

# 見かけ上の摩擦係数 $\dot{\mu} < 0$ とは

安井 昌幸\*

## 1. 摩擦係数マイナスへの疑問

初めて PC 施工現場に出会った若者が最初に「・・・?」と思うことは、時として緊張管理で摩擦係数にマイナスが出現することではないでしょうか。これについて先輩から「緊張管理での摩擦係数は  $\dot{\mu}$  (ミュードット) と言って見かけ上の値であるからわざわざならば許されている」と説明されていつの間にか納得したような気になってしまう。しかし現在でも「マイナスとは何を意味するのだろうか」という疑問を心の片隅に抱いている技術者は少なくないと思います。ほかに「見かけ上の」という接頭語が付くものに緊張材のヤング係数  $\dot{E}p$  (イーピードット) があります。 $\dot{\mu}$  の前に  $\dot{E}p$  を考えてみましょう。ヤング係数は緊張管理をジャッキの圧力と緊張材の伸びで管理するうえで欠かせない値です。緊張管理に用いられるヤング係数は、本緊張の前に現場ごとに試験緊張によって求められます。当然緊張材そのもののヤング係数  $E_p$  を使用すべきところを試験緊張による  $\dot{E}p$  を使うのは何故でしょう。それは現場に則したより正確な緊張管理を目指したものと思われる。しかし試験緊張に現れる計測値のばらつきは、試験室と同じ計測誤差だけによるものではないでしょうか。

## 2. 見かけ上のヤング係数 $\dot{E}p$ とは

$\dot{E}p$  は、片引きによる試験緊張データから次式で求められます。

$$\dot{E}p = \frac{\int_{x=x_1}^{x_2} \sigma dx}{\Delta l} \quad (1)$$

$$\sigma = \frac{T_x}{Ax} \quad (2)$$

ここで

- $\Delta l$  : 緊張材の伸び
- $\sigma$  : 緊張材応力
- $x_1$  : 緊張材始端位置
- $x_2$  : 緊張材終端位置
- $T_x$  : 緊張材位置  $x$  における緊張材張力
- $Ax$  : 緊張材位置  $x$  における緊張材断面積

とします。式 (1) において  $\Delta l$  は実測値であり試験室での  $E_p$  を求める場合となら変わりません。しかし  $\sigma$  は、試験緊張の緊張端と定着端張力から、緊張材全長にわたって一定と仮定された摩擦係数を求め、その摩擦係数を用いて算出されます。しかし摩擦係数は一定なのでしょう。また

ジャッキ圧力から緊張材端部張力を求めるためのジャッキ部損失率を一定値と仮定していますが、これも実態を正しく表しているのでしょうか。

## 3. 摩擦の実態

通常の固体同士が擦れ合うときに滑らかな滑りはありません。摩擦係数には、テフロンのような特殊材を除き静摩擦係数と動摩擦係数が存在することが知られています。両者の差が大きいほどスティックスリップ現象が発生しやすいともいわれています。スティックスリップ現象とは、黒板上でチョークを押すとカタカタと音がして点々を描く現象です。弦楽器が音楽を奏でるのもこの現象によるものです。また摩擦面は、削り現象を伴うこともあって刻々と変化します。緊張時にもこれらの現象は発生しており、緊張材の摩擦係数はつねに変動しています。またある区間での摩擦挙動は他の区間とは特別な規則的関連性をもたずに、緊張材各部ではさまざまな摩擦状態を呈していると考えられます。つまり実際の張力分布は式 (1) の仮定にあるような摩擦係数一定ではないのです。言い換えれば式 (1) の分子である応力積分値 ( $\int \sigma dx$ ) は測定される伸び量 ( $\Delta l$ ) には対応していないのです。応力積分値の大きさを、図 - 1 における張力分布線を上界とする面積 (以下応力面積とします) に置き換えて考えると以下の話への理解が容易になります。

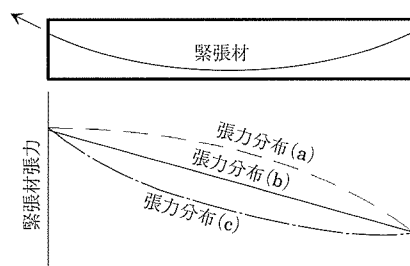


図 - 1 緊張材張力分布

## 4. 張力分布の実態

摩擦係数が一定でないとすれば、さまざまな形状の張力分布が考えられますが、ここでは図 - 1 に示す上反りと下反りの二つの傾向にある張力分布を考えてみます。張力分布 (c) は試験緊張から求められた摩擦係数を一定として算出された分布です。そして式 (1) はこの分布を前提とし

\* Masayuki YASUI : 正会員

ています。実際の張力分布がヤング係数を  $E_p$  とした上反り傾向の図 - 1 (a) であるとすれば、式 (1) の分子である張力分布 (c) の応力面積は、実際の張力分布 (a) の応力面積より小さい値であって、緊張材の  $E_p$  より  $\dot{E}p$  は小さな値と算出されます。また実際の張力分布が下反り傾向の図 - 1 (b) であるとすれば、緊張材の  $E_p$  より  $\dot{E}p$  は大きな値と算出されます。同一緊張材でも数回の試験緊張による  $\dot{E}p$  のばらつき原因の一つ目は試験ごとの張力分布の上反りまたは下反り傾向またはその程度の違いにあります。

### 5. ジャッキ部損失率が $\dot{E}p$ に与える影響

ジャッキ部損失率  $\gamma$  はフレシネー方式の場合通常 4 % として計算に用いられます (以下例示数値はフレシネー方式を用います)。ジャッキ部の張力損失は主として定着具と緊張材の摺動によって発生します。ここでもやはり摩擦が関与し、その摩擦係数はつねに変動して一定ではなく、 $\gamma$  は一定値ではありません<sup>1)</sup>。仮に試験緊張で緊張側の  $\gamma$  が 4 % より小さいか、定着側の  $\gamma$  が 4 % より大きいまたはその双方である場合には、計算される図 - 1 (c) の張力分布は実際の張力分布より低い、言い換えれば図 - 1 (c) の応力面積は実際の張力分布の応力面積より小さく、図 - 1 (c) を対象とする式 (1) から求められる  $\dot{E}p$  は緊張材の  $E_p$  より小さな値となります。逆に緊張側の  $\gamma$  が 4 % より大きい、定着側の  $\gamma$  が 4 % より小さいまたはその双方である場合には  $\dot{E}p$  は大きい値となります。この  $\gamma$  のばらつきが  $\dot{E}p$  ばらつき原因の二つ目です。

### 6. $\lambda$ が $\dot{E}p$ に与える影響

緊張材張力  $P$  は通常次式によって求められています。

$$P_x = P_0 e^{-\mu (\alpha + 0.0133 L)} \quad (3)$$

$(\lambda/\mu = 0.004/0.3 \approx 0.0133)$

ここで

- $P_x$  : 緊張材  $x$  位置における張力
- $P_0$  : 緊張材始端張力
- $\mu$  : 緊張材単位角変化あたりの摩擦係数
- $\lambda$  : 緊張材単位長あたりの摩擦係数
- $\alpha$  :  $x_1$  から  $x$  までの角変化量
- $L$  :  $x_1$  から  $x$  までの緊張材長

とします。試験緊張から求められる  $\mu$  は式 (3) を変形した次式で計算されます。

$$\mu = \frac{\ln \left( \frac{P_0}{P_n} \right)}{\alpha + 0.0133 L} \quad (4)$$

$P_n$  : 緊張材終端張力

ここで問題となるのは長さあたりの摩擦係数  $\lambda$  の値です。現在の施工技術では、実際には  $\lambda = 0$ <sup>1)</sup> なのです。言い換えれば直線配置区間での張力は一定値で張力減少は曲線配置区間でしか起こりません。したがって式 (1) の  $\sigma$  を決める  $\mu$  を、 $\lambda/\mu = 0.0133$  を前提とする式 (4) から求め、その  $\mu$  を用いて式 (3) から求める張力分布は、実際の張力分布

とは異なります。つまり実際の応力面積とは異なる応力面積で  $\dot{E}p$  を算出していることになります。ただ  $\lambda$  の違いが  $\dot{E}p$  にどのように影響を与えるのかは緊張材配置形状によって異なります。原因の三つ目となる  $\lambda$  の違いが、もしかすると  $\dot{E}p$  の誤差にもっとも影響を与えているのかも知れません。

## 7. 緊張管理

現場では前日に試験緊張によって  $\dot{E}p$  を求め、翌日の本緊張に備えて図 - 2 のような緊張管理図を作成します。緊張管理図は緊張材ごとに作成され、図に引止め線が記入されます。

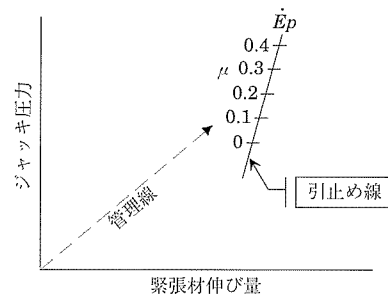


図 - 2 緊張管理図

引止め線は次の手順で求められます。

- ①  $\mu = 0, 0.1, 0.2, 0.3, \dots$  として摩擦係数ごとに不動点に設計張力を導入する張力分布を求める (図 - 3)。
- ② 各張力分布の応力面積を  $\dot{E}p$  で割って伸び量を求める。
- ③ 緊張端張力から  $\gamma$  で補正されたジャッキ圧力を求める。
- ④ ジャッキ圧力と伸び量を管理図にプロットする。

緊張管理は、管理図にジャッキ圧力と伸び量を順次プロットした軌跡 (管理線) と引止め線が交差する点まで緊張して完了です。交点の摩擦係数の読み値が見かけ上の摩擦係数  $\mu$  となります。

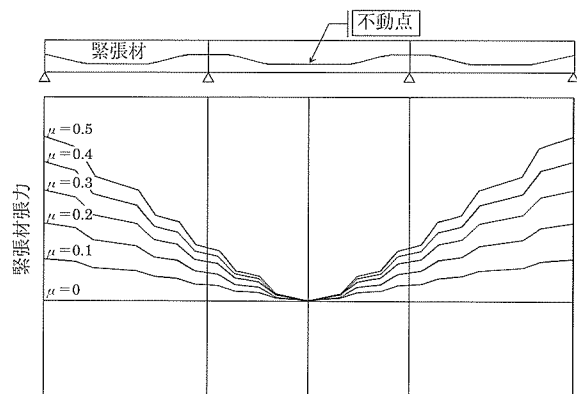


図 - 3 摩擦係数ごとの緊張材張力分布

## 8. $\dot{E}_p$ による緊張管理

ここでヤング係数の違いによる摩擦係数の違いを考えてみましょう。緊張材のヤング係数を  $E_{p-1}$  または  $E_{p-2}$  ( $E_{p-1} < \dot{E}_p < E_{p-2}$ ) とします。図-4 に示す3本の引止め線は3つのヤング係数 (右から  $E_{p-1}$ ,  $\dot{E}_p$ ,  $E_{p-2}$ ) による引止め線で、それぞれの摩擦係数を  $\mu_1$ ,  $\mu$  および  $\mu_2$  とします。

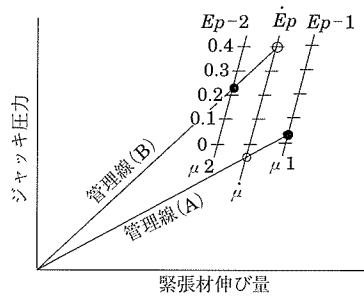


図-4 ヤング係数の違いによる緊張管理

仮に緊張材のヤング係数が  $E_{p-1}$  で管理線が管理線 (A) となった場合、引止め線  $\dot{E}_p$  との交点で  $\mu < 0$  ですが、引止め線  $E_{p-1}$  では摩擦係数は  $\mu_1 > 0$  を示しています。 $\mu < 0$  を発生させる原因の一つは、試験緊張から求められた  $\dot{E}_p$  が緊張材の  $E_{p-1}$  より大きい値として算出されたことによります。緊張材のヤング係数が  $E_{p-2}$  で管理線 (B) となった場合では、引止め線  $E_{p-2}$  と  $\dot{E}_p$  の摩擦係数の関係は  $\mu_2 < \mu$  で  $\mu < 0$  とはなりません。しかし管理線 (A) の場合とともに別の問題を内蔵することになります。仮に  $E_{p-1}$  または  $E_{p-2}$  が正しい引止め線であって実作業では  $\dot{E}_p$  で引き止めたとすれば、管理線 (A) のケースでは緊張不足そして管理線 (B) のケースでは過緊張となります。

## 9. $\dot{E}_p$ , $E_p$ のどちらを用いたらよいのか

$\dot{E}_p$  は実際の現場における測定値であるからより現場の実態を反映した値であるという考え方は、試験緊張による張力分布が正確に把握されないかぎりここでは正しくありません。実際の現場では、計測困難なジャッキ部損失率  $\gamma$  と緊張材各部分での摩擦係数のばらつきによって、張力分布を精度よく把握することは非常に難しいことといえます。

試験室などで計測した  $E_p$  を用いた緊張管理では、試験緊張という中間作業時に取り込まれる  $\gamma$  と緊張材各部分での摩擦係数のばらつきを含まないだけより実際に近い摩擦係数で管理できるといえます。

## 10. $E_p$ を用いれば $\mu < 0$ は出現しないのか

$E_p$  を用いても緊張管理で  $\mu < 0$  が出現する確率を 0 とすることはできません。ただし出現する確率はかなり低くなります。出現するのは、実際の摩擦係数がかなり微少なケースだけです。このケースで張力分布形状が図-1 (a) の傾向であるか、実際の緊張側  $\gamma$  が 4 % より小さいまたはその双方であるときに管理図上で  $\mu < 0$  となる場合があります。これらが二つ目および三つ目の摩擦係数マイナスを引き起こす原因です。いずれも実際の伸び量が計算上の伸び量より大きくなって管理線の勾配を減少させます。

## 11. 摩擦係数 $\mu$ も見かけ上の摩擦係数?

緊張管理において張力分布の実態を知ることは不可能です。第一の理由は、緊張材の摩擦係数が全長にわたって一定ではないことです。第二の理由は、現実のジャッキ部損失率  $\gamma$  も一定値ではないことにあります。また  $\mu$  を式 (4) で求める場合に  $\lambda$  は、マイナスとはしませんが  $\mu$  を小さく見せます。理由は張力損失の一部を  $\lambda$  によるものと算出されるからです。 $\lambda = 0$  の問題は別として、緊張管理における摩擦係数マイナスの原因は、これら二つの不確定な挙動にあります。

以上のように実際の緊張管理では試験緊張は不要であり、ヤング係数は緊張材そのものの  $E_p$  を用い、管理図上で読み取る摩擦係数 ( $\mu$ ) には二つの誤差が含まれていることを認識しながら管理せざるを得ないと思われます。もちろん引止め線を  $\lambda = 0$  として作成することを前提としなければなりません。内容は異なるとしても誤差を含んでいる点では、 $\mu$  も  $\dot{\mu}$  と同じで「見かけ上の」という接頭語が必要かも知れません。

### 参考文献

- 1) 安井昌幸：Empirical verification of length dependent friction coefficient  $\lambda \approx 0$  for post-tensioned PC tendons, 土木学会論文集, Vol. 62, No.3, pp. 511 - 518, 2006.

【2006年12月1日受付】