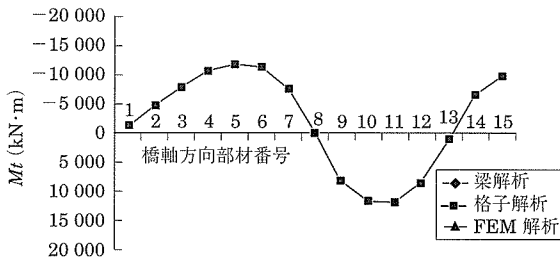
表 - 4 各解析法による曲げモーメント比較 (kN・m)

支承配置	荷重	着目部材	断面位置	梁解析	格子解析	FEM 解析	梁/格子	梁/FEM	格子/FEM
法線	自重	(5)	0.45 L	16 321	16 319	16 056	1.00	1.02	1.02
		(10)	0.95 L	-14 868	-14 882	-14 715	1.00	1.01	1.01
		(11)	1.05 L	-15 937	-15 954	-15 775	1.00	1.01	1.01
		(15)	1.45 L	4 658	4 648	4 573	1.00	1.02	1.02
	プレストレス力	(5)	0.45 L	-11 950	-11 941	-11 762	1.00	1.02	1.02
		(10)	0.95 L	11 773	11 788	11 649	1.00	1.01	1.01
		(11)	1.05 L	11 969	11 985	11 846	1.00	1.01	1.01
		(15)	1.45 L	-9 812	-9 792	-9 613	1.00	1.02	1.02
平行	自重	(5)	0.45 L	14 840	14 571	14 408	1.02	1.03	1.01
		(10)	0.95 L	-14 562	-14 374	-14 317	1.01	1.02	1.00
		(11)	1.05 L	-15 111	-15 002	-14 655	1.01	1.03	1.02
		(15)	1.45 L	5 613	5 601	5 498	1.00	1.02	1.02
	プレストレス力	(5)	0.45 L	-11 435	-182	-11 121	1.02	1.03	1.01
		(10)	0.95 L	11 861	11 637	11 669	1.02	1.02	1.00
		(11)	1.05 L	11 434	11 414	11 309	1.00	1.01	1.01
		(15)	1.45 L	-10 356	-10 307	-10 117	1.00	1.02	1.02

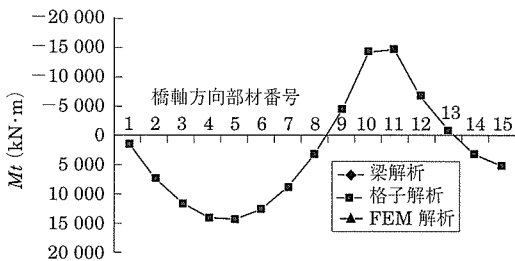
(5) : 側径間中央付近, (10) : 側径間側中間支点付近, (11) : 中央径間側中間支点付近, (15) : 中央径間中央付近, L : 支間長



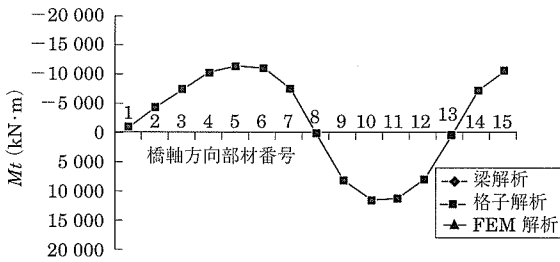
(a) 支承法線, 自重による曲げモーメント図



(b) 支承法線, プレストレス力による曲げモーメント図



(c) 支承平行, 自重による曲げモーメント図



(d) 支承平行, プレストレス力による曲げモーメント図

図 - 7 各解析法による曲げモーメント比較

解析, FEM 解析ともに内桁への効きが若干よい傾向にあるが, その差は最大 6 % であり全体としては, 内桁および外桁へほぼ 50 % ずつ有効に作用している。支承平行配置のプレストレス力については格子解析, FEM 解析ともに内桁への効きが若干よい傾向にあるが, その差は最大 2 % であり全体としては, 内桁および外桁へほぼ 50 % ずつ有効に作用している。

3.3 セン断力

梁解析のせん断力は, 各部材のせん断力として直接求めることができる。また外桁および内桁のせん断力配分は, 各部材のせん断力とねじりモーメントとを用いて, せん断流一定の法則を利用すれば, 次式により簡易的に求めることができる。

$$S_d \text{ (in, out)} = S_d / 2 \pm T_d \cdot h / (2 A_m) \quad (8)$$

ここに,

S_d (in, out) : 内桁および外桁のせん断力

S_d : 梁解析における各部材のせん断力

T_d : 梁解析における各部材のねじりモーメント

h : 上下床版図心間の距離

A_m : 部材中心で囲まれた閉断面の断面積

せん断流一定の法則によると, ねじりモーメント T_d によって閉断面の各部材に流れる単位長さあたりのせん断流は一定で, $T_d / (2 A_m)$ で表すことができる。よって, この値にウェブ高 h を乗ずれば, ねじりモーメント T_d によるせん断力を算出することができる。

格子解析のせん断力は, 外桁および内桁のせん断力として直接求めることができる。桁全体のせん断力は, それらを合計して求めることができる。

FEM 解析については次式を用いることによって着目断面に発生しているウェブ要素中心のせん断応力度からせん断力を算出することができる。

$$S = \sum (\tau_i \cdot A_i) \quad (9)$$

ここに,

S : 着目断面, 着目ウェブのせん断力

τ_i : 着目断面, 着目ウェブにおける各要素中心のせん断応力度

A_i : 各要素の断面積

表 - 5 FEM 解析結果からの曲げモーメント算出例
 <式(7)参照>(支承法線配置, 自重, (5)0.45 L 断面)

着目要素 NO	曲げ応力 σ_x (kN/m ²)	断面積 A_i (m ²)	上縁からの距離 y_i (m)	曲げモーメント M_i (kNm)
上床版	105	-2 931	0.625	1 431
	205	-3 122	0.25	610
	305	-3 066	0.25	599
	405	-3 060	0.25	597
	505	-3 098	0.25	605
	605	-3 192	0.25	623
	705	-3 244	0.625	1 583
外ウェブ	805	-2 193	0.2	233
	905	-180	0.2	1
	1 005	1 821	0.2	171
	1 105	3 850	0.2	746
内ウェブ	1 205	-2 189	0.2	233
	1 305	-3	0.2	0
	1 405	2 169	0.2	203
	1505	4 362	0.2	845
下床版	1 605	4 825	0.25	1 470
	1 705	4 817	0.25	1 468
	1 805	4 892	0.25	1 491
	1 905	5 040	0.25	1 536
	2 005	5 286	0.25	1 611
ΣM_i				16 056

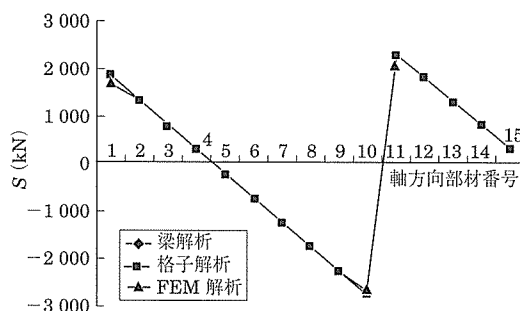
$M_i = \sigma_x \cdot A_i \cdot (y_i - y_0)$, $y_0 = 0.906$ m

表 - 6 格子および FEM 解析における外桁・内桁の曲げモーメント比
 (側径間 0.45 L, 中間支点 1.05 L, 中央径間 1.45 L)

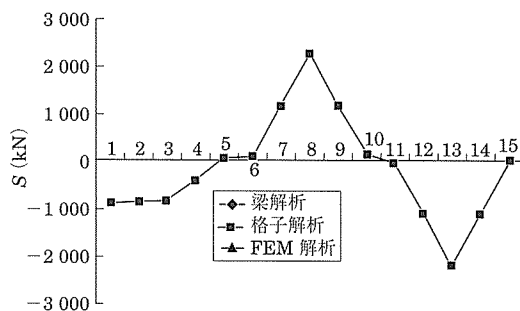
支承配置	荷重	断面位置	解析法	外桁曲げモーメント (kNm)	内桁曲げモーメント (kNm)	外/合計	内/合計
法線	自重	(5) 0.45L	格子 FEM	8 244 / 7 772	8 077 / 8 284	0.51 / 0.48	0.49 / 0.52
		(11) 1.05 L	格子 FEM	-7 985 / -7 834	-7 968 / -7 941	0.50 / 0.50	0.50 / 0.50
		(15) 1.45 L	格子 FEM	2 341 / 2 177	2 305 / 2 397	0.50 / 0.48	0.50 / 0.52
	プレストレス力	(5) 0.45 L	格子 FEM	-5 728 / -5 704	-6 213 / -6 048	0.48 / 0.49	0.52 / 0.51
		(11) 1.05 L	格子 FEM	5 791 / 5 930	6 194 / 5 916	0.48 / 0.50	0.52 / 0.50
		(15) 1.45 L	格子 FEM	-4 605 / -4 630	-5 187 / -4 983	0.47 / 0.48	0.53 / 0.52
平行	自重	(5) 0.45 L	格子 FEM	7 308 / 6 926	7 263 / 7 482	0.50 / 0.48	0.50 / 0.52
		(11) 1.05 L	格子 FEM	-7 482 / -7 218	-7 519 / -7 437	0.50 / 0.49	0.50 / 0.51
		(15) 1.45 L	格子 FEM	2 911 / 2 689	2 690 / 2 809	0.52 / 0.49	0.48 / 0.51
	プレストレス力	(5) 0.45 L	格子 FEM	-5 456 / -5 478	-5 726 / -5 642	0.49 / 0.49	0.51 / 0.51
		(11) 1.05 L	格子 FEM	5 872 / 5 570	5 542 / 5 739	0.51 / 0.49	0.49 / 0.51
		(15) 1.45 L	格子 FEM	-5 120 / -5 092	-5 187 / -5 025	0.50 / 0.50	0.50 / 0.50

このようにして算出した主桁全体としてのせん断力の例を表 - 7 に示す。

支承を法線方向に配置したモデルに対する結果について、梁解析値と格子解析値とはほぼ一致しており、FEM 解析値との差も主要断面においては 1 % 程度しかない。支承を平行に配置したモデルに対する結果について、梁解析値と格子解析値とはほぼ一致している。FEM 解析値との差は、主要断面において梁解析値および格子解析値の方が自重で最大 10 %、プレストレス力で最大 6 % 大きめの値となっているものの、図 - 8 に示すように主要断



(a) 外+内ウェブ, 支承平行, 自重によるせん断力図



(b) 外+内ウェブ, 支承平行, プレストレス力によるせん断力図

図 - 8 各解析法によるせん断力

面以外では解析法による差はほとんどない。表 - 8 は、支承法線配置および自重の条件で端支点付近 (0.05 L 断面) における FEM 解析のせん断応力度から、式 (9) を用いてその位置におけるせん断力を算出した例である。

表 - 9 は端支点付近 (0.05 L) における外桁および内桁のせん断力を示したものである。また、図 - 9 は外桁のせん断力図を示している。

自重に対して荷重分担を考慮した場合、より多くのせん断力を分担する外桁に着目すると、式 (8) を用いた梁解析値と FEM 解析値との差は最大 5 % であることから、式 (8) の妥当性および格子解析よりも精度の良いことが立証された。

また、プレストレス力に対して荷重分担を考慮した場合、外桁に着目すると式 (8) を用いた梁解析値と格子解析値との差は、支承法線方向配置の場合最大 1 % であるが、支承平行配置の場合、最大 20 % の差が生じる。しかしながら、梁解析値と FEM 解析値との差は最大 4 % しかなく、プレストレス力に対しても式 (8) の妥当性が立証された。

以上より、梁解析を行った場合においても式 (8) を用いることにより、外桁・内桁へのせん断力分担量を決定できることが明らかとなった。また、格子解析を支承平行配置の桁に適用した場合、せん断力分担率の精度が悪いことも明らかとなった。

表 - 10 は、支承法線配置の条件で、自重およびプレストレス力に対する 0.05 L 断面の梁解析によるせん断力、ねじりモーメントから、式 (8) を用いて外・内ウェブのせん断力分担を算出した例である。

3.4 ねじりモーメント

梁解析のねじりモーメントは、各部材のねじりモーメントとして直接求めることができる。格子解析のねじりモー

表-7 各解析法によるせん断力比較 (kN)

支承配置	荷重	着目部材	断面位置	梁解析	格子解析	FEM 解析	梁/格子	梁/FEM	格子/FEM
法線	自重	(1)	0.05 L	1 795	1 793	1 780	1.00	1.01	1.01
		(10)	0.95 L	-2 835	-2 837	-2 802	1.00	1.01	1.01
		(11)	1.05 L	2 315	2 315	2 288	1.00	1.01	1.01
	プレストレス力	(1)	0.05 L	-818	-817	-813	1.00	1.01	1.00
		(6)	0.55 L	96	97	94	0.99	1.02	1.03
		(8)	0.75 L	2 278	2 278	2 263	1.00	1.01	1.01
(13)	1.25 L	-2 182	-182	-168	1.00	1.01	1.01		
平行	自重	(1)	0.05 L	1 852	1 851	1 677	1.00	1.10	1.10
		(10)	0.95 L	-2 779	-2 779	-2 627	1.00	1.06	1.06
		(11)	1.05 L	2 315	2 315	2 203	1.00	1.05	1.05
	プレストレス力	(1)	0.05 L	-823	-821	-775	1.00	1.06	1.06
		(6)	0.55 L	91	93	114	0.98	0.80	0.82
		(8)	0.75 L	2 273	2 274	2 265	1.00	1.00	1.00
(13)	1.25 L	-2 182	-2 181	-2 171	1.00	1.01	1.00		

(i) : 部材番号, L : 支間長

表-8 FEM 解析結果からのせん断力算出例
 <式(9)参照> (支承法線配置, 自重, 0.05 L 断面)

着目要素	NO	せん断 応力 τ_i kN/m ²	断面積 A_i m ²	せん断力 S_i kN
外ウェブ	801	1 316	0.2	263
	901	1 407	0.2	281
	1 001	1 390	0.2	278
	1 101	1 249	0.2	250
	小計			1 072
内ウェブ	1 201	892	0.2	178
	1 301	974	0.2	195
	1 401	929	0.2	186
	1 501	746	0.2	149
	小計			708
合計				1 780

$$S_i = \tau_i \cdot A_i$$

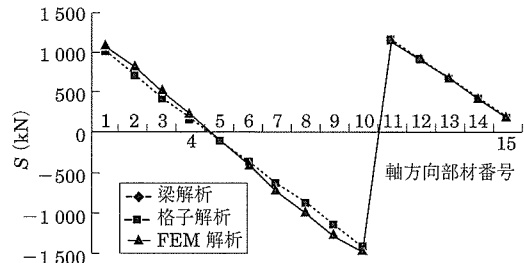
表-9 外桁・内桁のせん断力比較 (端支付近 0.05 L)

	荷重	支承 配置	梁解析 (kN)	格子 解析 (kN)	FEM 解析 (kN)	梁/格子	梁/FEM	格子/ FEM
外 桁	自重	法線	1 104	1 008	1 072	1.10	1.03	0.94
		平行	1 364	1 084	1 300	1.26	1.05	0.83
内 桁	自重	法線	691	785	708	0.88	0.98	1.11
		平行	488	767	377	0.64	1.29	2.03
外 桁	プレ ス ト レ ス 力	法線	-388	-386	-374	1.01	1.04	1.03
		平行	-546	-456	-557	1.20	0.98	0.82
内 桁	プレ ス ト レ ス 力	法線	-430	-431	-439	1.00	0.98	0.98
		平行	-277	-365	-218	0.76	1.27	1.67

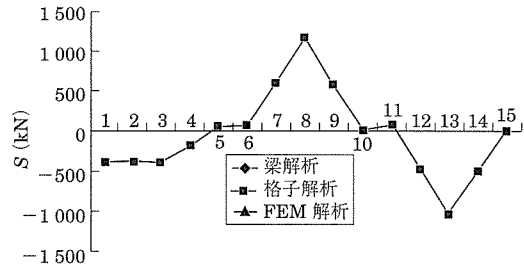
表-10 梁解析におけるせん断力分配の計算例
 <式(8)参照> (支承法線配置, 0.05 L 断面)

荷重	支承 配置	せん断力		ねじり モー メント T_d kNm	ねじり せん断力 S_s kN	外ウェブ せん断力 $S_o/2 - T_d$ kN	内ウェブ せん断力 $S_o/2 + T_d$ kN
自 重	法線	1 795	898	-2 064	-206	1 104	691
	平行	1 852	926	-4 377	-438	1 364	488
プレ ス ト レ ス 力	法線	-818	-409	-212	-21	-388	-430
	平行	-823	-412	1 345	135	-546	-

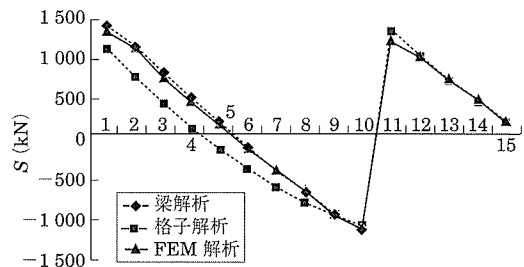
$$S_s = T_d \cdot h / (2 A_m) = T_d \times 2.0 / (2 \times 2.0 \times 5.0) = 0.1 T_d$$



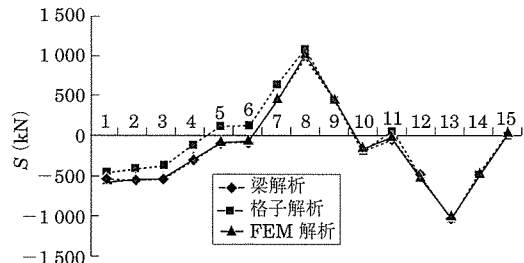
(a) 外ウェブ, 支承法線, 自重によるせん断力図



(b) 外ウェブ, 支承法線, プレストレス力によるせん断力図



(c) 外ウェブ, 支承平行, 自重によるせん断力図



(d) 外ウェブ, 支承平行, プレストレス力によるせん断力図

図-9 各解析法による外ウェブせん断力

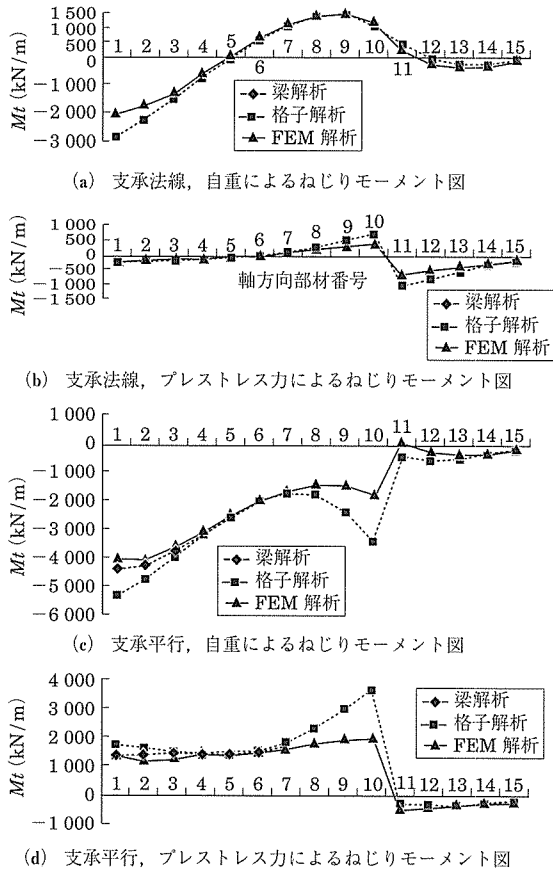


図 - 10 各解析法によるねじりモーメント

表 - 11 各解析法によるねじりモーメント比較 (kN・m)

支承配置	荷重	着目部材	断面位置	梁解析 (kN・m)	格子解析 (kN・m)	FEM解析 (kN・m)	梁/格子	梁/FEM	格子/FEM
法線	自重	(1)	0.05 L	-2 064	-2 841	-2 064	0.73	1.00	1.38
		(9)	0.85 L	1 430	1 491	1 518	0.96	0.94	0.98
		(13)	1.25 L	-285	-267	-317	1.07	0.90	0.84
	プレストレス力	(1)	0.05 L	-212	-288	-256	0.74	0.83	1.13
		(10)	0.95 L	419	722	367	0.58	1.14	1.97
		(11)	1.05 L	-671	-1 002	-631	0.67	1.06	1.59
平行	自重	(1)	0.05 L	-4 377	-5 338	-4 046	0.82	1.08	1.32
		(9)	0.85 L	-1 749	-3 299	-1 752	0.53	1.00	1.88
		(13)	1.25 L	-381	-452	-337	0.84	1.13	1.34
	プレストレス力	(1)	0.05 L	1 345	1 706	1 394	0.79	0.96	1.22
		(10)	0.95 L	2 146	3 663	2 028	0.59	1.06	1.81
		(11)	1.05 L	-574	-242	-436	2.37	1.32	0.56

表 - 12 格子解析結果からのねじりモーメント算出例 <式(10)参照> (支承法線配置, 自重, 0.05 L 断面)

外桁ねじりモーメント	内桁ねじりモーメント	外桁せん断力	内桁せん断力	横梁長	桁全体ねじりモーメント
T, out kNm	T, in kNm	S, out kN	S, in kN	b m	T kNm
-835	-891	1 008	785	5	-2 841

$$T = T, out + T, in - (S, out - S, in) \cdot b$$

メントは、外桁と内桁のねじりモーメントを合計し、せん断力差にウェブ間距離を乗じた値を加えることで式(10)により求めることができる。

$$T = T, out + T, in - (S, out - S, in) \cdot b \quad (10)$$

ここに、

T : 着目断面の桁全体としてのねじりモーメント

表 - 13 FEM 解析結果からのねじりモーメント算出例 <式(11)参照> (支承法線配置, 自重, 0.05 L 断面)

着目要素	NO	せん断力 τ_i kN/m ²	断面積 A_i m ²	$\tau_i \cdot A_i$ kN	ねじり中心からの偏心 m	ねじりモーメント T kNm
上床版	201	-914	0.25	-229		
	301	-670	0.25	-168		
	401	-449	0.25	-112		
	501	-219	0.25	-55		
	601	61	0.25	15		
	小計 H, up				-548	1
外ウェブ	801	1 316	0.2	263		
	901	1 410	0.2	282		
	1 001	1 390	0.2	278		
	1 101	1 249	0.2	250		
	小計 H, out			1 073	-2.5	-2 682
内ウェブ	1 201	892	0.2	178		
	1 301	974	0.2	195		
	1 401	929	0.2	186		
	1 501	746	0.2	149		
	小計 H, in			708	2.5	1 770
下床版	1 601	1 298	0.25	324		
	1 701	878	0.25	220		
	1 801	488	0.25	122		
	1 901	83	0.25	21		
	2 001	-398	0.25	-99		
	小計 H, lo			587	-1	-587
合計 T						-2 047

$$T = (H, up - H, lo) \cdot h/2 + (-H, out + H, in) \cdot b/2$$

T, out : 外桁のねじりモーメント

T, in : 内桁のねじりモーメント

S, out : 外桁のせん断力

S, in : 内桁のせん断力

b : ウェブ間距離

FEM 解析については次式を用いることによって各断面に発生している閉断面要素のせん断応力度からねじりモーメントを算出することができる。

$$T = (H, up - H, lo) \cdot h/2 + (-H, out + H, in) \cdot b/2 \quad (11)$$

ここに、

T : 着目断面のねじりモーメント

$H, up, H, lo, H, out, H, in$

: 閉断面内の上床版, 下床版, 外ウェブおよび内ウェブに作用するせん断力で $\sum(\tau_i \cdot A_i)$

h : 上下床版図心間の距離

b : ウェブ間距離

このようにして算出したねじりモーメントの結果を図 - 10 に示す。図 - 10(a) は支承を法線方向に配置した場合の自重に対する結果であるが、梁解析値と FEM 解析値とはほぼ一致しており、格子解析値は両者に比べ最大値の発生する端支付近において 1.4 倍程度の値となっている(表 - 11)。図 - 10(b) は支承を法線方向に配置した場合のプレストレス力に対する結果であるが、梁解析値と FEM 解析値とはほぼ一致しており、格子解析値は両者に比べ最大値の発生する中間支付近において 1.6 倍程度の値となっている(表 - 11)。図 - 10(c) (d) は支承を平行に配置した場合の自重およびプレストレス力に対する結果であるが、法線方向に配置した場合と同様、梁解析値と FEM 解析値とはほぼ一致するものの、格子解析値は両者に比べ最大値の発生する断面においてかなりの差が発生している(表 - 11)。

格子解析により求めたねじりモーメントの算出精度がお

とるのは、閉断面である箱桁を開断面として扱ってしまうためと思われる。

表 - 12 は、支承法線配置および自重の条件で端支点付近 (0.05 L 断面) における格子解析の主桁ねじりモーメントおよびせん断力から、式(10)を用いてその位置におけるねじりモーメントを算出した例である。また表 - 13 は、同様の条件で端支点付近 (0.05 L 断面) における FEM 解析の閉断面要素中心せん断応力度から、式(11)を用いてその位置におけるねじりモーメントを算出した例である。

4. ま と め

本論文により得られた結論は次のとおりである。

- (1) 梁解析、格子解析および FEM 解析によってプレストレス力の影響を求める際の作用荷重を式(1)～(6)に示した。
- (2) 構造部材から剛部材を張り出し、支承位置を正しく設定したモデルにおいては、梁解析、格子解析および FEM 解析ともほぼ同程度の反力を求めることができる。
- (3) 梁解析により求めたせん断力を、外桁と内桁に分配するための簡易式として式(8)を提案した。
- (4) 格子解析を支承平行配置の桁に適用した場合、せん

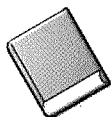
断力分担率の精度が悪いことが明らかとなった。

- (5) 格子解析により求めた外桁および内桁のねじりモーメントとせん断力から、箱桁全体としてのねじりモーメントを求めるための簡易式として式(10)を提案した。
- (6) 単純桁とは異なり、連続桁の場合はプレストレス力によってねじりモーメントが発生する。
- (7) 梁解析はもっとも簡易で、十分な精度をもち、内外ウェブのせん断力分担も簡易式(8)を用いれば算出できるため、箱桁に対して有効な解析法といえる。
- (8) 格子解析は閉断面である箱桁を開断面として扱ってしまうため、ねじりモーメントに対する算出精度が若干劣る。

参 考 文 献

- 1) 泉満明：ねじりを受けるコンクリート部材の設計法，技報堂，1972.
- 2) 前田晴人，小宮正久，酒井一：PC 単純曲線箱桁の解析法とプレストレス効果に関する一考察，プレストレストコンクリート，Vol. 44, No. 4，プレストレストコンクリート技術協会，2002. 8.
- 3) 道路橋示方書Ⅲコンクリート橋編，日本道路協会，2002. 3.
- 4) コンクリート道路橋設計便覧，日本道路協会，1994. 12.

【2003 年 1 月 8 日受付】



刊行物案内

第 1 回 *fib* コンgress 2002 — 21 世紀のコンクリート構造 — 論文集

(平成 14 年 10 月)

平成 14 年 10 月に大阪で開催された標記コンgressの講演論文集です。

下記の 3 種類となります。

- | | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>(1) プロシーディングス 1 (印刷物 全 2 巻)：
全ての招待講演論文および採用論文の要旨
(1 論文あたり 2 ページ) を掲載
頒布価格：10 000 円 (送料 1 200 円別途)</p> <p>(2) プロシーディングス 2 (CD-ROM 全 3 枚)：
全ての発表論文を掲載
頒布価格：2 000 円 (送料 400 円別途)</p> | <p>(3) プロシーディングス 3 (印刷物 全 8 巻)：
プロシーディングス 1 および全ての採用論文を掲載
頒布価格：30 000 円 (送料 2 000 円別途)</p> |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|