

# M-P 相関関係による PRC 梁断面の長期曲げ設計法

島田 安章\*1・中塚 侑\*2・寒川 勝彦\*3

プレストレスト鉄筋コンクリート（以下 PRC）構造は、プレストレストコンクリート（同 PC）構造に比べプレストレスを低減し、かつ曲げひび割れ幅やたわみを制御して、各種スパンをもつ架構の設計を可能にする、自由度の高い経済性に優れた構造である。

前報<sup>4)</sup>では、曲げモーメント ( $M$ ) - プレストレス力 ( $P$ ) 相関関係によって PC 梁の断面設計プロセスを断面応力度分布の変化とともに、視覚的に表現できることを論理的に示した。

本研究では PRC 梁において、断面が長方形、T 形のいずれの場合でも、作用する長期設計曲げモーメント ( $M_{des}$ ) は、プレストレス力 ( $P$ ) による曲げモーメント ( $P \cdot e$ ) と RC 部分の許容曲げモーメントの和で与えられること、ならびに、ひび割れ幅制御設計に必要な引張鉄筋の応力 ( $\sigma_t$ ) と鉄筋比 ( $p_t$ )、 $P$  との関係を実定式によって論理的・視覚的に表現できることなどを明らかにした。同時に得られた知見に基づいて行った PRC 梁断面の長期曲げ設計例を示した。

キーワード：PRC 梁、 $M$ - $N$  相関関係、ひび割れ幅制御設計、引張鉄筋比、引張鉄筋応力

## 1. はじめに

プレストレスト鉄筋コンクリート（以下 PRC と略記）構造は、鉄筋コンクリート（同 RC）構造に対しては、プレストレスを付加することによってその弱点である曲げひび割れの幅やたわみの制御を行い、各種スパンをもつ架構の設計を可能にする。プレストレストコンクリート（同 PC）構造に対しては、曲げひび割れを許容することでプレストレスを低減して、PC 構造に近い断面性能を経済的に確保することを可能にするなど、設計自由度の高い優れた構造である。

PRC 梁断面の長期曲げ設計のポイントの一つはひび割れ幅制御設計であるが、そのためには設計曲げモーメント ( $M_{design}$ , 以下  $M_{des}$ ) が作用したときの引張鉄筋応力の算出が不可欠である。詳しく述べれば、 $M_{des}$  に対するプレストレス力の大きさ ( $P$ ) と偏心距離 ( $e$ )、引張鉄筋量 ( $p_t$ )、および引張鉄筋応力 ( $\sigma_t$ ) 間の論理的な関係の明確化が必要である。

この課題に対し、日本建築学会 PRC 構造設計・施工指針では、RC 柱断面の曲げモーメント ( $M$ ) - 軸力 ( $N$ ) 相関関係を利用する方法が提示されているが、Ⅲ<sub>a</sub>、Ⅲ<sub>b</sub> 区分の断面には用心鉄筋の配置を推奨するなど明解さに欠け、また提示曲げモーメント略算法の物理的意味も明確でない。

本研究は、RC 柱断面の  $M$ - $N$  相関関係を応用した  $M$ - $P$  相関関係を用いて、長期設計曲げモーメント ( $M_{des}$ ) とプレストレス力による曲げモーメント、および RC 断面が有する曲げモーメントとの関係を明らかにすることから、

$M_{des}$  に対する  $p_t$  と  $\sigma_t$  との関係を論理的、視覚的に明確にした。同時に、得られた知見に基づいて PRC 梁断面の長期曲げ設計を具体的にを行い、設計例として示した。

## 2. RC 柱断面の曲げモーメント ( $M$ ) - 軸力 ( $N$ ) 相関関係がもつ特性

### 2.1 $M$ - $N$ 相関図中の ( $M$ , $N$ ) 点と引張鉄筋応力の関係

RC 柱断面の弾性設計において、断面に曲げモーメント ( $M$ ) および軸力 ( $N$ ) が作用するとき、断面の力の釣合い条件から以下の式 (1) が誘導されるが、同式は次のようなことを意味している。すなわち弾性設計において断面が決まれば、断面 1 次 ( $S_n$ ) および 2 次モーメント ( $I_n$ ) が中立軸深さ ( $X_n$ ) と断面諸量のみ関数であるので、同式は外力  $M$ ,  $N$  および断面応力などにまったく関係せず、 $e = M/N$  で表される偏心距離 ( $e$ ) と  $X_n$  のみの関数になることを示す。このことを断面設計からみると、想定した断面に  $e$  が一定の条件で増加する  $N$  (もしくは  $M$ ) が作用するとき  $X_n$  は変化せず、断面の応力分布はその  $X_n$  位置を回転中心とするような分布として増大する。より具体的に言えば、引張鉄筋応力および圧縮縁コンクリート応力は、原点と作用 ( $M$ ,  $N$ ) 点との距離に比例して増大することを意味している<sup>1, 2)</sup>。

(図 - 1. 同図中の  $n$  はヤング係数比を示す。)

$$X_n - \frac{D}{2} + e = \frac{I_n}{S_n} \quad (1)$$

ここで、 $D$  は柱せい、 $S_n$ ,  $I_n$  は中立軸まわりの断面 1 次および 2 次モーメントである。

\*1 Yasuaki SHIMADA：オリエンタル白石(株) 大阪支店 施工・技術部

\*2 Tadashi NAKATSUKA：大阪工業大学 工学部 教授・工博

\*3 Katsuhiko KANGAWA：(株)ピーエス三菱 大阪支店 設計部

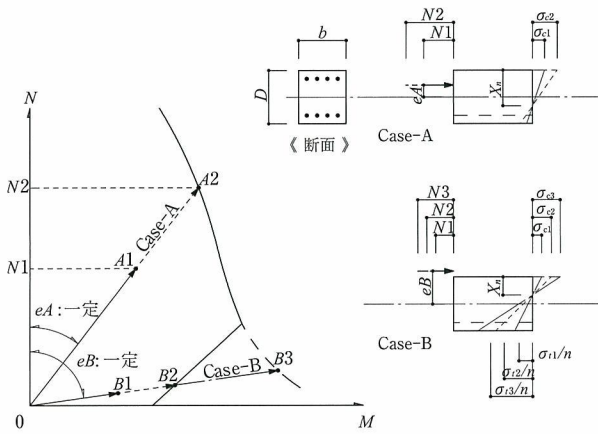


図 - 1 RC 柱の  $M-N$  相関関係

2.2 長方形およびT形断面の  $M-N$  相関関係

(1) 長方形とT形断面の  $M-N$  相関図の相互関係

後述するPRC梁の設計では、スパン中央のT形断面を設計対象とする場合が多い。また、T形断面では通常、引張鉄筋が先行的に許容応力度（または想定限界応力度）に達する。したがって、図-2, 3に示すように、引張鉄筋比  $p_t$  をもつ長方形断面、および同断面の両側にスラブの協力幅が付加されたT形断面に、構造解析から与えられる設計 ( $M, N$ ) が作用し、引張鉄筋応力が許容応力度に達したときの長方形断面の曲げモーメント ( $M_R$ )- $N$  関係およびT形断面の曲げモーメント ( $M_T$ )- $N$  相関関係について考察する。なお同図中での  $e_2$  は、T形断面図心位置と  $D/2$  の差を示す。また、引張鉄筋が許容（想定限界）応力度となるときの  $M-N$  相関関係を以下、引張側  $M-N$  相関関係と呼ぶ。

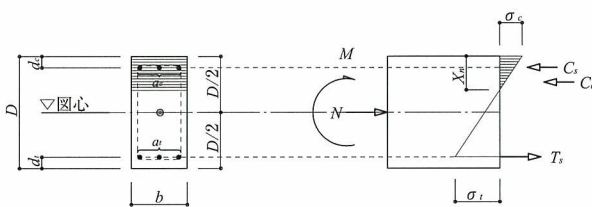


図 - 2 長方形断面と断面応力分布

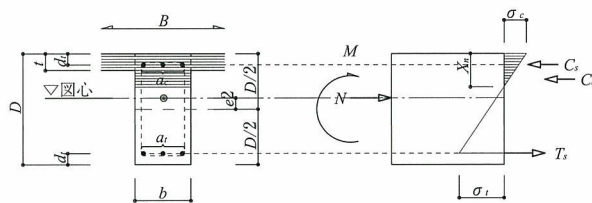


図 - 3 T形断面と断面応力分布

図-2, 3は長方形断面およびT形断面の断面応力分布を示したものである。また、図-4はT形断面の曲げモーメントに関する圧縮部コンクリート合力 ( $C_c$ ) と引張

鉄筋応力との応力中心距離  $j (= D - d_t - X_n/3)$  と引張鉄筋深さ ( $D - d_t$ ) の比を、有効幅  $B$  (ただし、 $B = 500$  は長方形断面を示す) を横軸にとって調べたものであるが、 $B$  による  $j / (D - d_t)$  の変化はごく小さい。それゆえ、本研究では説明を簡略にするため、T形断面の圧縮合力  $C_c$  は、長方形断面と同じ位置に作用するものと仮定する。

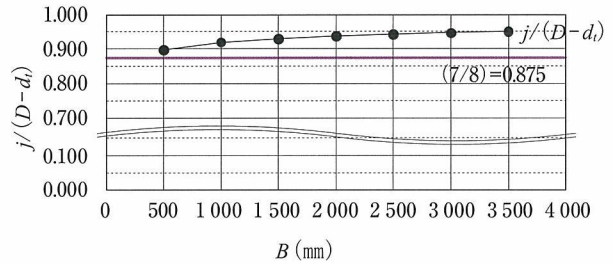


図 - 4  $B$  による  $j$  の変化図

(a) 軸力の釣合い式

長方形およびT形断面では、材軸方向の力の釣合いより式(2)が共通に得られる。

$$N + T_s = C_c + C_s \tag{2}$$

(b) 曲げモーメントの釣合い式

設計曲げモーメントは図心に対して与えられるので、図心まわりの釣合いを考える。

まず長方形断面では、釣合い式(3-1)に式(2)による  $C_s$  を代入して式(3-2)が得られる。

$$M_R = C_c \cdot (D/2 - X_n/3) + C_s \cdot (D/2 - d_c) + T_s \cdot (D/2 - d_t) \tag{3-1}$$

$$C_s = N + T_s - C_c \text{ より} \\ \therefore M_R = C_c \cdot (d_c - X_n/3) + N \cdot (D/2 - d_c) + T_s \cdot (D - d_c - d_t) \tag{3-2}$$

次にT形断面では、図心に対する釣合い式(4-1)に式(2)による  $C_s$  を代入して式(4-2)が得られる。

$$M_T = C_c \cdot (D/2 - e_2 - X_n/3) + C_s \cdot (D/2 - e_2 - d_c) + T_s \cdot (D/2 - d_t + e_2) \tag{4-1}$$

$$\therefore M_T = C_c \cdot (d_c - X_n/3) + N \cdot (D/2 - e_2 - d_c) + T_s \cdot (D - d_c - d_t) \tag{4-2}$$

式(3-2)と(4-2)は、鉄筋応力が引張許容応力度の時の、長方形断面およびT形断面の  $M-N$  相関関係をそれぞれ表すが、両式の曲げモーメントの間には式(5)の関係がある。すなわち、T形断面のスラブ協力幅を除いた長方形断面部分と同じ場合、T形断面の許容曲げモーメント ( $M_T$ ) は、長方形断面とT形断面の図心位置の差 ( $e_2$ ) による偏心モーメント ( $N \cdot e_2$ ) を、長方形断面の許容曲げモーメント ( $M_R$ ) から差引くことによって与えられることを示している。

$$M_T = M_R - N \cdot e_2 \tag{5}$$

このことを  $M-N$  平面で表すと、図-5に示すように、T形断面の引張側  $M-N$  相関関係は長方形断面の同関係を  $N = 0$  点を中心として  $N \cdot e_2$  だけ負方向に回転させたものになることを示している。なお、T形断面と長方形断面の  $N = 0$  での許容曲げモーメント(梁の許容曲げモーメント)

は、中立軸深さにわずかな相違はあるので、後述の図 - 8 に示すように、若干 T 形断面の方が大きいですが、ここではその差を無視して表している。

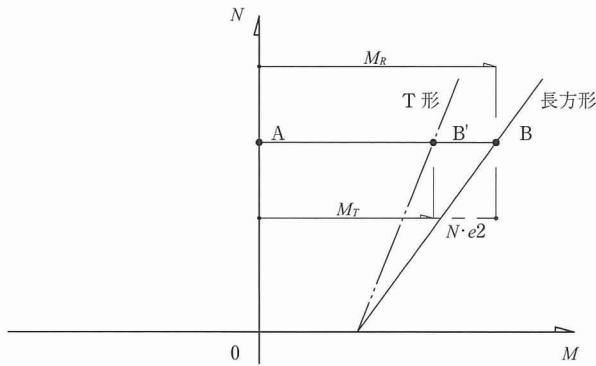


図 - 5 長方形および T 形断面の引張側  $M-N$  相関関係

(2) T 形断面  $M-N$  関係の長方形断面からの推定

前項において得られた T 形断面と長方形断面の相互関係を逆に考えると、設計 ( $M, N$ ) が作用する T 形断面に、 $N \cdot e/2$  なる付加モーメントをさらに加えた場合、言い換えれば T 形断面において、 $D/2$  位置に軸力  $N$  を作用させた場合の  $(M+N \cdot e/2)-N$  相関関係は長方形断面の相関関係に一致することを意味している。

図 - 6 は、 $M$  が作用している T 形断面において、 $D/2$  位置に任意の軸力  $N$  を付加作用させた場合の  $(M+N \cdot e/2)-N$  相関関係と長方形断面の引張側  $M-N$  相関関係を、有効幅をパラメータとして調べたものである。同図では、コンクリート強度が  $F_c = 27 \text{ N/mm}^2$ 、コンクリート許容圧縮応力度  $f_c = 9.0 \text{ N/mm}^2$ 、引張鉄筋比  $p_t = 0.50 \%$ 、引張鉄筋許容応力度  $f_t = 215 \text{ N/mm}^2$ 、腹筋比  $\gamma = p_c/p_t = 1.0$ 、ヤング係数比  $n = 15$ 、スラブ厚  $t = 150 \text{ mm}$  としている。

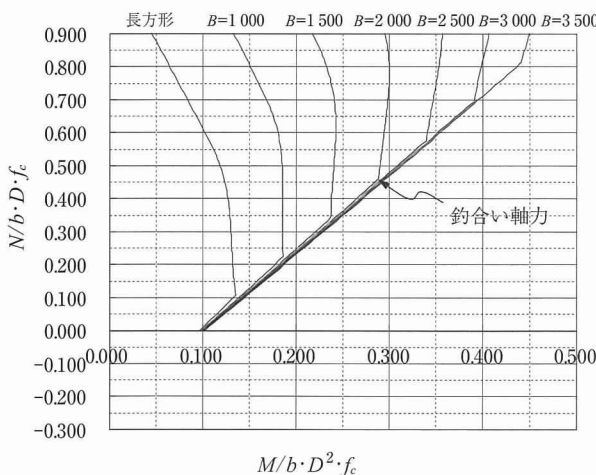


図 - 6 T 形断面の  $(M+N \cdot e/2)-N$  相関関係

同図によれば、T 形断面の  $(M+N \cdot e/2)-N$  相関関係は、協力幅が零の長方形断面の引張側  $M-N$  相関関係の直線的な延長線にほぼ沿っている。また、釣合い軸力が高軸力方

向に移行して、引張側相関関係の領域が大きくなることを確認できるが、これは図 - 2, 3 の応力度分布図から分かるように、引張鉄筋および圧縮縁コンクリートが同時に許容応力度になる釣合い軸力時には、有効幅の増大によって圧縮コンクリート合力が大きくなったことを意味している。なお、図 - 7 は参考までに、有効幅  $B$  による無次元化釣合い軸力比  $N/b \cdot D \cdot f_c$  の変化を示したものであるが、後述する標準的な  $B = 3500 \text{ mm}$  の T 形梁の釣合い軸力比は高く、引張側  $M-N$  相関関係のみを考慮すれば良いと分かる。

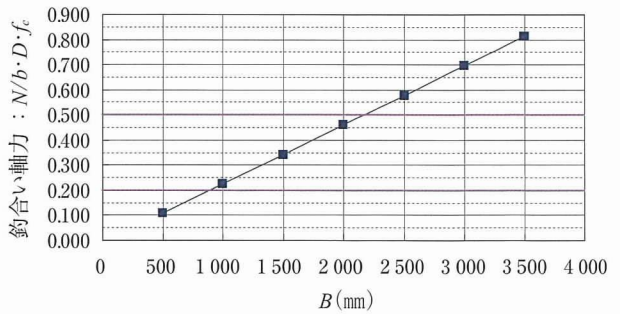


図 - 7 有効幅  $B$  - 釣合い軸力比 ( $p_t = 0.50 \%$ ) 関係

2.3 RC 柱断面の引張側  $M-N$  相関関係の近似

T 形断面では前節で述べたように、釣合い軸力位置は高軸力方向に移動するので、PRC 梁断面設計の設計領域は引張側  $M-N$  相関関係が対象となる。また、T 形断面の引張側相関関係は、 $N \cdot e/2$  の曲げモーメントを付加すれば、長方形断面の引張側  $M-N$  相関関係でほぼ近似できる。

それゆえ本節では、長方形断面の RC 柱における引張側  $M-N$  相関関係の近似について考察する。

引張側  $M-N$  相関関係には次のような特徴がある。

- ① 引張側相関関係は前項図 - 6 で示されたように、直線性が非常に高い。
- ② 同図において引張側相関関係の  $N = 0$  時の曲げモーメント ( $M$ ) は RC 梁断面の許容曲げモーメントに対応するので、略算式  $M = (7/8) \cdot a_t \cdot f_t \cdot d$  で求められ、(6)式にて近似できる。ここに、 $b, D, d$ : 梁の断面幅、全せい、有効せい ( $d = 0.9 \cdot D$ ) を示す。引張鉄筋比  $p_t$  は  $a_t/b \cdot D$  で算出し、 $f_t$  は引張鉄筋許容応力度を示す。

$$M/b \cdot D^2 = (7/8) \cdot 0.9 \cdot p_t \cdot f_t \quad (6)$$

- ③ 圧縮・引張側に等量の鉄筋が配置された RC 柱 (T 形断面では協力幅部分のスラブ筋は無視) を想定しているので、Y 切片は理論上、次の (7) 式で与えられる。

$$N/b \cdot D = 2 \cdot p_t \cdot f_t \quad (7)$$

以上の特徴から、引張側相関関係を直線で近似することになると、条件式の式 (6), (7) より、近似  $M-N$  相関関係 (以下近似  $M-N$  関係と略記) は  $p_t$  をパラメータとする式 (8) で与えられる。

$$N/b \cdot D = a \cdot M/b \cdot D^2 - 2 \cdot p_t \cdot f_t \quad (8)$$

ここで、 $a = 2/\{(7/8) \cdot 0.9\} = 2.54$  である。

また (8) 式は、コンクリートの許容圧縮応力度 ( $f_c$ ) で無次元化した  $N/b \cdot D \cdot f_c - M/b \cdot D^2 \cdot f_c$  平面において表現すると

後述の計算例で用いる式(8-1)となる。

$$\frac{N}{b \cdot D \cdot f_c} = a \cdot \frac{M}{b \cdot D^2 \cdot f_c} - 2 \cdot p_r \cdot \frac{f_t}{f_c} \quad (8-1)$$

ここで、 $a = \frac{2}{(7/8) \cdot 0.9} = 2.54$ である。

図 - 8 は、PRC 梁断面での一般的な  $p_r$  範囲にある、 $p_r = 0.1, 0.5, 1.0\%$  をもつ長方形断面の  $M-N$  相関関係および同断面に標準的な協力幅を付加した有効幅  $B = 3500$  mm をもつ T 形断面の精算による  $(M + N \cdot e_2) - N$  相関関係、ならびに本節で提案する近似  $(M + N \cdot e_2) - N$  相関関係を示している。同図によれば、いずれの鉄筋比の場合でも近似相関関係は、解析結果の曲げモーメントを過小評価側(安全側)に良好にフォローしていると判断される。また一般的な PRC 梁の設計では、 $N/b \cdot D \cdot f_c$  は  $0.20 \sim 0.50$  程度と考えられるので、近似  $M-N$  関係と精算による同関係との誤差はたかだか  $7\%$  程度である。

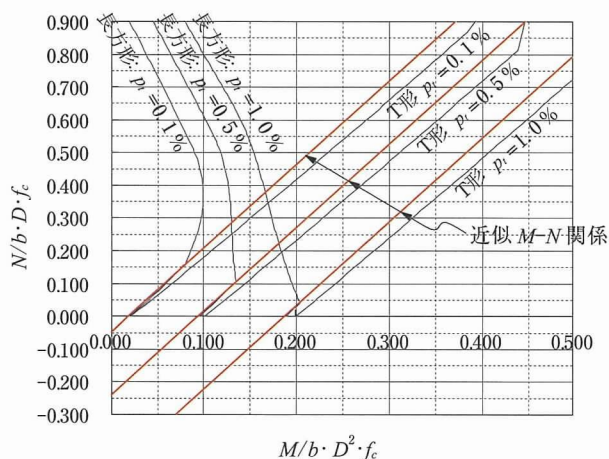


図 - 8 長方形および T 形断面の近似  $M-N$  相関関係

### 3. RC 柱の $M-N$ 相関関係の PRC 梁断面設計への応用

本章では、2章で考察した RC 柱断面の  $M-N$  相関関係の特性を、プレストレス力 ( $P$ ) を軸力と見なすことから PRC 梁断面の設計に応用する方法について述べる。なお、以下の記述では断面の曲げ変形による  $P$  の増加は無視し、 $P$  は一定と仮定する。

図 - 9 は、図 - 2 に倣って、梁せいの  $D/2$  の図心位置から  $e_1$  下がった位置に PC 鋼材が配筋された PRC 長方形梁断面に長期設計曲げモーメント ( $M_{des}$ ) が作用して、引張鉄筋が許容応力度になったときの断面応力分布と合力 ( $T_s, C_c, C_s$ ) を示したものである。ここで、 $e_1$  は施工が可能ながざり大きな値とする。

材軸方向の力およびモーメントの釣合い条件から、式(9)、(10)が得られる。式(10)に式(9)から求められる  $C_s$  を代入して整理すると、式(10-1)になる。同式の右辺の第2項から第4項において、 $P$  を軸力  $N$  に読み替えると式(3-2)の  $M_R$  と等しくなるのでこれを  $M_R'$  とすると、式(10-2)が得られ、 $M_{des}$  はプレストレス力による曲げモーメント  $P \cdot e_1$

と軸力が  $P$  である RC 部分の曲げ耐力  $M_R'$  で支持されることを示す。

ここで前報<sup>4)</sup>に倣って式(10-2)を  $M-N$  平面に表現することを考える。すなわち、図心から距離  $e_1$  で偏心配置した鋼材にプレストレス力を導入して生じる曲げモーメント  $P \cdot e_1$  は設計曲げモーメント  $M_{des}$  と逆方向であるので、図 - 10 に示すように、 $M-P$  平面の第2象限に書くと(以下同線を施工限界線と略記)、上述した  $M_{des}$  が  $P \cdot e_1$  と  $M_R'$  で支持される状況が視覚的かつ論理的に表現できる。

$$P + T_s = C_c + C_s \quad (9)$$

$$M_{des} = C_c \cdot (D/2 - X_n/3) + C_s \cdot (D/2 - d_c) + T_s \cdot (D/2 - d_t) + P \cdot e_1 \quad (10)$$

$$M_{des} = P \cdot e_1 + C_c \cdot (d_c - X_n/3) + P \cdot (D/2 - d_c) + T_s \cdot (D - d_c - d_t) \quad (10-1)$$

$$M_{des} = P \cdot e_1 + M_R' \quad (10-2)$$

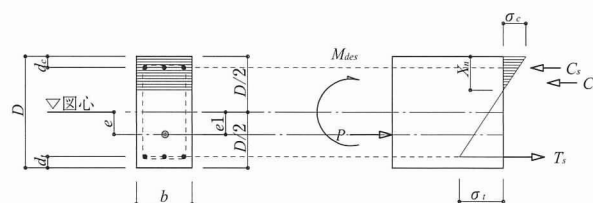


図 - 9 長方形断面と断面応力分布

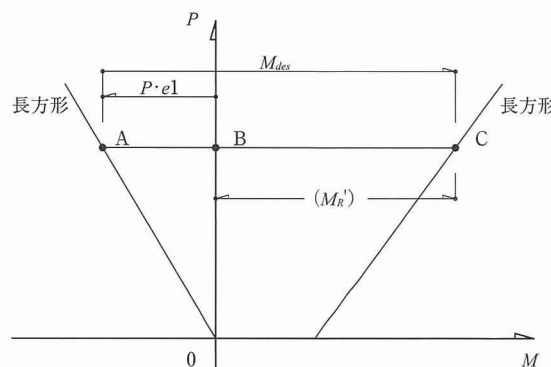


図 - 10 長方形断面の  $M_{des}$  と  $P \cdot e_1$  と  $M_R'$  の関係

同様に図 - 11 に示す T 形断面について考える。軸方向の力の釣合いは式(9)と同じであるが、モーメントの釣合い式は、T 形断面の図心位置が長方形断面の図心位置から  $e_2$  さらに離れ、 $P$  による偏心曲げモーメントは  $P \cdot (e_1 + e_2)$  となる。それゆえ、モーメントの釣合い式は式(11)で与えられる。式(11)に式(9)から求められる  $C_s$  を代入して整理すると式(11-1)が得られる。同式の右辺の第2項から第4項において、 $P$  を軸力  $N$  に読み替えると式(4-2)の  $M_T$  と等しくなるのでこれを  $M_T'$  とすると式(11-2)となり、T 形断面においても  $M_{des}$  はプレストレス力による曲げモーメント  $P \cdot (e_1 + e_2)$  と、軸力が  $P$  である RC 部分の曲げ耐力  $M_T'$  で支持されることが分かる。同式を  $M-P$  平面に表現すると図 - 12 が得られる。

一方、前出の式(5)において、 $N$  を  $P$  に置き換えると式

(11-3)となるが、同式と式(11-2)とから前述の式(10-2)が得られる。このことは、T形PRC梁断面の設計が、図-12の一点鎖線で示した長方形梁断面に対する設計と同様に行えることを示唆している。

$$M_{des} = P \cdot (e1 + e2) + C_c \cdot (D/2 - e2 - X_n/3) + C_s \cdot (D/2 - e2 - d_c) + T_s \cdot (D/2 - d_t + e2) \quad (11)$$

$$\therefore M_{des} = P \cdot (e1 + e2) + C_c \cdot (d_c - X_n/3) + P \cdot (D/2 - e2 - d_c) + T_s \cdot (D - d_c - d_t) \quad (11-1)$$

$$\therefore M_{des} = P \cdot (e1 + e2) + M_T' \quad (11-2)$$

$$M_T' = M_R' - P \cdot e2 \quad (11-3)$$

$$\therefore M_{des} = P \cdot e1 + M_R' \quad (10-2)$$

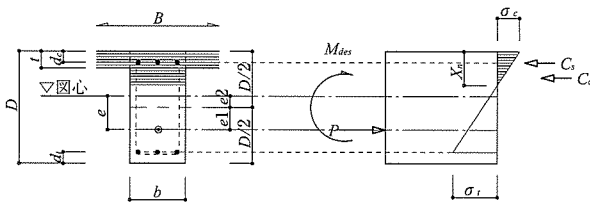


図 - 11 T形断面と断面応力分布

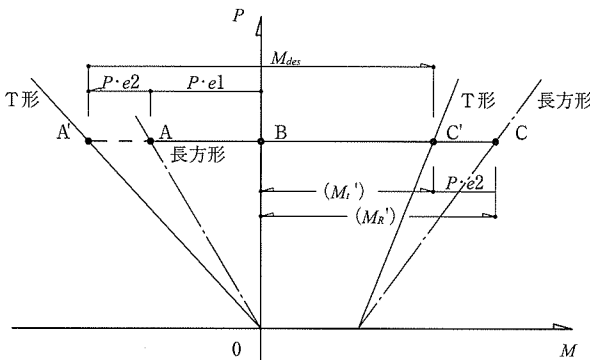


図 - 12 T形断面の  $M_{des}$  と  $P \cdot (e1+e2)$  と  $M_T'$  および  $M_R'$  の関係

#### 4. M-P 相関関係による PRC 梁断面の長期曲げ設計法

##### 4.1 PRC 梁断面の長期曲げ設計のポイント

PRC 梁断面の長期曲げ設計のポイントの一つはひび割れ幅制御設計であるが、そのためには設計曲げモーメント ( $M_{des}$ ) が作用したときの引張鉄筋応力の算出が不可欠である。具体的には、偏心距離 ( $e$ ) でプレストレス力 ( $P$ ) が導入されて、 $M_{des}$  と逆方向の付加曲げモーメントが作用する梁断面に  $M_{des}$  が載荷されたとき、どの程度の鉄筋引張応力 ( $\sigma_i$ ) となるのか、また、それに対応する鉄筋量 ( $p_i$ ) がどの程度必要であるのかを算定できなければならない。

3章では、T形PRC梁断面の設計が長方形梁断面に対する設計と同様に行えることが明らかになったので、本章では、長方形断面の引張側 M-P 相関関係を用いて、設計曲げモーメント  $M_{des}$  に対応するプレストレス力  $P$ 、引張鉄筋

比  $p_i$ 、鉄筋応力  $\sigma_i$  について考察する。

##### 4.2 $M_{des}$ , $P$ , $p_i$ および $\sigma_i$ の関係

###### (1) 鉄筋応力が許容応力度 ( $f_i$ ) の場合

図-13は、縦軸に  $(P/b \cdot D \cdot f_c)$ 、横軸に  $(M/b \cdot D^2 \cdot f_c)$  をとって、鉄筋比が  $p_i$  である長方形 RC 断面に関する、2.3節で述べた鉄筋許容応力度  $f_i$  (215 N/mm<sup>2</sup>) 時の近似 M-P 関係の算出結果を第1象限に示したものである。同図には、施工限界偏心距離  $e1$  に配置された PC 鋼材による、 $M_{des}$  と逆方向の付加曲げモーメント  $P \cdot e1$  のライン (施工限界線) を第2象限に表示している。図-13において、 $P$  が増大して A 点に至り付加曲げモーメントが  $P \cdot e1$  となった後、 $M_{des}$  が載荷される過程は横軸 ( $M/b \cdot D^2 \cdot f_c$  軸) に平行な正方向に  $M_{des}$  の長さをもつ線分で表される。同線分の右端 C 点が長期荷重時 ( $M_{des} - P \cdot e1$ ,  $P$ ) に対応し、C 点に位置する近似 M-P 関係の  $p_i$  を選択すれば、 $M_{des}$  に対して鉄筋応力を許容応力度  $f_i$  にすることができる。

以上のことを設計の視点から考える。PRC 梁設計のポイントは、PC 鋼材の位置、緊張力の大きさおよび普通鉄筋量であるが、鋼材は通常、施工限界位置に配線されるので、残りの2特性の決定が重要となる。緊張力の大きさは経済性とも関連するので、普通鉄筋の配筋が可能である範囲で少なく押さえるのが普通である。一方、緊張力すなわちプレストレス量は、 $(P/b \cdot D \cdot f_c)$  で表現すると 0.20 ~ 0.50 程度が一般的と考えられている<sup>4)</sup>。それゆえ、図-13を用いて設計過程を示すと、まず施工限界線から  $M_{des}$  離れた平行線 (以下  $M_{des}$  平行線と呼ぶ) を引き、続いて普通鉄筋の配筋可能性も考慮した  $(P/b \cdot D \cdot f_c)$  値を縦軸 (B 点) に選ぶ。次に B 点を通る横軸に平行な線を  $M_{des}$  平行線との交点 C を求めると、同点が載っている近似 M-P 関係の  $p_i$  が必要な鉄筋量となる。

また、 $M_{des}$  が同じ時、 $P$  を減ざると必要鉄筋量  $p_i$  が増加する、あるいは同じ  $P$  で大きな  $M_{des}$  を支えるには大きな  $p_i$  が必要になるなど、 $M_{des}$ ,  $P$  および  $p_i$  の相互関係が M-P 平面上で容易に分かり、設計に対する有益な示唆が得られる。

以上の過程を図ではなく数式でフォローする。 $M_{des}$  平行線は式 (12) で表現できるので、設計で想定する  $P/b \cdot D \cdot f_c$  を式 (12) に代入すると、C 点の横軸値 ( $M/b \cdot D^2 \cdot f_c$ ) が式 (12-1) で与えられる。一方、近似 M-P 関係は、式 (8-1) の  $N$  を  $P$  とした式 (13) で表されるので、同式に C 点の縦・横軸値を代入すると、鉄筋応力が  $f_i$  となるために必要な鉄筋量  $p_i$  が計算によって導ける。

$$P/b \cdot D \cdot f_c = -(D/e1) \cdot M/b \cdot D^2 \cdot f_c + M_{des}/b \cdot D^2 \cdot f_c \cdot (D/e1) \quad (12)$$

$$M/b \cdot D^2 \cdot f_c = \{M_{des}/b \cdot D^2 \cdot f_c \cdot (D/e1) - P/b \cdot D \cdot f_c\} / (D/e1) \quad (12-1)$$

$$P/b \cdot D \cdot f_c = a \cdot M/b \cdot D^2 \cdot f_c - 2 \cdot p_i \cdot f_i / f_c \quad (13)$$

$$p_i = \{a \cdot M/b \cdot D^2 \cdot f_c - P/b \cdot D \cdot f_c\} / 2 \cdot (f_c / f_i) \quad (13-1)$$

###### (2) 鉄筋応力を任意応力 ( $\sigma_i$ ) とする場合

PRC 梁設計における M-N 相関図として、たとえば、日本建築学会の RC 計算規準で示されている柱の断面算定図表 (M-N 相関図) を利用する場合、鉄筋応力が許容応力

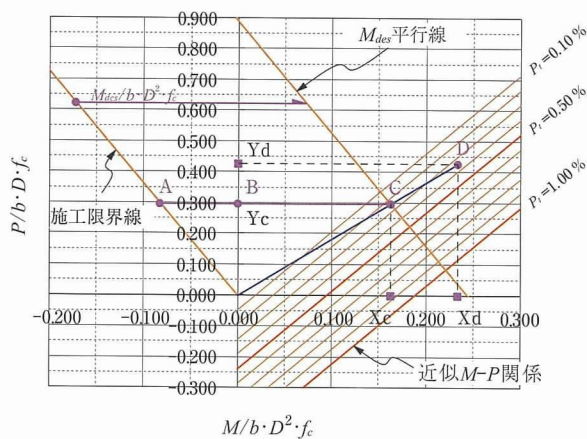


図 - 13  $M_{des}$ - $P$ - $p_t$  相関関係

度に限定されるので、任意鉄筋応力を対象としたい PRC 設計には不便である。

それゆえ本項では、2.1 節の結果を用いて任意応力  $\sigma_t$  に対する鉄筋比  $p_t$  の算出法について考察する。すなわち、図 - 13 において C 点の  $p_t$  をもつ断面に、同点と原点を結んだ直線上にある  $(M, P)$  が作用するときを考えると、断面の中立軸位置は変化しないため、 $(M, P)$  点での鉄筋応力  $\sigma_t$  は、原点から  $(M, P)$  点までの距離を C 点までの距離で除した値に  $f_t$  を乗じた値となる。このことを逆に考えると、原点と C 点を結ぶ延長線と  $p_t$  より大きい鉄筋比  $p_t'$  の近似 M-P 相関関係との交点を D 点として、 $p_t'$  の断面を選ぶ場合、同断面に C 点の  $(M, P)$  が作用した時の  $\sigma_t$  は、原点から C 点までの距離を D 点までの距離で除した値に  $f_t$  を乗じた値となる。すなわち、原点と  $(M_{des}, P)$  点とを結ぶ直線を  $f_t$ / 想定  $\sigma_t$  の値だけ延長した  $(M, P)$  点がその上に位置する近似 M-P 相関関係の鉄筋比を選べば、鉄筋応力を想定  $\sigma_t$  にすることができる。

以上のことは、設計者の計画ひび割れ幅に対応する  $\sigma_t$  を決めれば、それを満足するように鉄筋比が決定できることを意味し、現行 PRC 指針での III<sub>a</sub>、III<sub>b</sub> に対する用心鉄筋量や、最小鉄筋量なども論理的に算定できることを示唆している。

なお本研究ではふれないが、日本建築学会 PRC 指針で示されている、各種の許容曲げモーメント略算式なども M-P 平面で表現すると、略算式がもつ物理的な意味を明確にすることができる。

## 5. 設計例

### 5.1 M-P 相関関係を使用する PRC 梁断面設計フロー

図 - 14 に M-P 相関図を使用した PRC 梁断面設計を行う設計フローを示す。本研究における設計フローでは、最終判断で NG となった場合、仮定断面の設定もしくはプレストレス量の設定の項のどちらかに戻ることとなる。

また、以下の節で必要となる仮定断面の設定、 $M_{des}$  の設定、T 形梁断面の諸係数、図心位置  $Y_2$ 、断面係数  $Z_2$  の算出法などは、前報<sup>4)</sup>で検討したものをを用いる。

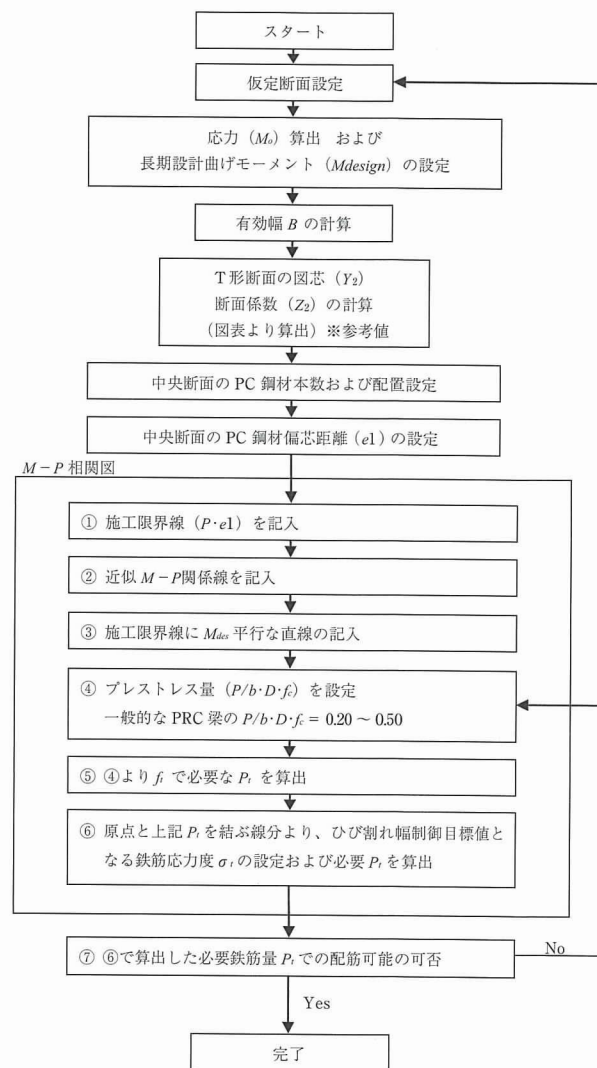


図 - 14 PRC 梁断面の設計フロー

### 5.2 設計条件および荷重条件

図 - 15 に伏図および軸組図を示す。梁間スパンが 15.0 m、桁行スパンが 5.5 m で、荷重条件が以下のような 3 階建て事務所ビルにおける PRC 梁の長期曲げによる断面設計を、設計スペックを PRC のひび割れ幅制御設計として、引張鉄筋応力  $\sigma_t = 150 \text{ N/mm}^2$  以下となるように設計を行う。

- ・積載荷重 :  $1800 \text{ N/m}^2$       ・仕上げ荷重 :  $1200 \text{ N/m}^2$
- ・スラブ :  $t = 150 \text{ mm}$       ・小梁 :  $400 \times 600 - 3 \text{ 本}$
- ・コンクリート設計基準強度  $F_c = 27 \text{ N/mm}^2$
- ・コンクリート許容圧縮応力  $f_c = F_c/3 = 9.0 \text{ N/mm}^2$

### 5.3 仮定断面の設定

長期応力によって決まる PRC 梁の仮定断面、とくに梁せい  $D$  は、次式の算定式より設定する<sup>3)</sup>。ここで、 $L$  は梁スパンを示す。

$$L/D = \sqrt{\{(C_c \times b) / (0.083 \times W_0)\}} \quad (14)$$

(1) 係数  $C_c$

設計スペックが PRC 造 (III 種) であるので  $2.0 \text{ N/mm}^2$  とする。

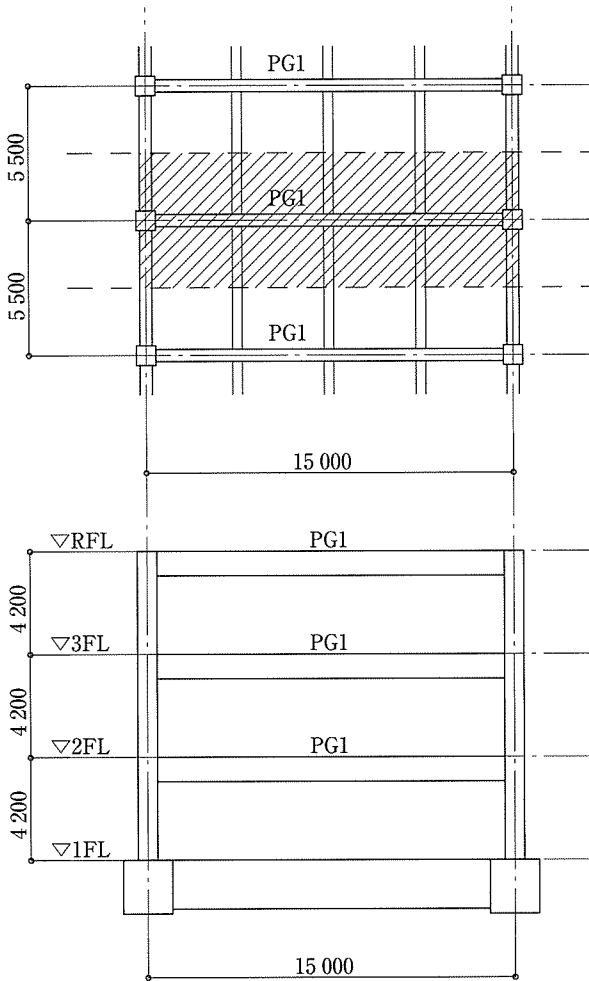


図 - 15 伏図・軸組図

(2)  $W_o$  の算出

- ・積載荷重 + 仕上げ荷重  $W_L = 3.0 \text{ kN/m}^2 \times 5.5 = 16.5 \text{ kN/m}$
- ・スラブ荷重  $W_t = 0.15 \text{ m} \times 5.5 \text{ m} \times 24 \text{ kN/m}^3 = 19.8 \text{ kN/m}$
- ・小梁荷重  $W_b = 0.4 \times (0.60 - 0.15) \times 24 \times 5.5 \times 3 / 15.0 = 4.8 \text{ kN/m}$
- ・PC 梁自重は上記荷重の合計の 20% と仮定する。  
 $W_g = (16.5 + 19.8 + 4.8) \times 0.2 = 8.2 \text{ kN/m}$
- ・設計荷重  $W_o = 16.5 + 19.8 + 4.8 + 8.2 = 49.3 \text{ kN/m}$  となる。

(3) 梁断面の決定

- ・PC 梁幅  $b = 500 \text{ mm}$  を仮定すると、(14)式より  
 $L/D = \sqrt{\{(2.0 \times 500) / (0.083 \times 49.3)\}} = 15.6$   
 $D = L / 15.6 = 15000 / 15.6 = 962 \text{ mm}$  となる。  
 ここでは、文献 4) の実績データも考慮し、梁せいをスパンの 1/15 程度とし、 $D = 1000 \text{ mm}$  を仮定する。

5.4  $M_o$  の計算および設計曲げモーメント ( $M_{des}$ ) の設定

(1)  $M_o$  の算出

PRC 梁自重の精算値は、 $W_g = 0.5 \times (1.00 - 0.15) \times 25 = 10.6 \text{ kN/m}$  となるので、設計荷重  $W_o$  および  $M_o$  は以下となる。

る。

$$W_o = 16.5 + 19.8 + 4.8 + 10.6 = 51.7 \text{ kN/m}$$

$$M_o = 1/8 \times 51.7 \times 15.0^2 = 1454 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

(2)  $M_{des}$  の算出

$$M_{des} = 0.8 \times M_o = 0.8 \times 1454 = 1163 \text{ kN}\cdot\text{m} \Rightarrow 1200 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

5.5 PRC 梁断面形状・PC 鋼材配置および諸係数 ( $Y_2$ ,  $Z_2$ ) の計算

- ・有効幅  $B = 3500 \text{ mm}$  ※建築学会 RC 規準により算出。
- ・断面積  $A = 950 \times 10^3 \text{ mm}^2$
- ・図心  $Y_2 = 701 \text{ mm}$
- ・断面係数  $Z_2 = 121.6 \times 10^6 \text{ mm}^3$

なお本節での諸数値は、3 章において、T 形 PRC 梁断面の設計は長方形梁断面に対する設計と同様に行えることが示されたので、本設計例では用いる必要はない。図 - 16 に PRC 梁仮定断面形状および PC 鋼材配置を示す。

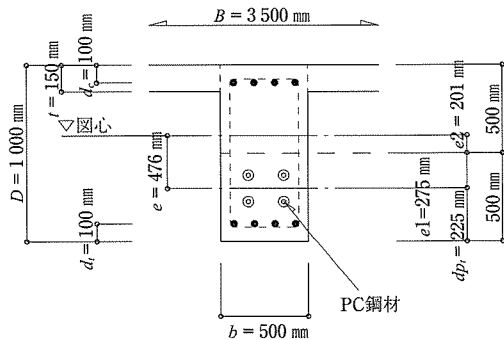


図 - 16 PRC 梁仮定断面および PC 鋼材配置

5.6  $M-P$  相関関係による断面検討

(手順①) 偏心距離 ( $e1$ ) の計算および施工限界線 ( $P \cdot e1$ ) の記入 (図 - 17)。

- ・PC 鋼材の本数は 4 本を仮定する。
- ・偏心距離  $e1 = D/2 - d_{pt} = 500 - 225 = 275 \text{ mm}$   
 $D/e1 = 1000/275 = 3.64$

施工限界線  $P \cdot e1$  線は下式にて表現できる。

$$M = -P \cdot e1 \text{ より}$$

$$P/b \cdot D = -(D/e1) \cdot M/b \cdot D^2$$

$$P/b \cdot D \cdot f_c = -(D/e1) \cdot M/b \cdot D^2 \cdot f_c = -3.64 \cdot M/b \cdot D^2 \cdot f_c \quad (15)$$

(手順②) 近似  $M-P$  相関関係の記入 (図 - 17)。

引張鉄筋許容応力度  $f_t = 215 \text{ N/mm}^2$  とすると、各  $p_t$  に対する近似  $M-P$  関係は 2.3 節より  $N$  を  $P$  として求め、図 - 17 中の第 1 象限のような直線群が得られる。

(手順③)  $M_{des}$  の書き込み (図 - 17)。

PRC 梁の設計は、先行するプレストレス力 ( $P$ ) による逆方向曲げモーメント ( $P \cdot e1$ ) に対し、設計曲げモーメント ( $M_{des}$ ) が作用したとき、ひび割れ幅制御を目的とした引張鉄筋応力  $\sigma_t$  を満足するために必要な引張鉄筋量  $p_t$  を決定することである。

したがって、設計モーメント  $M_{des}/b \cdot D^2 \cdot f_c$  を求め、先行する  $P \cdot e1$  に対応する施工限界線の線分上に一端を置き、

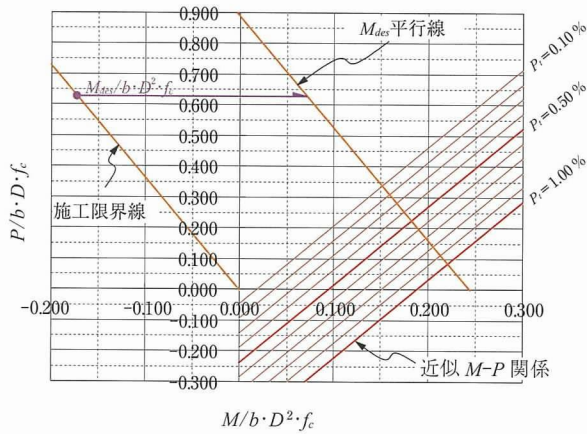


図 - 17 M-P 相関図 手順①・②・③

間隔  $M_{des}/b \cdot D^2 \cdot f_c$  をもつ施工限界線に平行な直線，すなわち 4.2 節の式 (12) で示される  $M_{des}$  平行線を引く。

$$M_{des}/b \cdot D^2 \cdot f_c = 1\,200 \times 10^9 / (500 \cdot 1\,000^2 \cdot 9.0) = 0.267$$

$$P/b \cdot D \cdot f_c = -(D/e1) \cdot M/b \cdot D^2 \cdot f_c + M_{des}/b \cdot D^2 \cdot f_c \cdot (D/e1)$$

$$= -(1\,000/275) \cdot M/b \cdot D^2 \cdot f_c + 0.267 \cdot (1\,000/275)$$

$$= -3.64 \cdot M/b \cdot D^2 \cdot f_c + 0.970 \quad (12)$$

(手順④) PC 鋼材量の決定 (図 - 18)。

一般的な PRC 梁でのプレストレス量 ( $P/b \cdot D \cdot f_c$ ) の範囲は 0.20 ~ 0.50 程度と考えられる。ここでは，同範囲を意識し，かつ図 - 16 のように普通鉄筋の配筋が 1 段となるような鉄筋量も勘案して，以下のプレストレス量を選択する。

$$P/b \cdot D \cdot f_c = 0.30 \quad (P = 0.30 \times 500 \times 1\,000 \times 9.0/10^3 = 1\,350 \text{ kN})$$

鋼材の緊張力  $P$  と降伏荷重  $P_y$  との比は一般に  $P/P_y = 0.60$  程度であることから， $P_y$  は  $1\,350/0.60 = 2\,250 \text{ kN}$  となる。使用 PC 鋼材を 12.7  $\phi$  とすると 1 本あたりの降伏荷重は  $P_y = 156 \text{ kN}$  であり，また 4 ケーブルの使用を想定すると 1 ケーブルの必要本数  $n$  は， $n = 2\,250/156 = 3.6$  本以上必要となる。従って，設計 PC 鋼材は 4C-4-12.7  $\phi$  とすると，設計 PC 鋼材の緊張力は， $P = 4 \times 0.6 \times 4 \times 156 = 1\,498 \text{ kN}$  となる。この時， $P/b \cdot D \cdot f_c = 1\,498 \times 103/500 \times 1\,000 \times 9 = 0.333$  となって，先述の範囲にあるので，PC 鋼材量の設定は妥当と判断できる。

(手順⑤) 引張鉄筋比 ( $p_t$ ) の決定 (図 - 18)。

⑤-1 決定した PC 鋼材量より必要となる鉄筋量の算出

選択したプレストレス量 ( $P/b \cdot D \cdot f_c = 0.333$  : B 点) を通る横軸に平行な線と  $M_{des}$  平行線との交点 C 点が決まり，同点が上載している近似 M-P 関係の  $p_t$  から鉄筋応力度が許容応力度  $f_i$  となる必要鉄筋量が算出できる。具体的には，以下に示すように，式 (12-1) より  $P/b \cdot D \cdot f_c = 0.333$  を代入し，C 点の  $M/b \cdot D^2 \cdot f_c$  値を得る。C 点の ( $M/b \cdot D^2 \cdot f_c, P/b \cdot D \cdot f_c$ ) が決まれば，目視によらずとも，式 (13-1) より必要鉄筋量  $p_t$  が計算できる。

$$M/b \cdot D^2 \cdot f_c = \{M_{des}/b \cdot D^2 \cdot f_c \cdot (D/e1) - P/b \cdot D \cdot f_c\} / (D/e1) \quad (12-1)$$

$$= (0.267 \times 3.64 - 0.333) / 3.64 = 0.175$$

$$p_t = \{a \cdot M/b \cdot D^2 \cdot f_c - P/b \cdot D \cdot f_c\} / 2 \cdot (f_c/f_i) \quad (13-1)$$

$$= (2.54 \times 0.175 - 0.333) / 2 \cdot (9.0/215) = 0.00235 \quad (0.235 \%)$$

ここで，図 - 18 が  $f_i = 215 \text{ N/mm}^2$  を前提として作成されたものであるので， $p_t = 0.235 \%$  の断面とすれば，引張鉄筋応力は  $\sigma_t = f_i = 215 \text{ N/mm}^2$  である。

⑤-2 鉄筋応力制御のために必要な鉄筋量の算出 (図 - 18)。

ひび割れ幅制御の目的より，鉄筋応力の目標値を  $\sigma_t = 100 \sim 150 \text{ N/mm}^2$  とすることが多い。 $\sigma_t$  を制御するための算出手法は 4.2 (2) 項で述べたように，原点と C 点を結ぶ線分を応力比 ( $f_i/\sigma_t$ ) だけ C 方向に延長した D 点の座標値 ( $M/b \cdot D^2 \cdot f_c, N/b \cdot D \cdot f_c$ ) から算出できる。具体的には，以下に示すように，鉄筋応力度を  $\sigma_t = 150 \text{ N/mm}^2$  に設定すると，D 点の座標値は，C 点の座標値を ( $f_i/\sigma_t$ ) 倍する次の式 (16-1)，(16-2) により与えられるので，両値を用いれば上記と同様に式 (13-1) より  $\sigma_t = 150 \text{ N/mm}^2$  にするために必要な鉄筋量が求められる。

$$M/b \cdot D^2 \cdot f_c = 0.175 \times 215/150 = 0.251 \quad (16-1)$$

$$P/b \cdot D \cdot f_c = 0.333 \times 215/150 = 0.477 \quad (16-2)$$

$$p_t = \{a \cdot M/b \cdot D^2 \cdot f_c - P/b \cdot D \cdot f_c\} / 2 \cdot (f_c/f_i) \quad (13-1)$$

$$= (2.54 \times 0.251 - 0.477) / 2 \cdot (9.0/215) = 0.00336 \quad (0.336 \%)$$

よって，必要鉄筋量は  $a_t = 0.00336 \times 500 \times 1\,000 = 1\,680 \text{ mm}^2$  となり，鉄筋の必要本数は D25 を使用する場合， $n = 1\,680/507 = 3.3$  本となる。実際の配筋は 4-D25/ $a_t = 4 \times 507 = 2\,028 \text{ mm}^2$  ( $p_t = 0.40 \%$ ) となるが，梁幅は  $b = 500 \text{ mm}$  であるので配筋可能である。

(追加検討①) 決定した鉄筋量による鉄筋応力度の確認 (図 - 18)。

手順⑤-2 までで実際の PRC 梁断面が設計されたが，ここでは参考までに，決定断面に  $M_{des}$  が作用したときの引張鉄筋応力度についても検討する。

決定した鉄筋量 ( $p_t = 0.40 \%$ ) による近似 M-P 関係式は式 (13) より下記のように与えられる。

$$P/b \cdot D \cdot f_c = 2.54 \cdot M/b \cdot D^2 \cdot f_c - 2 \cdot p_t \cdot f_i / f_c$$

$$= 2.54 \cdot M/b \cdot D^2 \cdot f_c - 2 \cdot 0.004 \cdot 215/9.0$$

$$= 2.54 \cdot M/b \cdot D^2 \cdot f_c - 0.194 \quad (13)$$

一方，原点と C 点を結ぶ直線は次の式 (17) にて表され

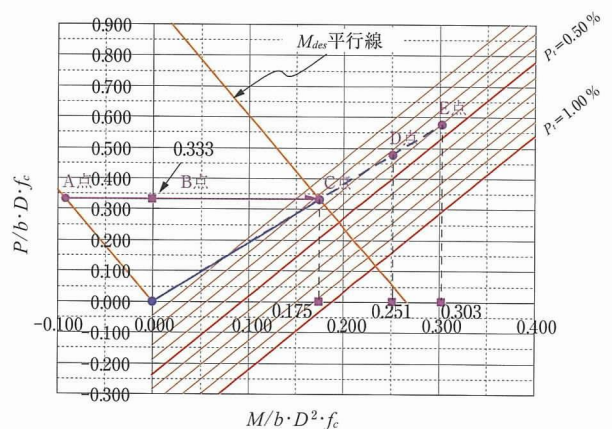


図 - 18 M-P 相関図 手順④・⑤



る。

$$P/b \cdot D \cdot f_c = (0.333/0.175) \cdot M/b \cdot D^2 \cdot f_c$$

$$= 1.90 \cdot M/b \cdot D^2 \cdot f_c \quad (17)$$

それ故、上記2式の交点であるE点の横座標値は次のように算出される。

$$M/b \cdot D^2 \cdot f_c = 0.194 / (2.54 - 1.90) = 0.303$$

したがって、決定した断面の鉄筋応力は、前述した手法により、E点とC点の横座標値の比および許容応力度  $f_t = 215 \text{ N/mm}^2$  とから、以下のように計算でき、引張鉄筋応力の目標値  $\sigma_t = 150 \text{ N/mm}^2$  を満足することが分かる。

$$E \text{ 点での鉄筋応力度} : \sigma_t = (0.175/0.303) \cdot 215$$

$$= 124 \text{ N/mm}^2$$

(追加検討②) T形 PRC 梁断面の曲げ解析 (精算値) による検討 (図 - 19)

手順⑤までで決定した PC 鋼材量 (4C-4-12.7  $\phi$  :  $P/b \cdot D \cdot f_c = 0.333$ ) および鉄筋量 (4-D25 :  $p_t = 0.40\%$ ) をもち、有効幅  $B = 3500 \text{ mm}$ , スラブ厚  $t = 150 \text{ mm}$  の T 形断面の曲げ解析を行った。引張コンクリート応力を無視した弾性曲げ解析による精算  $M-P$  相関関係と本論での近似  $M-P$  相関関係に起因する差について考察する。

決定した T 形断面において、鉄筋応力度  $\sigma_t = 124 \text{ N/mm}^2$  の時の精算  $(M+P \cdot e_2) - P$  相関関係を図 - 19 に示すが、同関係と決定プレストレス量  $P/b \cdot D \cdot f_c = 0.333$  との交点 C1 の横座標は 0.188 となり、 $M_{des}$  平行線との交点 C の横座標、0.175 より大きい。すなわち、近似  $M-P$  相関関係による方法から求めた断面の許容曲げモーメントは、精算値より若干過小評価側 (安全側) に評価されること、また、その誤差は  $M_{des}$  に対し 5% 程度であることが分かる。

## 6. ま と め

本研究では PRC 梁断面の長期曲げ設計に対し、曲げモーメント ( $M$ )-プレストレス力 ( $P$ ) 平面を用いる簡便な設計法を提案し、以下の結果を得た。

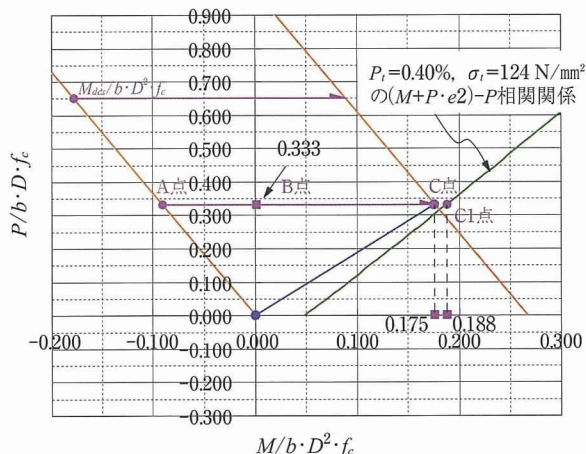


図 - 19 解析結果 (精算) 値との比較

- 1) RC 柱断面の曲げモーメント ( $M$ )-軸力 ( $N$ ) 相関関係において、長方形断面に協力幅を考慮した T 形断面の相関関係は、長方形断面の相関関係から、 $N \cdot e_2$  ( $e_2$ : T 形断面と長方形断面の図心位置の差) の曲げモーメントを差しひいたものとはほぼ同じであることを明らかにした。
- 2) RC 柱断面の引張側  $M-N$  相関関係は、同関係上の  $N = 0$  点および、 $M = 0$  点を結ぶ直線でほぼ近似でき、近似  $M-N$  相関関係を定式化した。
- 3) RC 柱断面における軸力  $N$  をプレストレス力  $P$  と読み替えた  $M-P$  相関関係を用いることによって、形状が T 形および長方形のいずれの場合でも、PRC 梁断面に作用する長期設計曲げモーメント ( $M_{des}$ ) が、 $P$  による付加曲げモーメント ( $P \cdot (e_1 + e_2)$ ,  $e_1$ : 長方形断面における鋼材の偏心距離) と RC 部分の曲げモーメントとによって支持されることを論理的・視覚的に明らかにした。また、T 形断面の設計は長方形断面の  $M-P$  相関関係を用いて設計できることを示した。
- 4) 長方形断面において、第 2 象限に付加曲げモーメント  $P \cdot e_1$  を、第 1 象限に  $p_t$  をパラメータとした近似  $M-P$  相関関係を表記した  $M-P$  平面を用いれば、設計曲げモーメント  $M_{des}$  に対して、プレストレス力  $P$ , 引張鉄筋応力  $\sigma_t$  および引張鉄筋比  $p_t$  を決定する流れ、すなわち断面設計が視覚的に表現できるのみならず、計算によって論理的に行えることを明らかにした。
- 5) 具体的な設計条件下における PRC 梁断面の設計過程を、実務において参考になるように詳細に記述した設計例を提示した。

## 【謝 辞】

本原稿をまとめるにあたり、PC 附着研究会 (構成: 大阪工業大学・中塚 侑, オリエンタル白石 (株), (株) ピーエス三菱, (株) 建研, 高周波熱錬 (株), 神鋼鋼線工業 (株), 住友電工スチールワイヤー (株)) の皆様には有益な議論をいただいた。ここに記して心より謝意を表します。

## 【参考文献】

- 1) 中塚 侑: 曲げモーメント - プレストレスト力平面を用いる PC ~ PRC 部材断面の曲げ設計, 日本建築学会大会学術講演梗概集 pp.973-974, 1998.9
- 2) 谷川恭推, 中塚 侑 他: 鉄筋コンクリート構造 理論と設計, pp.198-210, 森北出版, 2009.1
- 3) 日本建築構造技術者協会 (JSCA): PC 建築 計画から監理まで, pp.59-62, 2002.1
- 4) 寒川勝彦, 中塚 侑, 島田 安章:  $M-P$  相関関係による PC 梁断面の長期曲げ設計法, プレストレストコンクリート技術協会, プレストレストコンクリート 2010, Vol.52, No.4, pp.57-65

【2010 年 7 月 5 日受付】