

# PC 梁の想定外曲げひび割れに対する必要鉄筋量 — 引張コンクリート応力を許容する梁断面への対応 —

寒川 勝彦\*1・島田 安章\*2・中塚 侑\*3

プレストレスト鉄筋コンクリート梁の設計には、断面の縁応力度をコンクリートの引張応力度 ( $F_t$ ) 以下、および曲げ引張応力度 ( $F_{tb}$ ) 以下に抑える設計もあるが、コンクリートが引張力を負担している以上、想定外に曲げひび割れが発生する可能性がある。日本建築学会「PRC 指針」や日本道路協会「道路橋示方書」ではこのような設計の場合、ひび割れ幅を制御するために最低限の鉄筋を配置する必要性が述べられている。しかし、その論理的な根拠や対象断面に対してひび割れ後に担保する状態については不明な点が多い。本報告は、筆者等が提案する PC ~ PRC ~ RC 梁断面に対する統一的長期曲げ設計法に従って、想定外曲げひび割れに対する必要鉄筋量の算定式、具体的には、引張鉄筋比 - コンクリート引張限界応力 - 鉄筋応力 - 平均プレストレス関係式を誘導した。さらに指針や示方書で提示されている必要鉄筋量が T 型 PRC 梁断面に対してどの程度の配筋量であるかを調べ、本報告での提案式および精算である断面曲げ解析による結果と比較・考察した。

キーワード：曲げ引張応力度, T 型断面, プレストレス量, 必要鉄筋量

## 1. はじめに

プレストレストコンクリート (PC) 系の梁は、プレストレスという価値が付加されるため、曲げひび割れを入れない設計 (フル PC : FPC, パーシャル PC : PPC) から曲げひび割れを許容する設計 (プレストレスト鉄筋コンクリート : PRC) まで幅広い設計範囲をもつ。この設計範囲に対し、これまで PC と PRC を連続して設計する手法は提示されてこなかったが、筆者等は、曲げモーメント ( $M$ ) - プレストレス力 ( $P$ ) 平面上に FPC, PPC, PRC, RC ( $P = 0$  の場合) を同時に表現する方法によって、梁の長期設計曲げモーメントに対し、プレストレス力、コンクリート断面の引張縁応力、普通鉄筋応力および鉄筋比を統一的に関連づけて算出できる設計手法を導出した<sup>1~3)</sup>。すなわち、曲げひび割れを認めないケースから許容するケースまでを連続して設計できる手法を提示した。

一方、土木・建築の実設計では、ひび割れを許容しない PPC 部材および日本建築学会 PRC 指針<sup>4)</sup> で示されている III t, III tb 部材の場合においても、曲げひび割れに対し用心鉄筋の配筋が規定・推奨されている。この措置は、曲げひび割れの発生がコンクリートにおける引張強度の大きなばらつきや施工、乾燥収縮等の各種要因に顕著に影響されること、ならびに過荷重への配慮などのため、不可欠と思われるが、用心鉄筋についての論理的な根拠・設計法は示されていない。

本報告は、断面にひび割れを許容しないが引張応力を認める PC 系の設計において、想定外の曲げひび割れが過大なひび割れ幅とならないために必要となる、引張鉄筋量の

算出式を筆者等の統一設計法から誘導し、同鉄筋量におよぼすコンクリートの限界 (許容) 引張応力、引張鉄筋の応力および断面平均プレストレスの影響を調べる。同時に、PRC 指針で推奨されている用心鉄筋の妥当性、道路橋示方書<sup>5)</sup> における必要鉄筋量算出式などについて検討する。

## 2. 想定外曲げひび割れに対する必要鉄筋量

### 2.1 $M-P$ 平面における必要鉄筋量の図式表示

既報によれば<sup>2, 3)</sup>、T 形梁断面の FPC および PPC の長期設計における目標応力分布の、デコンプレッション状態および断面下縁応力が引張限界応力 ( $c\sigma_t$ ) である状態は、図 - 1 において、原点および  $(0, c\sigma_t)$  点を通る青色の太実線で表される。一方、曲げひび割れを許容する T 形

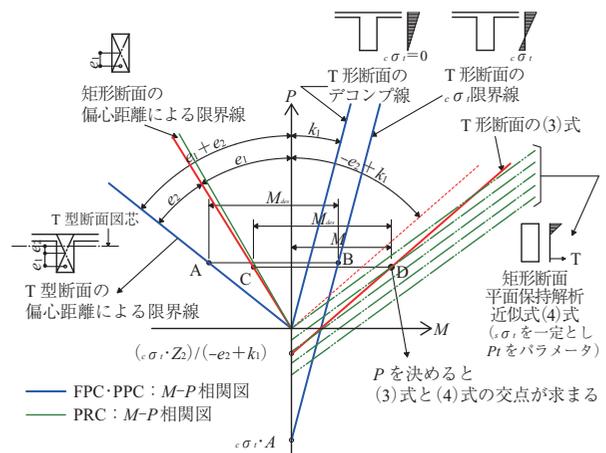


図 - 1 FPC ~ PPC ~ PRC ~ RC 統一的  $M-P$  相関図

\*1 Katsuhiko KANGAWA : (株)ピーエス三菱 大阪支店 建築設計部 部長

\*2 Yasuaki SHIMADA : オリエンタル白石 (株) 大阪支店 PC建築グループ 課長

\*3 Tadashi NAKATSUKA : 大阪工業大学工学部 特任教授・工博

PRC 梁断面の設計に用いられる近似  $M$ - $P$  相関関係は、引張鉄筋比 ( $pt$ ) をもつ長方形 RC 柱断面の  $M$ - $N$  相関関係を  $M = 0$  点、および  $N = 0$  点を通る直線で近似することによって得られ、図 - 1 中の緑色の二点鎖線で表示されることが明らかにされている。

したがって、T 形の PPC 梁および PRC 梁に同じ設計曲げモーメント ( $M_{des}$ ) が作用する場合、図 - 1 の  $M$ - $P$  平面において前者は A 点 → B 点への、後者は C 点 → D 点への移行で表現され、曲げモーメントの幾何条件から式 (1) および (2) を得る。ここで、 $P$ : 有効プレストレス力、 $M$ : 図 - 1 に示す第 1 象限の曲げモーメント大きさ、 $e_1$ : PC 鋼材の長方形断面図心からの偏心距離 (負数)、 $e_2$ : T 形断面図心と長方形断面図心との距離 (本報告では負数)。したがって、 $(e_1 + e_2)$  は T 形断面における  $P$  の偏心距離。 $k_1$ : 断面下縁応力がゼロになる核半径、 $c\sigma_t$ : 断面下縁に設定するコンクリート引張限界応力 (負数)、 $Z_2$ : 断面下縁の断面係数を示す。

$$M_{des} = P(-e_1 - e_2 + k_1) - c\sigma_t \cdot Z_2 \quad (1)$$

$$M_{des} = P \cdot (-e_1) + M \quad (2)$$

しかし、実務ではいずれの梁の場合でも、プレストレス力導入後の無負荷の状態 (載荷スタート時) から設計荷重 ( $M_{des}$ ) が作用し、載荷後の ( $M$ ,  $P$ ) が同じである状態を想定して設計される。それゆえ、そのプロセスを図 - 1 中に表現するためには、PRC を規準に考えると、PPC のスタート点である A 点を  $M$  軸の正方向に  $P \cdot (-e_2)$  だけずらして、PRC のスタート点である C 点に合わせる必要がある。すなわち、図 - 1 を参照して  $M_{des} + P \cdot (e_1) = M$  とすると、PPC の第 1・4 象限における  $M$  と  $P$  の関係は図 - 1 の太い赤実線のようになり、数式表示では式 (3) となる。

$$M = P \cdot (-e_2 + k_1) - c\sigma_t \cdot Z_2 \quad (3)$$

$$P = \frac{2.54}{D} M - 2 \cdot P_t \cdot b \cdot D \cdot s\sigma_t \quad (4)$$

一方、引張鉄筋比が  $pt$  の T 形 PRC 断面の近似  $M$ - $P$  相関関係の引張側部分は、同じ  $pt$  をもつ長方形 RC 柱断面の  $M$ - $N$  相関関係を  $N = 0$  点 ( $M \doteq pt \cdot s\sigma_t \cdot (7/8 \cdot 0.9) bD^2$ ) および  $M = 0$  点 ( $P \doteq 2pt \cdot s\sigma_t \cdot bD$ ) を通る直線で近似できるので、 $P$ ,  $M$ ,  $pt$ ,  $s\sigma_t$ ,  $b$  および  $D$  の関係は式 (4) で表示できることが示されている<sup>3)</sup>。

なお、 $pt: at/bD$ ,  $at$ : 引張鉄筋断面積,  $b$ ,  $D$ : 長方形断面の梁幅, 梁せい,  $s\sigma_t$ : 曲げひび割れ後の引張鉄筋応力。

ここで、式 (3) および式 (4) の交点について考える。同交点は、曲げひび割れがなくコンクリート引張応力が存在する PPC 断面に作用する ( $M$ ,  $P$ ) と、曲げひび割れが存在する引張鉄筋比 ( $pt$ ) の PRC 断面の ( $M$ ,  $P$ ) が同じであることを示す。すなわち、本研究のテーマである、コンクリート引張応力を許容するとした断面が ( $M$ ,  $P$ ) を受けた状態で曲げひびが入った時、2 直線の交点時の  $pt$  が同荷重に耐えるために必要な引張鉄筋比を与えることになる。

## 2.2 必要鉄筋量の数式表示

上述したように、式 (3) と (4) の  $M$  を等値した式 (5) から得られる ( $P$ ,  $pt$ ,  $c\sigma_t$ ,  $s\sigma_t$ ,  $b$ ,  $D$ ) 関係は、 $c\sigma_t$  を仮定した断面に想定外の曲げひび割れが発生したときの引張鉄筋比とその応力の関係を表すことになる。式 (5) の両辺を  $bD^2$  で除して、係数  $\zeta$ ,  $\eta$ ,  $\sigma_g$  を以下のように定義して式 (5) を整理すると、式 (6) を得る。同式は、梁断面形状、平均プレストレス ( $\sigma_g$ )、コンクリートの限界引張応力 ( $c\sigma_t$ )、必要鉄筋比 ( $pt$ ) の関係式で、本研究の目的である必要引張鉄筋比 ( $pt$ ) は式 (6) で与えられる。

なお参考までに、ひび割れ断面において曲げモーメント  $M$  と  $P$  が与えられた時の  $pt$  の算出は式 (4) によって計算され、一方  $M$  に対し全断面が有効として求めた  $c\sigma_t$  および  $\sigma_g (P)$  が与えられた時の  $pt$  は式 (6) によって計算される。

$$(-e_2 + k_1) \cdot P - c\sigma_t \cdot Z_2 = \frac{D}{2.54} (2 \cdot P_t \cdot b \cdot D \cdot s\sigma_t + P) \quad (5)$$

$$P_t = \frac{1.27 (\zeta \cdot \sigma_g - \eta \cdot c\sigma_t) - 0.5 \sigma_g}{s\sigma_t} \quad (6)$$

$$\zeta = \frac{-e_2 + k_1}{D}, \quad \eta = \frac{Z_2}{bD^2}, \quad \sigma_g = \frac{P}{bD}$$

$$\zeta \cdot \sigma_g - \eta \cdot c\sigma_t = \frac{1}{2.54} (2 \cdot p_t \cdot s\sigma_t + \sigma_g)$$

## 2.3 必要鉄筋量に及ぼす諸要因の影響

### (1) 梁せいの影響

実務の基本設計では、まず梁断面 (梁せい:  $D$ ) が仮定され、それにしたがってコストの概算、PC 採用の有無やその他検討へと進む。それゆえ、梁せいに注目して  $D$  と必要鉄筋比 ( $pt$ ) の関係を調べたのが図 - 2 である。梁部材で通常、曲げひび割れ幅が問題となるのは、スパン中央の T 形断面であるので、図 - 2 ではスラブ厚  $t = 150$  mm, 有効幅  $B = 3500$  mm として、鉄筋応力  $s\sigma_t = 150$  N/mm<sup>2</sup> (ひび割れ幅 0.2 mm 相当) における必要鉄筋比 ( $pt$ ) を各  $D$  に対して算出している。同図によれば次のような特徴が見られる。① 必要  $pt$  は、 $D$  が小なる範囲では  $D$  の増加に対し増大するが、 $D = 800 \sim 1200$  mm ではあまり変

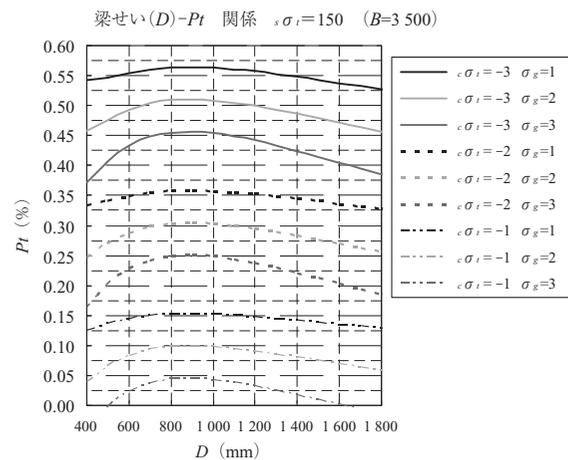


図 - 2 梁せい ( $D$ ) - 必要鉄筋比 ( $pt$ ) 関係

○ 研究報告 ○

化せず、各ケースではほぼ最大の  $pt$  を示し、 $D > 1200 \text{ mm}$  では減少する傾向を見せる。②引張限界応力  $c\sigma_t$  が大きい場合の方が、また同一  $c\sigma_t$  では平均プレストレス ( $\sigma_g$ ) が小さい方が大なる  $pt$  を必要とするが、同じ  $c\sigma_t$  における  $\sigma_g = 1.0 \text{ N/mm}^2$  による差は高だか  $0.07\%$  程度である。なお、実設計において見られるスラブ厚が  $t = 200 \text{ mm}$  程度となる場合についても検討したが、スラブ厚さが  $pt$  におよぼす影響は、最大差で  $0.02\%$  程度と小さく、 $D$  に対する傾向は図 - 2 とほとんど変わらなかった。

図 - 3 は、平均プレストレス ( $\sigma_g$ ) および有効幅 ( $B$ ) が一定の時、必要鉄筋比 ( $pt$ ) が鉄筋応力 ( $s\sigma_t$ ) によってどのように変化するか調べたものである。同図では、PRC 部材としてよく採用される梁せい  $D = 800 \sim 1400 \text{ mm}$  の範囲で  $D$  をパラメータとして  $pt$  と  $s\sigma_t$  の関係を示しているが、 $c\sigma_t$  が同じ場合  $pt$ - $s\sigma_t$  関係は  $D$  の影響をほとんど受けず、 $c\sigma_t$  が小さいほど小さい  $pt$  を与える関係であることが分かる。

同様に図 - 4 は、 $D$  と  $B$  がそれぞれ  $1000 \text{ mm}$  および  $3500 \text{ mm}$  で一定のときの  $pt$ - $s\sigma_t$  関係を、断面のコンクリート引張限界応力 ( $c\sigma_t$ ) と平均プレストレス ( $\sigma_g$ ) をパ

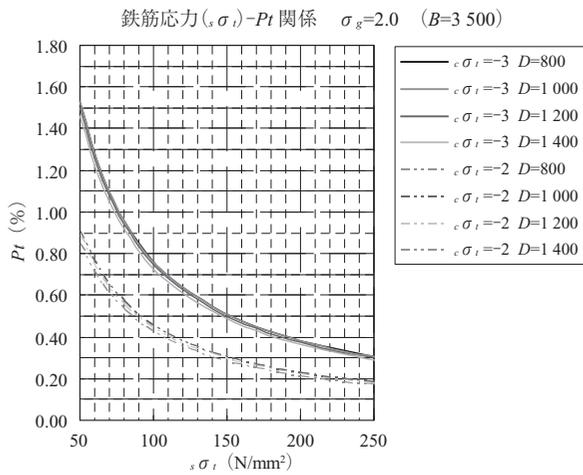


図 - 3 鉄筋応力 ( $s\sigma_t$ ) - 必要鉄筋比 ( $pt$ ) 関係 ( $\sigma_g = 2.0, B = 3500$  の場合)

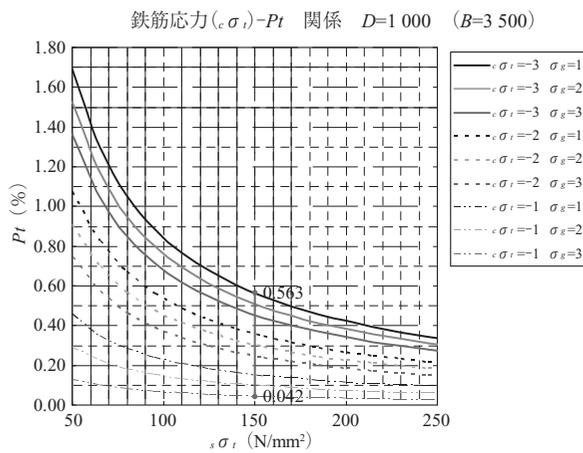


図 - 4 鉄筋応力 ( $s\sigma_t$ ) - 必要鉄筋比 ( $pt$ ) 関係 ( $D = 1000, B = 3500$  の場合)

ラメータとして調べたものである。同図において、ひび割れ幅  $0.2 \text{ mm}$  程度に相当する  $s\sigma_t = 150 \text{ N/mm}^2$  程度に注目すると、いずれの  $c\sigma_t$  の場合でも、 $\sigma_g$  が  $pt$  におよぼす影響は約  $0.1\%$  程度であること、また、図 - 3 と 4 から、実設計でよく仮定される  $c\sigma_t = -3.0 \text{ N/mm}^2$  程度に対する必要  $pt$  は、断面サイズ  $D$  に関わらず  $0.56\%$  程度以上にしておけば充分であることなどが分かる。

なお、 $pt$ - $s\sigma_t$  関係が双曲線的性状を示す理由として以下のようなことが考えられる。すなわち、断面の縁応力度から求まる曲げモーメント ( $M$ ) が  $Z_2 \cdot (c\sigma_t + \sigma_g)$  で与えられ、また引張コンクリート無視、平面保持を仮定した曲げ解析から求まるモーメント  $M$  が略算的に  $(pt \cdot bD \cdot s\sigma_t \cdot (0.9 \cdot 7/8) D + P$  の効果による  $M$  の増分  $\Delta M$ ) で与えられるとすると、両式の等値から、 $pt = (Z_2 \cdot (c\sigma_t + Z_2) - \Delta M) / s\sigma_t \cdot (0.9 \cdot 7/8) bD^2$  となり、 $pt$  と  $s\sigma_t$  の関係は反比例の関係となることが理解できる。

(2) 有効幅 (B) に関する影響

図 - 3, 4 では、梁せい ( $D$ ) および有効幅 ( $B$ ) を一定として必要鉄筋比 ( $pt$ ) の変化を検討したが、式 (6) によって  $pt$  を算出するとき、T 形断面諸数値を用いるので、 $B$  の影響も考えられる。したがって図 - 5 では、梁幅 / 有効幅 ( $b/B$ ) と  $pt$  の関係を調べた。同図によれば、 $b$  に対して  $B$  が大きくなれば ( $b/B$  が小さくなれば)  $pt$  は大きくなることなどがうかがえる。実設計での  $b/B = 0.1 \sim 0.2$  程度の範囲における必要鉄筋比 ( $pt$ ) の増加量は  $0.05 \sim 0.1\%$  程度で、 $b \times D$  が  $500 \times 1000 \text{ mm}$  の断面を想定すると  $pt = 500 \times 1000 \times 0.001 = 500 \text{ mm}^2$  となり鉄筋本数にすると D25 が 1 本程度が有効幅 ( $b$ ) によって変化していることとなる。

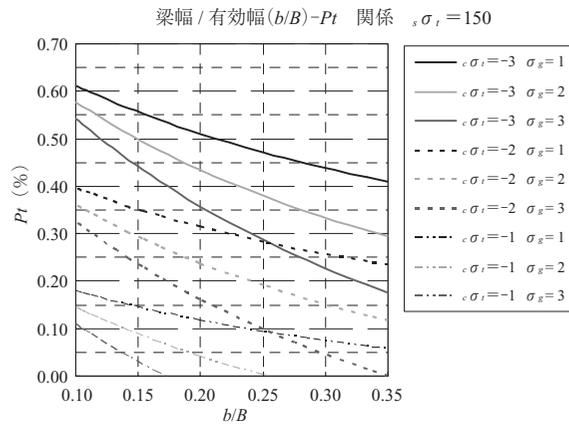


図 - 5 梁幅 / 有効幅 ( $b/B$ ) - 必要鉄筋比 ( $pt$ ) 関係

(3) コンクリート引張限界応力 ( $c\sigma_t$ ) の影響

実設計で想定される  $c\sigma_t$  は、図 - 2 ~ 5 で示されているように、 $1.0 \sim 3.0 \text{ N/mm}^2$  程度である。しかし近年、コンクリートの高強度化が目指され、 $F_c = 80 \sim 100 \text{ N/mm}^2$  のコンクリート (曲げ引張強度は  $F_{tb} = 6.45 \sim 7.45 \text{ N/mm}^2$ ) が使用されることも想定される。したがって図 - 6 では、 $c\sigma_t$  が  $8.0 \text{ N/mm}^2$  程度までの範囲で  $pt$  におよぼす  $c\sigma_t$  の影響を調べた。高強度コンクリートの場合、容易に

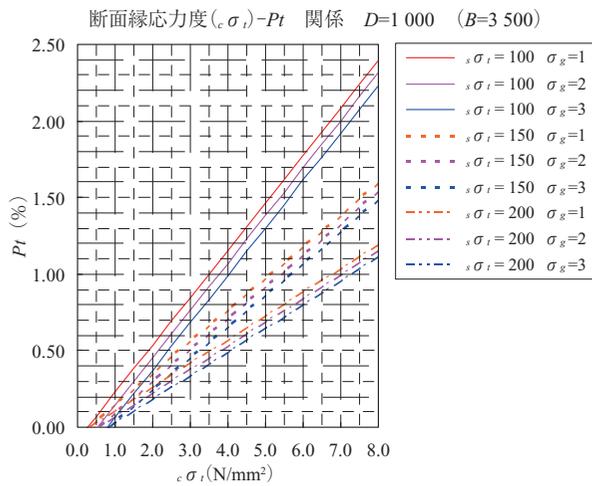


図 - 6 断面縁応力 ( $c\sigma_t$ ) - 必要鉄筋比 ( $pt$ ) 関係

推測できるように、全断面有効時からひび割れ発生によって生じる引張力の移行、すなわちコンクリート引張合力から引張鉄筋合力への移行は  $F_c$  が大なるほど大きい、言い換えれば必要  $pt$  は大きいと予想される。図 - 6 によれば  $pt$  は、 $c\sigma_t$  の上昇とともに直線的に増加し、とくにひび割れ後の鉄筋応力 ( $s\sigma_t$ ) を低く抑える場合ほど、 $c\sigma_t$  の上昇に対する  $pt$  の増加率は大きい。ちなみに、 $F_c$  が  $80 \text{ N/mm}^2$  ( $c\sigma_t = 6.45 \text{ N/mm}^2$ ) で  $s\sigma_t$  を  $150 \text{ N/mm}^2$  程度を想定すると  $pt$  は  $1.25\%$  にもなるので、高強度コンクリートに対する必要鉄筋の設定には充分注意が必要である。

図 - 7 は、平均プレストレス ( $\sigma_g$ ) と必要鉄筋比 ( $pt$ ) の関係を調べたものである。 $\sigma_g$  が増加すると  $pt$  は急激に低下し、 $c\sigma_t$  が小さいほど、また  $s\sigma_t$  が小さいほどその傾向は顕著である。この理由として、図 - 8 に模式的に示すように、 $c\sigma_t$  が一定で  $\sigma_g$  が大きくなると中立軸深さが大となって、全断面有効な時の引張コンクリート合力が減少するので、移行するコンクリート合力をサポートする引張鉄筋量も減少することが考えられる。

図 - 6 および 7 で示した、必要  $pt$  におよぼす  $c\sigma_t$  および  $\sigma_g$  の影響を、図 - 9 を用いて  $M-P$  平面上で説明する。

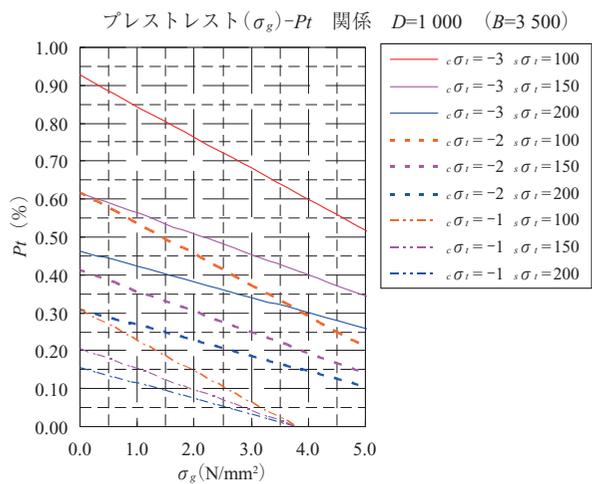


図 - 7 プレストレスト ( $\sigma_g$ ) - 必要鉄筋比 ( $pt$ )

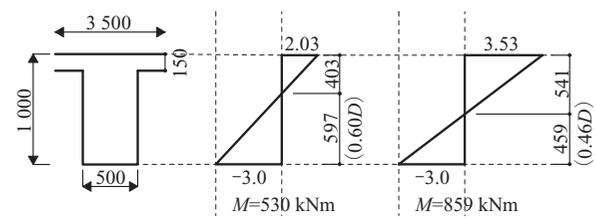


図 - 8  $\sigma_g$  がコンクリート引張合力におよぼす影響

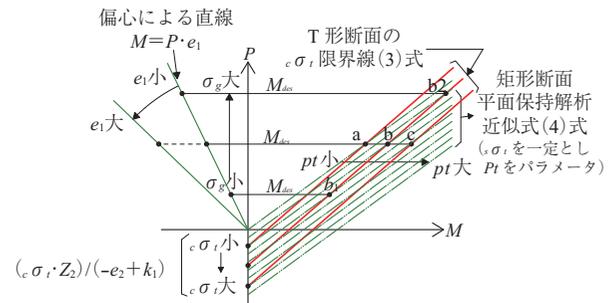


図 - 9  $M-P$  平面で示す必要  $pt$  におよぼす  $\sigma_g$  および  $c\sigma_t$  の影響

図 - 6 で示された  $c\sigma_t$  が大きくなると  $pt$  が増加する現象は、図 - 9 で見ると、 $c\sigma_t$  限界線 (3) 式の  $Y$  切片が負側に大きくなって、同限界線は右方向に平行移動することを意味する。それゆえ、縦軸の平均プレストレス  $\sigma_g$  が同じであれば、図 - 9 中の  $a \rightarrow b \rightarrow c$  点で示すように、 $c\sigma_t$  の限界線と近似  $M-P$  関係との交点も右側に移動するので、必要鉄筋比 ( $pt$ ) は大きくなる。同様に、図 - 7 の  $c\sigma_t$  が同じで平均プレストレス ( $\sigma_g$ ) が増加するケースは、図 - 9 において決まった  $c\sigma_t$  限界線を対象として縦軸の  $\sigma_g$  を変化させる事象を表現するので、横軸に平行な  $\sigma_g$  直線と  $c\sigma_t$  限界線との交点は、近似  $M-P$  関係の勾配が  $c\sigma_t$  限界線の勾配より緩やかなため、図 - 9 中の  $b1 \rightarrow b \rightarrow b2$  点で示されるように移動し  $pt$  は  $\sigma_g$  の増加によって減少する。このように、鉄筋比を減少させるために平均プレストレス ( $\sigma_g$ ) を増加させることは有効な手段であるが、図 - 9 中の第 2 象限で示すように、PC 鋼材配置を下方に移動して偏心距離  $e_1$  を大きくしても、 $c\sigma_t$  が同じ状態を設計対象とするのであれば、交点位置は変わらないので、必要鉄筋比 ( $pt$ ) の減少にはつながらない。

なお以上の各説明では各要因に伴う  $pt$  の変化に注目しているもので、 $M_{des}$  については触れていないが、上記の  $a \rightarrow b \rightarrow c$  点への移行、 $b1 \rightarrow b \rightarrow b2$  点への移行および  $e_1$  の増大に対しては、必ず  $M_{des}$  の変化が伴うことには注意が必要である

### 3. PRC 指針における必要鉄筋量

PRC 指針では、曲げひび割れを仮定しない梁 (Ⅲt, Ⅲtb) の設計断面に対し、ひび割れ幅制御目標値を  $0.1 \text{ mm}$  とする用心鉄筋量 (必要鉄筋量) が、コンクリートの引張限界応力 ( $c\sigma_t$ )、平均プレストレス ( $\sigma_g$ )、ならびに梁せい ( $D$ ) と梁幅 ( $b$ ) に応じて表として提示されている。一方、PRC 指針によれば、梁幅 ( $b$ )、鉄筋量 ( $at$ ) および

○ 研究報告 ○

乾燥収縮量が与えられれば、設定ひび割れ幅に対する鉄筋応力 ( $s\sigma_t$ ) が計算できる。したがって、同指針で表示された鉄筋量をもつ断面について、最大ひび割れ幅が 0.1 mm、0.2 mm および 0.3 mm に対し算出された  $s\sigma_t$  と同断面の  $pt$  との関係、 $c\sigma_t = -3.0 \text{ N/mm}^2$  の場合を例にとって示したのが図 - 10 である。同図によると、各ひび割れ幅に対し  $s\sigma_t$  はばらつきを示すが、幅が 0.1 mm、0.2 mm および 0.3 mm に対し、 $s\sigma_t$  はおおむね 80、150 および 215  $\text{N/mm}^2$  となり、 $\sigma_g$  が小さい場合の断面ほど、 $pt$  は大きい結果となっていた。次に図 - 11 は、図 - 2 にならって、PRC 指針に提示された各断面の梁せい  $D$  を横軸にとって、その  $pt$  を示したものである。同図中には、ひび割れ幅が問題となる PRC 梁の中央スパン位置の T 形断面を想定して、上記の各ひび割れ幅に対する  $s\sigma_t$  計算値、および指定された  $c\sigma_t$ 、 $\sigma_g$  を本研究での式 (6) に代入して得られる  $pt$  と  $D$  の関係も併記している。

図 - 11 によると、 $s\sigma_t = 80 \text{ N/mm}^2$  の計算結果 (実線) の  $pt$  は、 $\sigma_g = 1, 2, 3 \text{ N/mm}^2$  のすべての場合に対し、PRC 指針で示される断面の  $pt$  を上回り、PRC 指針の配筋では一般的な T 形断面においてひび割れ幅を 0.1 mm 以下とすることはできないことを示唆している。さらに  $s\sigma_t =$

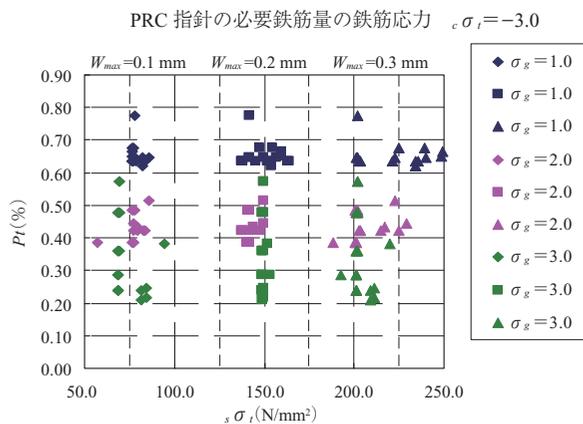


図 - 10 PRC 指針提示の必要  $pt$  と  $\sigma_g$  の関係 ( $c\sigma_t = -3.0$ )

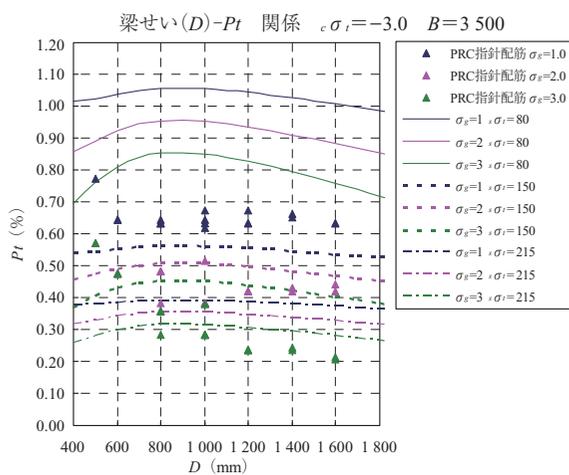


図 - 11 PRC 指針提示の必要  $pt$  と  $D$  の関係

150  $\text{N/mm}^2$  (ひび割れ幅 0.2 mm 相当) の計算結果 (破線) では  $\sigma_g = 1.0 \text{ N/mm}^2$  の場合のみ PRC 指針配筋が計算結果を上回ってひび割れ幅 0.2 mm に以内に納まるが、 $\sigma_g = 2, 3 \text{ N/mm}^2$  では  $pt$  算定値が指針における  $pt$  を上回り、ひび割れ幅が 0.2 mm 以上となる結果となった。一点鎖線で示される  $s\sigma_t = 215 \text{ N/mm}^2$  (ひび割れ幅 0.3 mm 相当) の計算結果に対しては、一部下回るものもあるが PRC 指針の  $pt$  が算定値をおおむね上回り、PRC 指針で示される必要配筋は、一般的な T 形断面 ( $B = 3500 \text{ mm}$ ) に 0.3 mm 程度のひび割れ幅を想定するものであると理解される。

4. 各種算定式による必要鉄筋量とその比較

本章では、PPC 部材の想定外曲げひび割れ発生に対し必要とされる引張鉄筋量を、第 2 章の提案式に加えて、平面保持およびコンクリート引張応力無視の仮定に基づく断面曲げ解析、ならびに日本道路協会『道路橋示方書・解説 (以下、道示方書)』などの算定式による結果から比較、考察する。

4.1 必要鉄筋量に関する各種算定法

(1) 本報告での提案式

提案式による必要鉄筋量は、全断面有効で引張コンクリート応力が限界応力 ( $c\sigma_t$ ) である場合の抵抗曲げモーメントと、ひび割れ発生後の鉄筋応力が ( $s\sigma_t$ ) となる場合の抵抗曲げモーメントとを等値することから導かれる、2.2 節の (6) 式である。

(2) 断面曲げ解析による算定式

ひび割れ断面における平面保持、引張コンクリート応力の無視、および圧縮コンクリートと鉄筋の弾性仮定下における曲げ解析 (以下、断面曲げ解析) によって計算される式 (7) の抵抗曲げモーメント ( $M$ ) を、第 2 章の提案式の場合と同様に、全断面有効とした式 (3) の抵抗曲げモーメントと等値することによって、必要鉄筋量が算出される。なお、断面曲げ解析では PC 鋼材の張力増分は無視して軸力 ( $P$ ) は一定と仮定する。

$$M = Cc1 \cdot \frac{2}{3} \cdot Xn + Cc2 \cdot \left(Xn - \frac{t}{2}\right) + Cc3 \cdot \left(Xn - \frac{t}{3}\right) + Cs \cdot (Xn - dc) + P \cdot \left(\frac{D}{2} - Xn\right) + Ts \cdot (D - Xn - dt) \quad (7)$$

ここで、(7) 式の各記号は下記による。(図 - 12)

- 軸力の釣合い条件  $P + Ts = Cc1 + Cc2 + Cc3 + Cs$
- コンクリートによる軸力
  - 長方形断面部コン軸力  $Cc1 = b \cdot Xn \cdot c\sigma_{c1}/2$
  - スラブ部分コン軸力  $Cc2 = (B - b) \cdot t \cdot c\sigma_{c2}$
  - $Cc3 = (B - b) \cdot t \cdot (c\sigma_{c1} - c\sigma_{c2})/2$
- 圧縮鉄筋軸力  $Cs = n \cdot s\sigma_c \cdot ac$
- 引張鉄筋軸力  $Ts = s\sigma_t \cdot at$
- 圧縮側コンクリート、鉄筋応力度
  - 圧縮縁応力度  $c\sigma_{c1} = (s\sigma_t/n) \cdot Xn / (D - Xn - dt)$
  - スラブ下縁圧縮応力度  $c\sigma_{c2} = (s\sigma_t/n) \cdot (Xn - t) / (D - Xn - dt)$

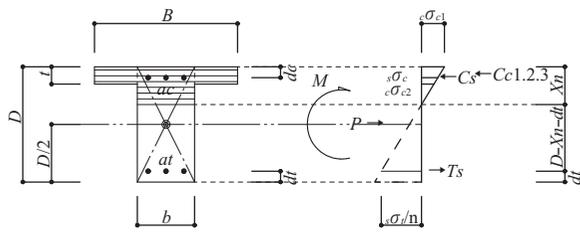


図 - 12 断面形状と応力分布と記号

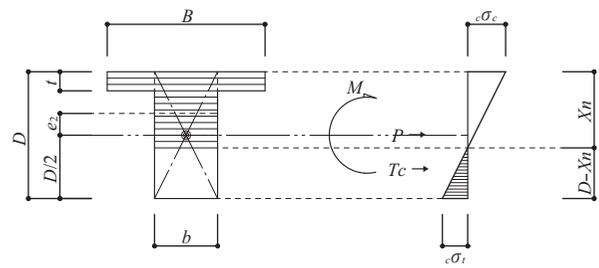


図 - 13 道路橋示方書で仮定する断面応力分布

圧縮鉄筋応力度

$$s \sigma_c = (s \sigma_i / n) \cdot (Xn - dc) / (D - Xn - dt)$$

ここで、 $b$ 、 $D$ ：梁断面の幅、せい、 $B$ ：スラブ有効幅、 $t$ ：スラブ厚、 $Xn$ ：中立軸深さ、 $dt$ 、 $dc$ ：引張・圧縮鉄筋位置 ( $dt = dc = 0.1 \cdot D$ )、 $at$ 、 $ac$ ：引張・圧縮鉄筋断面積 ( $at = ac$  とする)、 $n$ ：ヤング係数比を示す。

なお上記(7)式は、( $M$ 、 $P$ )、引張鉄筋応力度 ( $s \sigma_i$ ) が与えられると中立軸 ( $Xn$ ) 関する3次方程式となり、収斂計算により  $Xn$  が求まるので、同  $Xn$  を用いて必要鉄筋量が算出可能となるが、計算は煩雑である。

(3) 道路橋示方書<sup>5)</sup>における算定式

道示方書では、曲げひび割れがなくコンクリートに引張力の負担を許容する場合に対し、想定外ひび割れの拡大を防止する目的で配置する、必要な引張鉄筋量を略算的に算出する以下のような方法を規定している。すなわち、図 - 13 に示す引張縁応力が  $c \sigma_i$  である応力状態において、引張コンクリートの分担力 ( $Tc$ ) を、式(9)で示されるように、ひび割れ発生後に応力が  $s \sigma_i$  の引張鉄筋で肩代わりできる量を配筋するという仮説に基づく方法である。ここで  $Tc$  は、 $M$  と  $P$  が作用する時の断面応力分布における応

力の適合条件から、式(8)のように与えられる。

$$Xn = c \sigma_d \cdot (c \sigma_c + c \sigma_i) \cdot D$$

$$c \sigma_c = P/A - P \cdot (-e_2) / Z_1 + M/Z_1$$

$$Tc = b \cdot (D - Xn) \cdot c \sigma_i / 2 \tag{8}$$

$$As = \frac{Tc}{s \sigma_i} \tag{9}$$

なお、 $c \sigma_c$ 、 $c \sigma_i$ ：コンクリート圧縮縁・引張縁応力度、 $Z_1$ ：断面上縁の断面係数(ただし、PC鋼材断面は無視する)、 $As$ ：引張鉄筋断面積 ( $\text{mm}^2$ )、 $s \sigma_i$ ：引張鉄筋の許容応力度 ( $\text{N/mm}^2$ ) を示す。

4.2 各種算定法による必要鉄筋量の比較と考察

図 - 14 および図 - 15 に各種算定法によるコンクリート引張縁応力度 ( $c \sigma_i$ ) と必要引張鉄筋比 ( $pt$ ) の関係を示す。図 - 14 は、PC梁断面形状が  $b \times D \times B$  を  $500 \times 1000 \times 1500 \text{ mm}$  で、平均プレストレス ( $\sigma_g$ ) を 1, 2, 3  $\text{N/mm}^2$  と変化させた場合における、引張コンクリートの限界応力 ( $c \sigma_i$ ) と  $pt$  の関係を示したものである。また、図 - 15 は、 $\sigma_g$  を 3.0  $\text{N/mm}^2$  として、 $B \times D$  が  $500 \times$

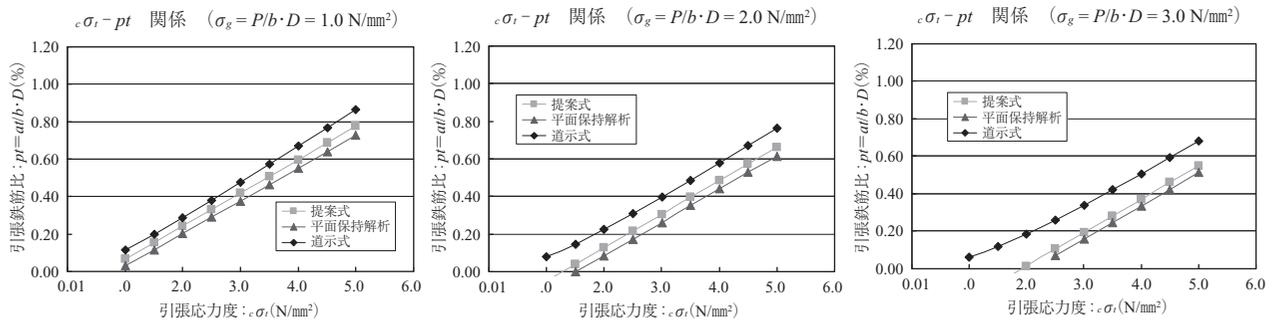


図 - 14 各算定式による  $c \sigma_i - pt$  関係の比較 ( $B = 1500 \text{ mm}$  の場合)

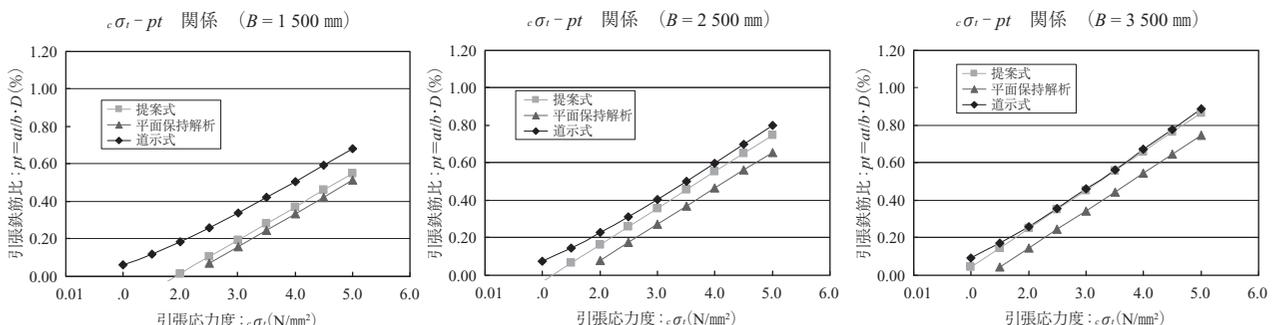


図 - 15 各算定式による  $c \sigma_i - pt$  関係の比較 ( $\sigma_g = 3.0 \text{ N/mm}^2$  の場合)

## ○ 研究報告 ○

1 000 mm である断面において、 $B$  を 1 500、2 500、3 500 mm と変化させたときの  $c\sigma_t$  と  $pt$  の関係を示したものである。なお、両図では、ひび割れ幅 (0.2 mm 程度) の制御を想定して、引張鉄筋の許容応力度 ( $s\sigma_t$ ) は 150 N/mm<sup>2</sup> として算出している。

両図から次のようなことが分かる。

- ① いずれの解析による結果においても、必要鉄筋比 ( $pt$ ) は  $c\sigma_t$  の増加に対しほぼ線形的に増大する。
- ② 図 - 14 によれば、道示方書による  $pt$  値は断面曲げ解析による精算値よりも約 0.1 % 程度大きな値を示し、また、 $\sigma_g$  が大きくなるにつれて、断面曲げ解析より求められる  $pt$  より大きくなる傾向がある。
- ③ 提案式より算出される必要鉄筋比 ( $pt$ ) は、精算の断面曲げ解析から得られる  $pt$  を平均プレストレス ( $\sigma_g$ ) の大小に関わらず、安全側に良好に近似する。
- ④ 図 - 15 では道示方書式は有効幅 ( $B$ ) が大きくなるにしたがって、断面曲げ解析の  $pt$  に近づく傾向を示す。一方、提案式から算出される必要鉄筋比は有効幅 ( $B$ ) が大きくなるにつれて、断面曲げ解析の  $pt$  を過大評価する傾向を示すが、これは前報<sup>3)</sup>で示したように、提案式に用いる近似  $M-P$  関係が精算  $M-P$  関係を過大に安全側に評価するためと考えられる。

### 5. おわりに

本研究は、T 形 PC 梁断面の長期曲げ設計において、断面の引張縁にコンクリートの引張強度 ( $Ft$ ) あるいは曲げ引張強度 ( $Ftb$ ) 以下の限界応力度 ( $c\sigma_t$ ) を認める設計を行ったとき、発生した想定外の曲げひび割れが過大な幅とならないために必要となる引張鉄筋量について検討し、以下のような知見を得た。

1. 曲げモーメント ( $M$ ) - プレストレス力 ( $P$ ) 平面上に表示される PC ~ PRC ~ RC に対する筆者等の統一長期曲げ設計法に従って、必要鉄筋比 ( $pt$ ) - コンクリート引張縁応力 ( $c\sigma_t$ ) - 鉄筋応力 ( $s\sigma_t$ ) - 平均プレストレス ( $\sigma_g$ ) 関係を導き、T 形断面の必要鉄筋比 ( $pt$ ) を

簡易に計算できる式 (6) を導いた。

2. 必要鉄筋比 ( $pt$ ) は、限界応力 ( $c\sigma_t$ ) の増加に対し直線的に増大し、一般的に仮定される  $c\sigma_t = -3.0$  N/mm<sup>2</sup> 程度の場合、 $pt$  は 0.56 % 程度必要である。また  $pt$  は、鉄筋応力 ( $s\sigma_t$ ) の増加に対し双曲線的に、平均プレストレス ( $\sigma_g$ ) の増加に対しほぼ直線的に減少する。
3. PRC 指針で提示されている必要鉄筋量は、一般的な T 形断面 ( $B = 3 500$  mm 程度) で考えた場合、鉄筋応力 ( $s\sigma_t$ ) が 215 N/mm<sup>2</sup> 程度 (ひび割れ幅が 0.3 mm 程度に相当) となる配筋であることが分かった。
4. 精算である断面曲げ解析の必要鉄筋比 ( $pt$ ) に対し、いずれの  $c\sigma_t$  の場合でも、提案式の  $pt$  は若干大きめに安全側に近似するが、道示方書による  $pt$  は、断面曲げ解析の  $pt$  より 0.2 % 程度大きな値を与える。

### 謝 辞

本原稿を纏めるにあたり、PC 付着研究会 (構成: 大阪工業大学, (株) ピーエス三菱, オリエンタル白石 (株), (株) 建研, 高周波熱錬 (株), 神鋼鋼線工業 (株), 住友電工スチールワイヤー (株)) の皆様には有益な議論を頂いた。ここに記して心より謝意を表します。

### 参考文献

- 1) 中塚信: 曲げモーメント-プレストレス力平面を用いる PC ~ PRC 部材断面の曲げ設計, 日本建築学会大会学術講演梗概集 pp.973-974, 1998.9
- 2) 寒川勝彦, 中塚信, 島田安章: M-P 相関関係による PC 梁断面の長期曲げ設計法, プレストレストコンクリート技術協会, プレストレストコンクリート 2010, Vol.52, No.4, pp.57-65
- 3) 島田安章, 中塚信, 寒川勝彦: M-P 相関関係による PRC 梁断面の長期曲げ設計法, プレストレストコンクリート技術協会, プレストレストコンクリート 2010, Vol.52, No.5, pp.46-54
- 4) 日本建築学会: プレストレスト鉄筋コンクリート (Ⅲ種 PC) 構造設計・施工指針・同解説, pp.53-63
- 5) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説, 平成 14 年 3 月, pp.180-183

[2011 年 7 月 6 日受付]



刊行物案内

## 第 39 回 PC 技術講習会テキスト

PC 構造物の長寿命化技術と課題

平成 23 年 2 月

定 価 6,000 円 / 送料 500 円

会員特価 5,000 円 / 送料 500 円

社団法人 プレストレストコンクリート技術協会