

PC 橋設計への非線形有限要素解析の適用に関する研究

角谷 務^{*1}・前川 宏一^{*2}・堤 忠彦^{*3}・狩野 正人^{*4}

1. はじめに

現在のプレストレストコンクリート（以下 PC）橋の実務設計では、弾性理論にもとづく梁理論や格子解析理論などの手法を用いて断面力などの算定が行われている。これらの方法による計算は、多くの構造物が安全に供用されていることの実績に裏付けられている。理想的な条件で成立する解析理論を用いて設計を行うことは、より実際に適合した厳密な方法が実用的でなく、多少精度は落ちてでも容易に近似解が求められることに力点が置かれたものであり、安全サイドの断面力を採用することで、結果として構造物の安全性を総合的に担保してきた。

しかし新技術や新工法がさまざまに開発され、併せて構造物設計の多様性が追求できる技術基盤が拡大した今日、従来の安全側に担保した設計を大型構造物などに適用すると、部材内に PC 鋼材や鉄筋などの補強材を過剰に配置する結果となる場合があることが指摘されている。これは必要以上に構造物の高コスト化をもたらすのみならず、コンクリートの打設を困難にして初期欠陥などの不具合の原因となったり、鋼材の発錆確率が増加して、結果的に構造物の耐久性を損なう場合もあることに留意しなければならない。

これらの問題を解決する方策として、構造物が達成すべき要求性能を明示し、性能照査の手段に非線形解析を適用することが有効と考えられる。非線形解析を PC 橋設計の性能照査ツールとして適用して構造物の挙動を適切に再現し、必要にして十分な補強を行うことで安全性を確保することが可能となる。また、構造をスリム化、簡素化して施工性能を向上させ、高品質で耐久な構造物の設計を、従来設計以上に考案・提示する自由度が高まる。

本研究では、橋梁設計に用いる解析環境が飛躍的に向上した現状を背景として、設計手法の高度化による構造物設計の合理化を目的とする。とくに高次の不静定構造物の設計において、材料の力学特性を適正に評価した非線形解析を適用し、断面力等の中間パラメータを介することなく、構成材料の局所的挙動と構造系全体挙動を同時に考慮可能な設計システムを構築することによって、一層の PC 橋の高品質化とコスト低減につなげることを主眼とした。

本稿では、研究の目的である設計合理化の一手段として、PC 橋の設計に非線形有限要素解析を適用することを想定し、その適用方法と実質的効果について検討を行ったので

報告する。

2. 設計の現状と課題

広義の意味での PC 橋の設計方法には、使用状態においてひび割れの発生を許容しない PC 構造と、耐久性を考慮した許容値以下にひび割れ幅を制御する PRC 構造がある。ここでは、高速道路橋において後者の PRC 構造として設計されることの多い 2 主版桁橋の設計について、その設計方法の現状と、改善が望まれる課題について述べる。一般的な PRC 2 主版桁橋の使用限界状態における曲げに対する設計フローを図 - 1 に示す。

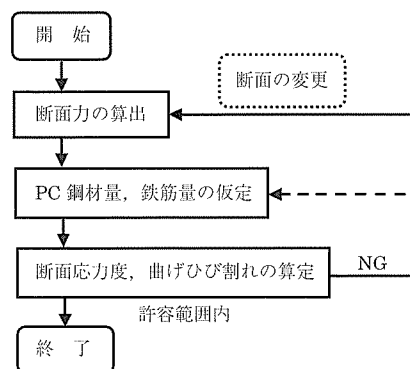


図 - 1 PRC 橋の設計フロー

2.1 断面力の算出

2 主版桁橋の設計における断面力の算定において、一般に用いられる荷重と断面力解析モデルの組合せを表 - 1 に示す。

表 - 1 荷重と解析モデル

荷重	解析モデル
自重	梁
橋面荷重	格子
クリープ・乾燥収縮	梁
プレストレス	梁
活荷重	格子
温度変化	梁

格子解析による断面力の算定は、図 - 2 に示すとおり、部材の異方剛性を考慮した直交梁の集合体として構造物をモデル化し、弾性理論解析により行う。各部材の剛性は、

^{*1} Tsutomu KADOTANI：日本道路公団 技術部長

^{*2} Koichi MAEKAWA：東京大学大学院 工学系研究科 教授

^{*3} Tadahiko TSUTSUMI：(株)富士ビー・エス 技術本部 次長

^{*4} Masato KANO：JIP テクノサイエンス (株) システム技術研究所 上席研究員

「道路橋示方書・同解説（以下道示）Ⅲコンクリート橋編 4.2.2」（平成 14 年 3 月）に準じて算出される曲げに対する有効幅を有する断面において、PC 鋼材および鉄筋を無視したコンクリートのみの総断面として算出する。

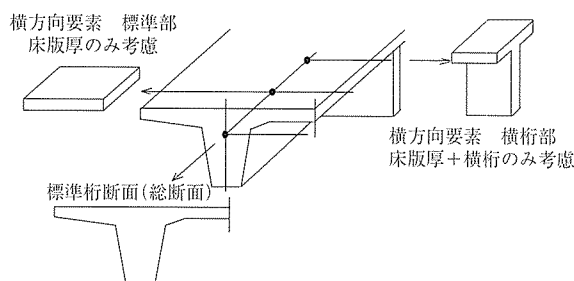


図-2 格子解析モデル

この場合、算出される断面力はあらかじめ設定された格子を構成する部材の軸線に平行または垂直方向の力に限定され、構造物の立体的な広がりに伴う任意方向の応力の流れや分布を正確に代表した算定を行うことができない。また、連続高架橋などの不静定構造物では、ひび割れの発生に伴う曲げモーメントの再分配が行われるが、これの影響を考慮できない。コンクリートは本来、ひび割れによる応力開放を伴うため、応力とひずみの直線関係が成立しない非弾性体である。しかし PRC 橋の設計では、コンクリートを弾性体とみなすことにより断面力の算出が容易になること、その算定結果が厳密な非弾性理論による計算結果と比較して構造物の安全性を損なうものではないこと、および構造物の変形が小さく、幾何学的非線形性を呈することが少ないことなどの理由により、このような安全側にたった設計計算方法が採用されている³⁾。

2.2 断面の設計

(1) 応力度の算定^{2) 3)}

道示には、PRC 構造の設計に関して定めた規準はなく、各設計断面の PC 鋼材、鉄筋およびコンクリートの応力度の算定は、許容応力度設計法による RC 断面の応力度の算定と同様に、道示Ⅲ 4.2.3 (2) に準じ、以下の仮定にもとづいて行われる。

- ① 維ひずみは中立軸からの距離に比例する。
- ② コンクリートの引張強度は無視する。
- ③ 鉄筋とコンクリートのヤング係数比は 15 とする。

一方、PRC 橋は一般に永久荷重状態に対して、ひび割れが発生しないように設計される。この場合の縁応力度の算定は道示Ⅲ 4.2.3 (3) に準じ、以下の仮定にもとづいて行う。使用限界状態において、曲げひび割れの発生しない断面での縁応力度の算定も同様である。

- ① 維ひずみは中立軸からの距離に比例する。
- ② コンクリートの引張強度は考慮する。
- ③ 鋼材とコンクリートのヤング係数比は、道示Ⅰ共通編表-3.3.1 および共通編表-3.3.3 のヤング係数より算出する。

このように、異なる荷重に対する使用限界状態の算定で、コンクリートの引張強度と引張非線形性の取扱いがそれぞ

れに異なる。そのため、荷重の増加に伴って算出される鋼材の応力度がコンクリートの引張強度（ひび割れ発生限界）を境に不連続となり、連続性が消失する（図-3 実線）。このような不連続性を解消するため、コンクリート全断面が有効であるとして計算した断面応力度と、ひび割れが発生したとして計算した断面応力度との差を小さく抑えられるように、コンクリートに引張応力度が生じる場合には、式(1)で算定される引張鋼材量を配置することが一般的である⁴⁾。

$$A_s = T_c / \sigma_{st} \text{----- (1)}$$

ここに、 A_s ：引張鉄筋の断面積

T_c ：コンクリートに生じる引張応力の合力

σ_{st} ：引張鉄筋の許容応力度

これらの異なる仮定にもとづき算出される荷重と鉄筋応力度の関係の概念を図-3 に示す。

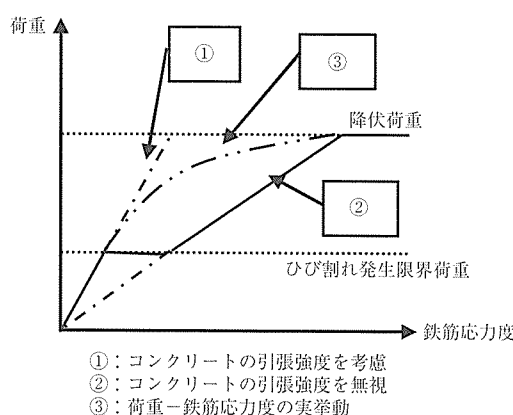


図-3 荷重と鉄筋応力度の関係概念図

PRC 橋は、荷重の増加にともなって PC の状態から RC の状態に連続的に移行していくものであり、設計の考え方も力学的機構と同様の体系が、統一性の観点からも望ましい。PRC 構造は、引張縁の限界状態について、環境条件、構造物または部材の機能・使用目的などに応じて種々の設定が可能であり、これをプレストレスにより制御することができる。したがって、ひび割れの発生と進展を精密に解析して評価することにより、ひび割れの発生を許容しない PC 構造から、常時にひび割れの発生を許容する RC 構造までを連続的に捉えた合理的な設計が可能になる。これには、コンクリートの引張特性を、現実に則して適切に評価できる非線形解析を適用することが合理的である。

(2) ひび割れ幅の算定

PRC 橋の曲げひび割れ幅は、前述(1)の RC 断面の応力度算定における仮定にもとづいて算出される鉄筋応力度を用いて、式(2)により算定される^{2) 5)}。

$$w = k \{4c + 0.7(c_s - \phi)\} [\sigma_{se} / E_s + \epsilon_{cs}] \text{----- (2)}$$

ここに、 k ：鉄筋の付着性状の影響を表す定数

c ：かぶり

c_s ：鋼材の中心間隔

ϕ ：鋼材径

σ_{se} ：鉄筋応力度の増加量

E_s : 鉄筋のヤング係数
 ϵ'_{cs} : コンクリートのクリープ・乾燥収縮によるひび割れ幅の増加ひずみ

これは、一般にひび割れ間隔の分布を考慮したうえで、最大ひび割れ間隔に対してひび割れ位置での鉄筋ひずみを乗じることで、最大ひび割れ幅を算出するものである。

式(2)は図-4に示すように、ひび割れ間においてコンクリートが分担する引張応力度 ϵ_{cm} を無視することで安全側の値を与えている。同様に $\Delta\epsilon_s$ は安全側を考慮して0とするとともに、鉄筋応力度 $\sigma_s (= E_s \epsilon_s)$ を算出する場合の仮定として、一般にコンクリートの引張強度を無視することで安全側の値が与えられるとしている⁴⁾。

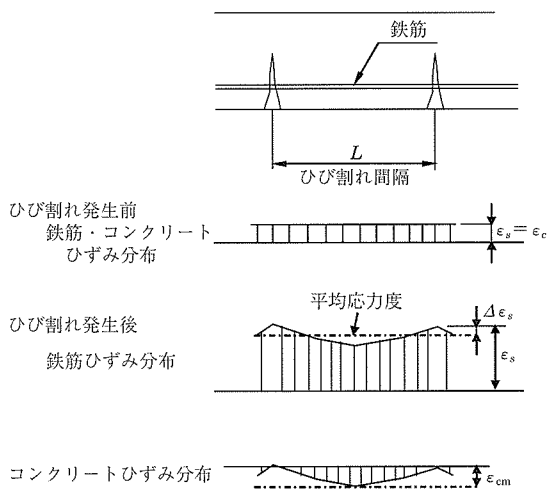


図-4 ひび割れ位置のひずみ分布

しかし、ひび割れの発生した断面では、引張強度を期待できない完全に開口した領域、微細なひび割れの進行領域である破壊の過渡的領域 (fracture process zone)、またひび割れが発生しておらず引張強度が期待できる弾性領域が存在する。図-5にコンクリートの引張を無視した場合と考慮した場合の、設計上の断面ひずみ分布を示す。桁高が高く、中立軸が上フランジ近くに位置するような場合には、コンクリートの引張強度以下の応力度となるコンクリート部位は多く存在し、この効果を適切に考慮することが可能であれば、算出される鉄筋応力度は現実に則して小さくなり、ひび割れ幅の制御を行うためのPC鋼材量を適量まで減じることができるので経済的になる。試算によれば、軟化領域まで考慮したコンクリートの引張分担力は、コンクリートの引張強度を無視して算出されるプレストレス力の15~20%程度となる。

2.3 現行設計法の課題

現行の設計方法では、全体挙動に対して影響度が小さく、厳密に考慮することの効用が大きい構造物の挙動や材料物性は、安全側の評価を与えることを確認したうえで、これらを無視できるとしている⁹⁾。しかし、幾何形状や境界条件が複雑な場合には、安全側となる構造モデル化を設定すること自体、技術的に高度な工学的判断が必要となる。このような場合には、無理に次元を落として簡易な解析法

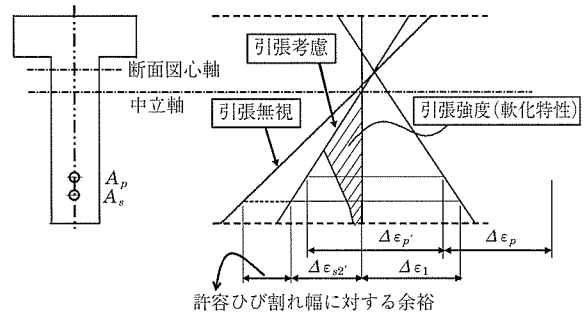


図-5 断面のひずみ分布

を適用するよりも、3次元の形状そのままを入力して応答値を算定する数値解析法を適用するほうが、確実に計算結果の信頼性を確保することができる場合も少なくない。

構造物の限界状態を照査するための指標となるひび割れ幅の推移や、ひび割れ発生に伴うPC鋼材応力度の変化は、コンクリートの引張抵抗力に影響を受ける。PRC構造の設計では、これを考慮した解析が容易ではないことから、これらを無視する安全側で簡易な方法が採用されている²⁾³⁾。しかし、この仮定は構造物のコスト増の要因の一つとなると同時に、PRC構造の適用において、実際に比してひび割れ幅が大きく算出されるなど、設計上目標とする限界状態を不明確にしている側面がある。

このような課題を解決する一手段として、著者らはPC橋設計への非線形有限要素解析の適用が有効と考えた。断面力の算定から断面の設計へと、仮定を含む複数のステップを経て設計を行うのではなく、実構造物どおりにモデル化を行い、直接的に部材の応力度状態を照査することで、次元の低減を経ることなく、構造物の実挙動に応じて必要な部位に適切な補強を行う合理的な設計が可能になる。

コンクリート標準示方書【構造性能照査編】では、部材応力度照査の仮定として、「コンクリートの引張応力は、一般に無視する」と、現状の設計技術レベルを考慮して定めている。PRC構造のようにひび割れ発生と進展が支配的となる部材においては、軟化領域も含めたコンクリートの引張特性を考慮した解析を行うことで、ひび割れ発生前からひび割れ発生後までを体系的に取り扱うことが可能になり、構造物の限界状態を適切に定めた経済的な構造物の設計が可能になる。

3. 設計への非線形 FEM 解析の適用

本項では、前節までに述べた現行設計法を更に高度化、合理化する手段として、材料の非線形性を直接、2次元構成モデルで代表させる非線形解析を適用して、実橋の設計を行う場合の具体的な方法について検討を行う。

3.1 基本的な解析方法

有限要素解析で構造全体の挙動を模擬する場合、コンクリートをソリッド要素で、鉄筋・PC鋼材をトラス要素または埋込み鉄筋要素で構成して全体構造をモデル化することができる。コンクリートのひび割れ後の挙動を追跡するために、個々の有限要素内に導入されるひび割れの材料力学特性を、要素内で空間平均化された平均応力-平均ひ

ひび割れ位置を構造内で特定することが可能である。このとき、コンクリートの引張特性には図 - 6(a) に示すような軟化曲線を、実験結果をもとに採用する。この引張軟化曲線は、無筋コンクリートに完全なひび割れを生じさせるのに必要なエネルギー(応力-ひび割れ幅の関係を表す曲線によって囲まれる面積で定義される)である破壊エネルギー G_F 、および、要素の大きさとひび割れ面の方向によって決まる要素の等価長さ l_r で表される式(3)を満足する。

$$\int \sigma(\epsilon) d\epsilon = \frac{G_F}{l_r} \quad (3)$$

一方、鉄筋単体の応力-ひずみ関係には、図 - 6(b) に示すようなひずみ硬化を考慮した弾塑性構成則を採用する。

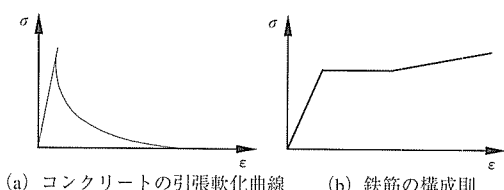


図 - 6 材料の構成則

3.2 実設計への適用

3.2.1 適用上の課題

前節で述べる無筋コンクリートと鉄筋単体の構成則の採用には、前提条件が存在する。すなわち、要素内に展開するひび割れは最大で一本に限定されることである。異形鉄筋近傍では、コンクリートに付着ひび割れが各節ごとに導入されることが知られており、これが巨視的な付着機構の根幹をなしている。したがって、鉄筋近傍ではきわめて小さい有限要素を設定する必要がある。ミクロ的には、鉄筋の節を起点にひび割れが発生すると(図 - 7(a))、その近傍には鉄筋径の2~5倍の付着劣化ゾーンが形成され(図 - 7(b))、この領域では付着の効果が完全に失われる。したがって、最適な要素分割を考えると、付着劣化ゾーンとこれ以外の領域が明確に分けられる程度の大きさに分割する必要がある(図 - 7(c))。しかし設計実務上の効率を考慮すれば、現時点ではもっと大きな要素分割を採用せざるを得ないため(図 - 7(d))、付着劣化ゾーンの影響が構造全体系の応答に反映されず、構造剛性を過大に見積もる結果ともなる。

これに対して、鉄筋近傍の要素寸法を大きく設定するかわりに、その要素内に複数のひび割れが導入されることを念頭において、要素内の平均応力-平均ひずみ関係を設定することも可能である。コンクリート構造物の耐荷性能をFEM解析で照査する場合、構成材料のミクロ挙動を直接的に捉えて評価する場合と、一定領域の平均挙動を捉えて空間平均的にモデル化する場合があり、解析効率と精度の両者を勘案して、工学的にモデルの設定を行う必要がある

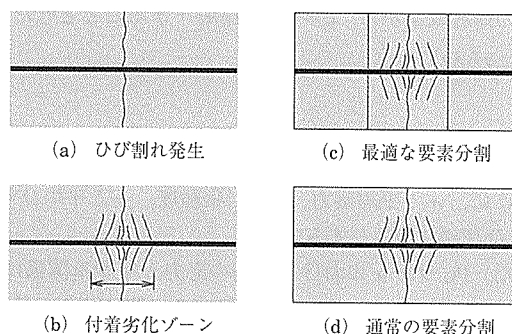


図 - 7 ひび割れと付着劣化ゾーン

(図 - 8)。PRC橋の設計においては、材料特性のばらつきや施工誤差の影響などについて適切な安全率を考慮することを前提として、所定の範囲の平均挙動を捉えて評価するのが、実務設計の観点から適当と著者らは考え、以後の論旨を展開することとした。ここでは、比較的大きな領域を代表する有限要素内の平均的な挙動を解析する方法⁷⁾について検討を行う。

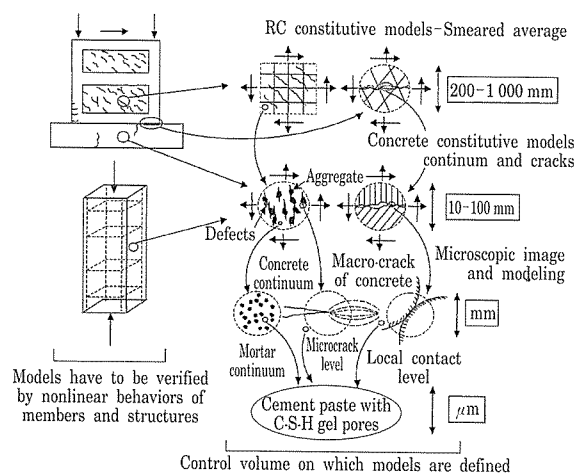


図 - 8 対象とする領域と材料のモデル化⁷⁾

3.2.2 解析方法の検討

(1) モデル化の検討⁷⁾

材料非線形解析には、コンクリートの引張軟化曲線を考慮した材料構成則を用いる。鉄筋との付着の影響が小さい領域では、有限要素内にはただか1本のひび割れのみが導入されると仮定してよい。その場合、PL(無筋)ゾーンとして破壊エネルギーと要素の等価長さから求められる無筋コンクリートの引張軟化曲線を採用することができる。一方、鉄筋との付着の影響が大きい領域では、ひび割れ間隔以上の大きさを有する有限要素を設定すると、その中で複数のひび割れが導入されることを前提として、材料特性を規定しなければならない。RCゾーンとして付着機構による引張力の伝達と、これに対応する付加剛性の影響を考慮した応力-ひずみ曲線を採用しなければならない。ここでは実績のある引張応力-ひずみ曲線として式(4)を採用し、PLゾーンでは式(5)で決定される c を使い、RCゾーンでは、

既往の研究成果から、 $c=0.4$ を採用⁷⁾することとした。

$$\sigma = f_i \left(\frac{\epsilon_u}{\epsilon} \right)^c \text{----- (4)}$$

$$\int \sigma d\epsilon = \int f_i \left(\frac{\epsilon_u}{\epsilon} \right)^c d\epsilon = \frac{G_F}{\ell_r} \text{----- (5)}$$

ここに、 σ ：平均応力、 f_i ：引張強度、 ϵ ：平均ひずみ、 ϵ_u ：ひび割れ発生ひずみである。

また、PLゾーンにおける鉄筋の応力-ひずみ関係は図-6(b)に示したひずみ硬化型弾塑性モデル⁷⁾を採用する。ただし、本論文は使用限界状態を主として対象とするため、鉄筋の塑性以後の特性モデルは、解析結果を左右するものではない。

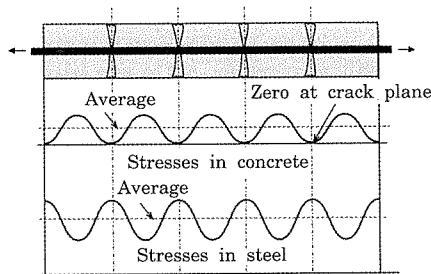


図-9 鉄筋コンクリートの平均応力

一方、RCゾーンでひび割れが発生すると、図-9に示すように、ひび割れ位置で鉄筋のひずみが局所的に増大する反面、ひび割れに挟まれた領域の鉄筋は、依然弾性状態に保持される。そのため、ひび割れ位置で鋼材が降伏した瞬間には、大部分の領域はまだ弾性状態に留まっている。したがって、この時点である程度の大きさを有する領域で平均応力を算定すれば、平均化降伏強度は、鉄筋単体の降伏点よりも小さくなる。したがって、RCゾーンにおける鉄筋の平均応力-平均ひずみ関係は、付着効果を反映した図-10に示す tri-curved モデルで表現することが可能となる⁷⁾。これを式で表すと、式(6a)~(6d)のようになる。

$$\bar{\sigma} = E_s \bar{\epsilon} \quad (\bar{\epsilon} \leq \bar{\epsilon}_y) \text{----- (6 a)}$$

$$\bar{\sigma} = \bar{f}_y + \left(\frac{\bar{\epsilon} - \bar{\epsilon}_y}{\bar{\epsilon}_{shl} - \bar{\epsilon}_y} \right) (\bar{f}_{yl} - \bar{f}_y) \quad (\bar{\epsilon}_y \leq \bar{\epsilon} \leq \bar{\epsilon}_{shl}) \text{----- (6 b)}$$

$$\bar{\sigma} = \bar{f}_{yl} + \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{\bar{\epsilon}_{shl} - \bar{\epsilon}}{k} \right) \right\} (1.01 \bar{f}_u - \bar{f}_{yl}) \quad (\bar{\epsilon}_{shl} < \bar{\epsilon}) \text{----- (6 c)}$$

$$k = 0.035 \left(\frac{400}{\bar{f}_y} \right)^{1/3} \text{----- (6 d)}$$

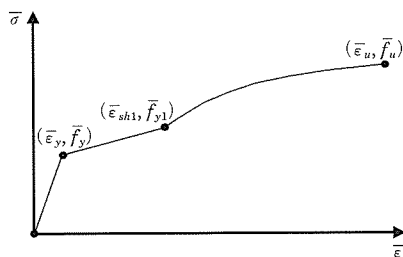


図-10 RCゾーンにおける鉄筋の構成則

(2) 適用要素の検討

節点数の増大を避けるため、本論文ではシェル要素の適用を前提とする。この場合、①PC橋が基本的に厚板構造である点、②PC鋼材や鉄筋のモデル化との相性、が技術的な着目点である。

①については、たとえば直線の版桁橋などでは、桁の挙動はほとんど面内問題に支配されていると考えられ、床版についても、Reissner板やMindlin板などのせん断変形を考慮できる理論に基づいた要素を適用すれば、問題は少ない。②についても、PC鋼材や鉄筋をトラス要素でモデル化する場合要素構成が煩雑となるが、埋込み鉄筋要素^{8)~10)}でモデル化すれば、データを作成する作業効率上の問題は少ない。

1) シェル要素

シェル要素は、図-11に示すように、層(レイヤー)ごとに構成則を変える機能をもたせてやれば、RCゾーン、PLゾーンの適用も容易である¹¹⁾。

ここで用いるシェル要素(図-12)は、面外曲げにせん断変形の影響を考慮した4節点のアイソパラメトリックシェル要素であり、変位関数は以下のとおりである。

$$\Delta U(x, y, z) = \Delta u(x, y) + z \Delta \theta_y(x, y) \text{----- (7)}$$

$$\Delta V(x, y, z) = \Delta v(x, y) - z \Delta \theta_x(x, y) \text{----- (8)}$$

$$\Delta W(x, y, z) = \Delta w(x, y) \text{----- (9)}$$

ここに、 Δu 、 Δv 、 Δw 、 $\Delta \theta_x$ 、 $\Delta \theta_y$ は、それぞれ、シェル中立面上の任意点(x, y)のx方向、y方向、z方向、x軸まわり、y軸まわりの増分変位であり ΔU 、 ΔV 、 ΔW はシェル内の任意点(x, y, z)のx方向、y方向、z方向の増分変位である。

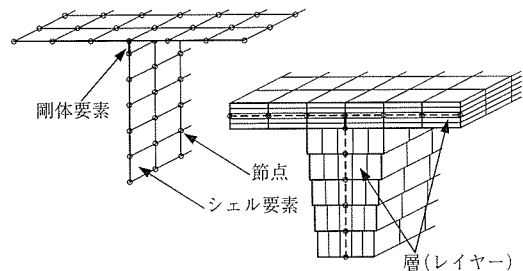


図-11 シェル要素によるモデル化

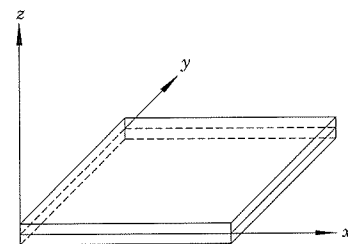


図-12 シェル要素

2) 埋込み鉄筋要素^{8)~10)}

埋込み鉄筋要素は、図-13に示すようにそれ自身は節点をもたず、それが配置されたシェル要素の節点変位と関連づけて、要素剛性や応力を評価するものである。すなわち、

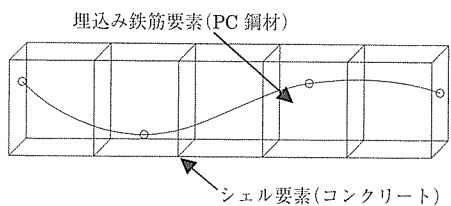


図-13 埋込み鉄筋要素

埋込み鉄筋要素の要素剛性マトリックス K_p は、シェル要素の節点変位と関連付けた B_p マトリックスを求め、これと、要素の断面積 A_p 、ヤング率 E_p とから、シェル要素の要素剛性マトリックスへの付加分として、次式のように求められる。

$$K_p = A_p \int_{V_p} B_p^T E_p B_p dV \dots (10)$$

また、埋込み鉄筋要素の節点力 P_p は、要素の応力を σ_p とし、次式で表される。

$$P_p = A_p \int_{V_p} B_p^T \sigma_p dV \dots (11)$$

(3) 解析結果の比較

前項 (1), (2) で述べた解析手法の妥当性を検証するため、図-14 に示す断面で構成される、支間 30 m の 3 径間連続 PRC 2 主版桁橋を対象として解析を行う。また、図-15 に主桁の PC 鋼材配置を示す。

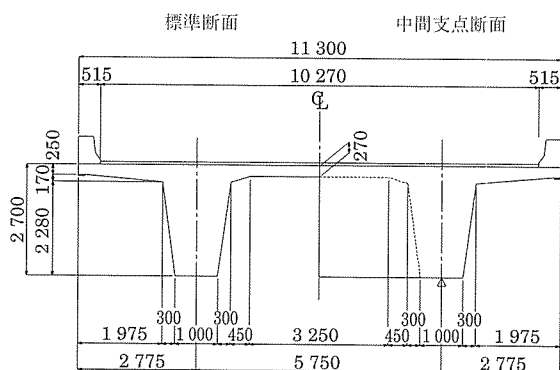


図-14 解析対象

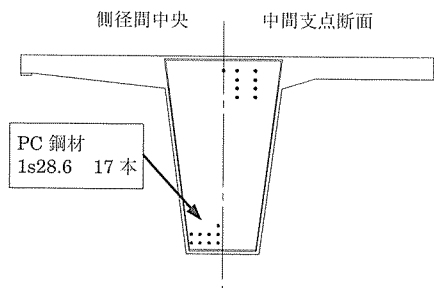


図-15 PC 鋼材配置

FEM 解析で用いた解析モデルを図-16 に示す。着目区間は側径間の中央に設定した。比較のために、着目区間のモデル化、要素分割、および適用する材料構成則を変えて、表-2 に示す 3 つのケースについて解析を行った。

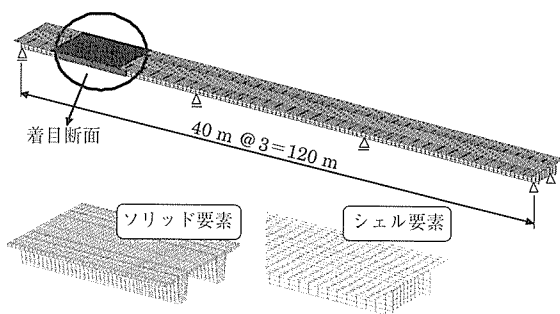


図-16 FEM モデル化

表-2 解析ケース

	着目区間のモデル化	着目区間の要素分割	適用構成則
モデル①	ソリッド要素	細分割	すべて PL
モデル②	ソリッド要素	粗分割	RC / PL
モデル③	シェル要素	粗分割	RC / PL

解析結果の一例として、死荷重およびプレストレスを載荷後、活荷重を漸増した場合の荷重パラメータ γ と着目断面主桁下縁のひずみとの関係を図-17 に示す。また、図中に示す許容ひずみ (971μ) は、前述した式 (2) において許容ひび割れ幅 $0.005 c$ ($= 0.3 \text{ mm}$) に相当する鉄筋ひずみであり、クリープ・乾燥考慮 (821μ) は、同様に式 (2) において ϵ'_{cs} を 150μ とした場合の許容鉄筋ひずみを示す。本解析ではクリープ・乾燥収縮の影響を考慮していないため、 821μ が照査すべき制限値となる。ここで、 $\gamma = 0$ は全死荷重時、 $\gamma = 1$ は設計荷重時を表す。図より、設計で考慮する許容鉄筋ひずみ付近 ($\gamma = 1.2 \sim 1.4$) においては、ほぼ同様の結果が得られていることから、平均化構成則およびシェル要素の適用が妥当であることが分かる。

なお、モデル①の剛性がひび割れ直後に高く得られているのは、3.2.1 で述べたとおり、付着劣化ゾーンを考慮できるまでの細分割になっていないためである。しかし、ひび割れが多数発生し安定領域に入ると、付着劣化ゾーンの構造全体系に及ぼす影響は相対的に小さくなり、モデル②、③の結果と同様となる。モデル②、③は逆に、鉄筋とひび割れ交差位置での高非線形性を取り込んでいるために、比較的粗い要素分割でも効率良く応答を与える。

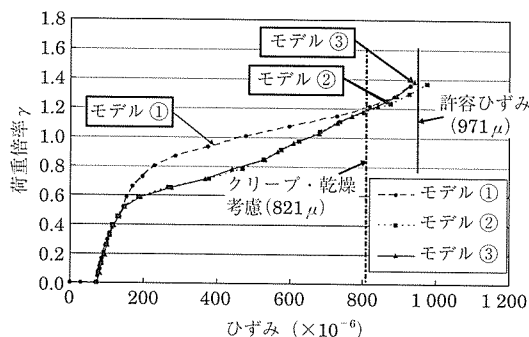


図-17 解析結果

(4) ひび割れ幅の評価

分散ひび割れモデルでは、1要素内に生じるひび割れ幅の総計は要素の平均ひずみに換算されている。要素寸法が大きい場合には、ひび割れ本数が明確でない以上、個別のひび割れの幅を算出することは、厳密には困難である。そこでFEM解析を適用する場合には、ひび割れ幅を直接算出するのではなく、鉄筋ひずみによってこれを評価するものとした。

平均化構成則では、図-9に示すような応力分布に対応しており、ひび割れ位置の局所的な鉄筋ひずみが直接、算出されているわけではない。ひび割れ位置での局所鉄筋応力を求めるには、平均応力から式(12)によって逆算することが可能である。式(12)の算出の根拠となる局所および平均応力-ひずみの関係を図-18に示す。

$$\epsilon_{cr} = \bar{\epsilon}_s + \frac{\bar{\sigma}_c}{\rho E_s} \alpha \quad (12)$$

- ここに、 ϵ_{cr} : ひび割れに伴う鉄筋の局所最大ひずみ
- $\bar{\epsilon}_s$: 鉄筋の平均ひずみ
- $\bar{\sigma}_c$: コンクリートの平均応力
- ρ : 鉄筋比 (RCゾーン内)
- α : 付着によるひび割れ分散性を表す係数 ($0 \leq \alpha \leq 1$)

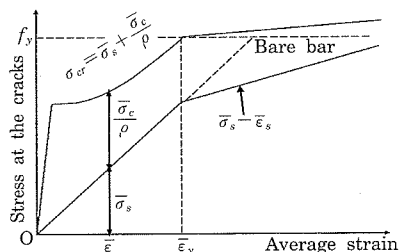


図-18 鉄筋コンクリートの平均応力⁷⁾

Anらは¹²⁾、RCゾーンにおける平均化引張応力-ひずみ関係式を、ひび割れ直後の小ひずみ領域においても高精度化する方法を提案している。ひび割れが導入された直後は無筋コンクリート同様に、ひび割れは局所化した状態であるが、さらにひずみが増加すれば、付着効果によって第二第三のひび割れが導入され、以後、付着ひび割れの安定域にいたって tension stiffening 効果が現れる。耐震解析ではこの安定領域での精度が求められるのに対して、使用限界状態の照査では、要素内でひび割れが導入されながら過渡的に遷移する領域での精度が要求される。無筋コンクリートの特性から鉄筋コンクリートの平均特性に遷移する状態を簡単にモデル化したものを図-19に示す。式(12)における α は、この遷移領域を代表する意味がある。

3.2.3 その他の解析項目

実設計にFEM解析を適用する場合、着目点にもっとも厳しい活荷重の載荷状態を決定するための影響線解析や、プレストレスによるコンクリート応力度、クリープ・乾燥収縮など内力変化による応力度状態などの解析が必要である。ここでは、これらをFEM解析によって行う方法について述べる。

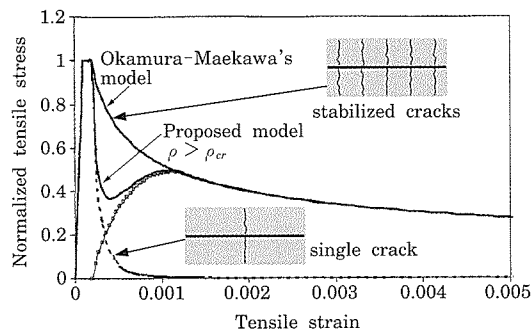


図-19 付着の存在によるひび割れ分散の安定化と平均化された引張応力¹²⁾

(1) 影響線解析

影響線解析では、橋面上のメッシュに図-20に示す仮想的な格子モデルを配置し、この格点上に順次単位荷重を載荷して着目応力の影響線を求め、格子解析と同様の計算ロジックにより活荷重の載荷位置を決定する。ただし、活荷重による応力は、影響線体積から評価することはせず、活荷重をFEMモデルに載荷して直接求める。

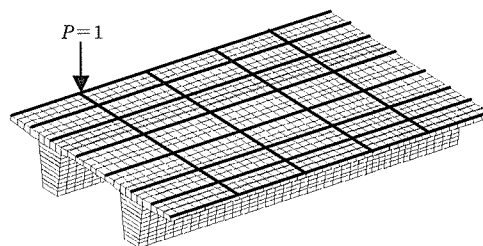


図-20 橋面上の仮想格子モデル

(2) プレストレス

埋込み鉄筋要素では、プレストレス力が減少する要因であるPC鋼材の曲率およびPC鋼材とシーストの摩擦の影響について、以下のように取り扱う^{8) 10)}。

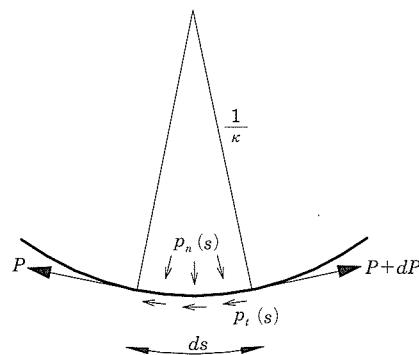


図-21 プレストレスへの曲率および摩擦の影響

図-21に示すように、PC鋼材の曲率を κ 、PC鋼材とシーストの摩擦係数を μ とすると、プレストレス $P(s)$ に関して、次の微分方程式が成立する。

$$\frac{dP}{ds} = \pm \mu \kappa P(s) \quad (13)$$

式(13)を解くことにより、曲率および摩擦を考慮した任

意点のプレストレス $P(s)$ が次式のように求められる。

$$P(s_2) = P(s_1) \exp\left(\pm \mu \int_{s_1}^{s_2} \kappa \, ds\right) \dots\dots\dots (14)$$

(3) クリープの影響

クリープひずみは、弾性ひずみに比例して生じるとした、以下の線形クリープの仮定を採用する。

$$\epsilon_{\phi} = \epsilon_c \phi \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 ϵ_{ϕ} : クリープひずみ
 ϵ_c : 弾性ひずみ
 ϕ : クリープ係数

自重・プレストレス等のクリープ荷重による弾性ひずみを求めた後、所定のクリープ係数を乗じることによってクリープひずみを求め、温度荷重と同様の取扱いによって、クリープの影響を評価する。

4. 試設計とコスト評価

4.1 FEM 解析を適用する場合の設計フロー

4.1.1 FEM 解析のフロー

使用限界状態における安全性の照査を FEM 解析により行う場合は、次のような順序で行う。

- ① 解析モデルの作成
 格子解析など従来設計法をベースに初期形状を決定し、FEM 解析モデルを作成する。
- ② 着目断面の決定
 FEM 解析を適用する場合でも、便宜上、従来法と同様に、「断面」という概念を導入し、着目断面を与える。
- ③ 影響線載荷
- ④ 固定荷重に対する弾性解析
- ⑤ 自重クリープに対するクリープ解析
 段階施工の場合は、構造系変化にともなう自重クリープの影響を、クリープ解析によって求める。
- ⑥ プレストレスの減少及びクリープ解析
 プレストレス力の減少、および、これにともなうコンクリート・鉄筋の応力変動についても、FEM 解析によって求める。
- ⑦ 活荷重漸増載荷による非線形解析
 ④～⑥の結果をもとに、活荷重載荷直前の状態を再現し、活荷重の漸増載荷に対する非線形解析を行う。この際、活荷重は③で決定した載荷位置に載せる。

4.1.2 照査方法

(1) ひび割れ幅の評価方法

設計荷重時のひび割れ幅は、3.2.2 (4) で述べた方法により、ひび割れ位置における局所の最大鉄筋ひずみに着目して照査を行う。

本論文では、遷移領域を構成則側で考慮するかわりに、式(12)における α を式(16)に換算して考慮することとした。

$$\alpha = \frac{\bar{\epsilon}_s - \epsilon_t}{\epsilon_y - \epsilon_t} \dots\dots\dots (16)$$

ここに、 $\bar{\epsilon}_s$: 鉄筋の平均ひずみ
 ϵ_t : ひび割れ発生ひずみ
 ϵ_y : RC ゾーンの鉄筋の降伏ひずみ

(2) 制限値

限界状態照査用の制限値は、許容曲げひび割れ幅が発生するときの鉄筋ひずみとする。許容曲げひび割れ幅は、次式により算出される^{5) 6)}。

$$w_a = 0.005 c \text{ (mm)} \dots\dots\dots (17)$$

ここに、 w_a : 許容曲げひび割れ幅
 c : かぶり

これに対応する許容鉄筋ひずみを次式によって算出する^{5) 6)}。

$$\epsilon_s = \frac{w_a}{k \cdot \{4c + 0.7(c_s - \phi)\}} - \epsilon_{cs} \dots\dots\dots (18)$$

ここに、 ϵ_s : 鉄筋ひずみ
 k : 鋼材の付着性状を表す係数 (異形鉄筋の場合 1.0)
 c : かぶり (mm)
 c_s : 鋼材の中心間隔 (mm)
 ϕ : 鋼材径 (mm)
 ϵ_{cs} : コンクリートの収縮およびクリープ等によるひび割れ幅の増加を考慮するための数値

4.2 3 径間モデルによるケーススタディ

3 節で示した 3 径間モデルを対象に、4.1.1 で述べたフローに沿って FEM 解析を実施した。ただし、ここでは分割施工は考慮せず、3 径間を一括施工するものとして解析を行った。従来の設計法では、必要な PC 鋼材本数は、図 - 22 に示すように 21 本であったが、これを約 20 % 削減して 17 本とし、FEM 解析による照査を行った。ここでは、鉄筋のかぶりを 61 mm とし、使用限界状態における照査指標であるひび割れ幅の許容ひび割れ幅に相当する鉄筋ひずみを 971 μ とする。

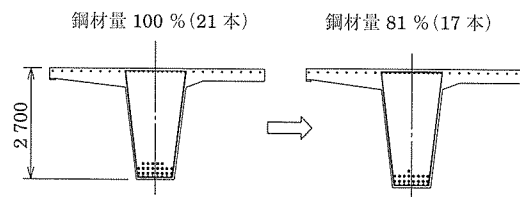


図 - 22 PC 鋼材本数の低減

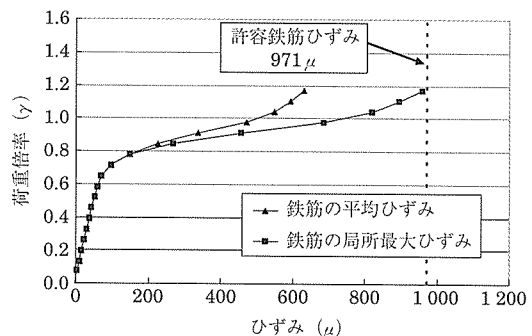


図 - 23 解析結果

活荷重の荷重倍率 (γ) と着目断面の鉄筋ひずみとの関係を図 - 23 に示す。図から明らかなように、鉄筋の局所最大ひずみは、設計荷重時 ($\gamma = 1.0$) においても、制限値 971

μ を下回っており、PC 鋼材を削減しても制限値を満足している結果となった。

4.3 コスト低減効果

4.2 において PC 鋼材を従来設計法により決定した本数に対し、約 20 % 低減して FEM 解析を行った結果、使用限界状態において、許容ひび割れ幅に相当する鉄筋ひずみを下回る結果となり、十分安全であることが分かった。また、著者らが過去に実施した検討から、床版の設計に線形 FEM 解析を適用して T 荷重を実載荷し、解析結果に対して 20 % の安全率を考慮して PC 鋼材の配置を決定する場合、道示に準じて設計を行った場合に比較して、横締め PC 鋼材量を約 30 % 低減できることを確認している。表 - 3 および図 - 24 は、これら FEM 解析を実橋設計に適用した場合の効果を検討して橋梁の建設コスト低減効果を試算した結果を示す。ここでは 2 車線（標準幅員）と、3 車線（広幅員）の高速道路橋における直接工事費の価格構成率を例にとって試算を行った。工事規模により変動することが予想されるが、おおむね 5 ~ 7 % 程度のコストの低減が可能になることが予想される。

表 - 3 コスト低減効果の試算例（標準幅員 $B = 11\text{m}$ ）

解析項目	材料		直接工事費の構成比率	工事費低減率
	名称	減少率		
非線形	主桁 PC 鋼材	20 %	14 % (19 %)	2.8 % (3.8 %)
線形	床版 PC 鋼材	30 %	8.1 % (10 %)	2.4 % (3.0 %)
合計				5.2 % (6.8 %)

* () 内数字は広幅員 ($B = 17\text{m}$)

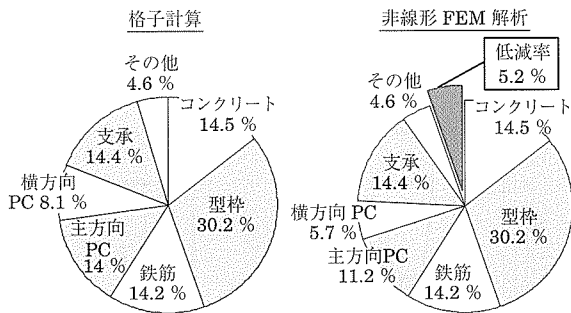


図 - 24 コスト構成の比較（標準幅員 $B = 11\text{m}$ ）

5. 今後の課題と展望

5.1 設計への適用上の課題

PRC 橋を対象として、非線形有限要素解析の実橋設計への適用に関する検討を行い、適用の妥当性を検証するとともに、PC 鋼材量を減じて初期コストを低減することが可能になるなど、一定範囲での有効性を確認した。

現行の道路橋示方書では、性能照査型設計法への移行を想定し、要求性能を示すことで設計方法の多様化への対応を可能としている。しかし、運用上はこれまでの実績にもとづくみなし仕様規定による設計体系とすることで設計実務の便が図られおり、本稿において検討を行った設計方法の適用を想定した規準にはなっていない。したがって、照査ツールとして FEM 解析を適用して設計を行う場合、性

能項目に応じた照査指標と、それに対応する限界値を定め、非線形有限要素解析を有効に活用できるルールを確立する必要がある。

一方で、現行の設計基準との整合を明らかにし、提案した設計方法の信頼性を高めることもアカウントビリティの観点から重要である。たとえば、ひび割れ発生限界の照査では、現行基準が考慮する乾燥や水和熱による見かけの曲げひび割れ強度の低下要因を本解析では考慮していない。また、現行基準では曲げモーメントおよびせん断力を個々に独立して発生する事象として捉え、個々の断面力による限界状態に対して構造物が安全であるように設計を行う。これに対して非線形有限要素解析では、これらが複合的に発生する実際の状態をシミュレーションして照査する。このように、構造解析に有限要素法を適用した設計では、断面の応力状態がより現実に近い状態で算出されるので合理的になる。

一方で、安全性の照査が材料の許容応力度を用いて行われる場合には、現行基準で設計される構造物と比較したとき、これまでよりも低い安全率を設定したと見ることが出来る。したがって、PC 橋の設計に有限要素法を適用する場合には、目標とする限界状態と、有限要素解析により得られる結果の精度を明らかにするとともに、荷重条件・材料特性・構造解析において、個々の信頼性に関する部分安全率を設定して評価する設計体系の確立などについて、総合的な検証を経た検討を行う必要がある。これによって、従来設計で過剰な安全率が設定されていた場合には、適正レベルでの設計が可能になるのである。

現行の設計では、過去の研究成果や実績から定めた最小鋼材量規定などの構造細目を仕様の的に定めている。非線形有限要素解析による設計を行う場合、このような規定の取扱いについても、今後検討を行う必要がある。構造全体を直接的にモデル化する性能照査方法に従えば、将来的には構造細目で設計を拘束する要素は少なくなる方向にある。

5.2 解析上の課題

本論文で述べた解析方法では、コンクリートの引張強度を考慮した材料非線形 FEM 解析にかなりの計算時間を要する。そのため、できるだけ少ない節点数でモデル化することが効率的である。ここではコンクリートのモデル化にシェル要素を適用し、かつ大きめの要素分割が可能になる平均化構成則⁷⁾を適用した。一方で、要素分割が粗くなると、解析精度が低下することもある。所要の精度を確保し、コストパフォーマンスに優れた最適の要素分割方法について、今後も検討を継続したい。

6. まとめ

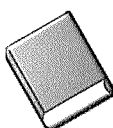
本研究では、PC 橋の設計に非線形有限要素解析を適用する場合のモデル化と、材料特性を適切に考慮した解析方法の検討を行った。その結果、平均化構成則を適用して一定領域の平均挙動を捉えた解析を行うことにより、精度を確保しながら解析時間を短縮可能な実用的方法を提案した。これにより構造物の実挙動を明らかにした設計を行うことができ、目標とする限界状態に対して安全で合理的な設計

が可能になると考えられる。また、構造物の設計に高精度な解析を適用することで、同等の性能を得るための初期コストを低減できることも分かった。今後、本研究により得られた個々の知見を、一連の設計システムに統合していく予定である。本研究の成果が高品質で適正価格の PC 橋の実現に寄与することを期待するものである。

参考文献

- 1) 道路橋示方書・同解説 III コンクリート橋編 平成 14 年 3 月 社団法人 日本道路協会
- 2) 設計要領第 2 集 日本道路公団
- 3) PRC 橋の設計, 技報堂, 1998
- 4) 鉄道構造物等設計標準・同解説 コンクリート構造物: 財団法人鉄道技術総合研究所, 平成 4 年
- 5) コンクリート標準示方書 [平成 8 年制定]: 設計編, 土木学会
- 6) コンクリート標準示方書 [構造性能照査編], 土木学会, 2002.
- 7) K. Maekawa, A. Pimanmas and H. Okamura: Nonlinear Mechanics of Reinforced Concrete, Spon Press, 2003.
- 8) P. Roca and A. R. Mari: Numerical Treatment of Prestressing Tendons in the Nonlinear Analysis of Prestressed Concrete Structures, Computers & Structures, Vol. 46, No. 5, pp. 905-916, 1993.
- 9) P. Roca and A. R. Mari: Nonlinear Geometric and Material Analysis of Prestressed Concrete General Shell Structures, Computers & Structures, Vol. 46, No. 5, pp. 917-929, 1993.
- 10) J. A. Figueiras and R. H. C. F. Povoas: Modelling of Prestress in Nonlinear Analysis of Concrete Structures, Computers & Structures, Vol. 53, No. 1, pp. 173-187, 1994.
- 11) Masoud Soltani M., Xuehui An: SHEAR FAILURE ANALYSIS OF RC BEAMS BY USING GENERIC TENSION STIFFENING MODEL OF CONCRETE, The Eighth East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction, 2001, Singapore, Paper No.1109
- 12) コンクリートライブラリー 98: LNG 地下タンク躯体の構造性能照査指針, 土木学会, 1999

【2004 年 6 月 11 日受付】



刊行物案内

PC 橋架設工法 2002年版

頒布価格: 会員特価 4 000 円 (送料 400 円)

: 非会員特価 4 800 円 (送料 400 円)

社団法人 プレストレストコンクリート技術協会