

第8回 FEM解析 (その2) PC 構造物への適用

講師：篠崎 英二*

1. はじめに

前回の講座では、有限要素法 (Finite Element Method : 以下、FEM) 解析の基礎知識およびモデル作成上の注意事項について解説をしました。今回は、PC 構造物への適用事例を紹介します。

本講座では3径間連続ラーメンPC箱桁橋を対象としておりますので、この構造形式においてFEM解析による検討が多く適用されている「外ケーブル定着力による局部応力の算出」と「張出し床版の活荷重断面力の算出」の解析事例について紹介します。

2. 外ケーブル定着力による局部応力の算出

2.1 検討概要

箱桁橋に配置される外ケーブルは、一般に定着力が大きな大容量のPCケーブルが使用されるため、剛性が高い横桁に定着させることが多くあります。このように横桁に定着部としての機能をもたせた場合、横桁には大きな引張応力が発生することが懸念されます。この影響に関する検討として簡易的な手法¹⁾も用いられていますが、形状が複雑であったり点検用の人通孔の影響を無視できない場合などでは、応力の流れが急変するような形状の変化箇所や人通孔の周辺などに発生する局部応力に着目できるFEM解析により検討されています。今回、検討対象とする横桁 (2径間連続ラーメン橋) を図-1に示します。

2.2 解析モデル

本構造は橋軸直角方向に対称であるため、橋軸直角方向には構造物中心に対称面を設けた1/2モデルとし、橋軸方向には柱頭部ブロック (12m) までの局部モデルとしました。なお、下部構造については橋脚の基部までをモデル化しています。解析に使用した要素は、すべて3次元ソリッド要素としました。解析モデルを図-2に示します。

今回の検討ではコンクリートのひび割れ発生を極力抑えることを目標に設定しており、構造物は弾性挙動に近い挙動をすると仮定できることから、線形FEM解析で検討をしています。一方、コンクリートに大きなひび割れが生じた場合には、ひび割れ近くの要素同士が離れる挙動を示すため、要素に作用する応力が再分配されることを再現する

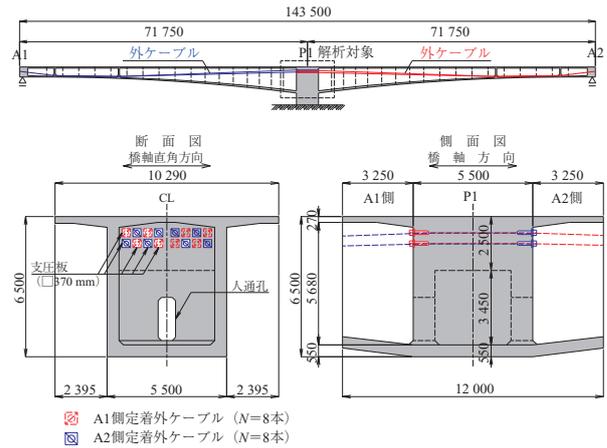


図-1 定着部横桁

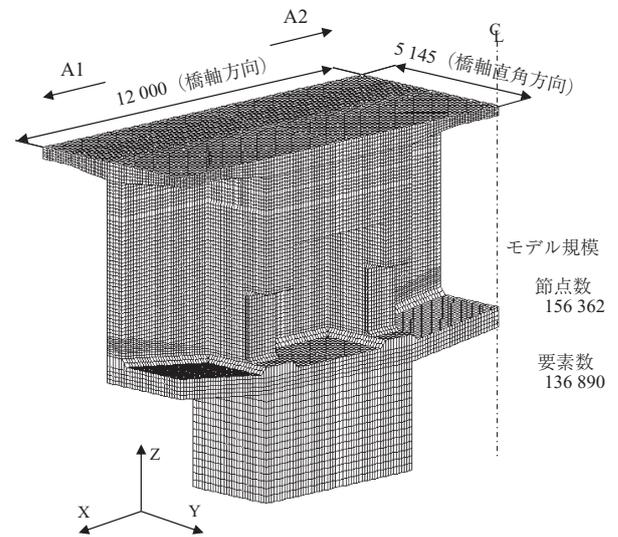


図-2 解析モデル

必要があります。このように、構造物に大きな引張応力が作用して、大きなひび割れが発生することが想定される場合は、非線形FEM解析を用いて検討する必要があります。

2.3 解析条件

今回の解析モデルは、構造物全体の一部を切り出した局

* Eiji SHINOZAKI : 川田建設(株) 技術部 技術課

部モデルとなりますので、横桁の挙動が適切に評価できるように解析条件を設定する必要があります。この解析条件の設定によって、解析結果が大きく変化することになりますので、あらかじめ既往の解析事例における解析条件との比較をしたり、条件を変えたいいくつかのモデルを用いて比較検証するなどの妥当性の評価が必要となります。

(1) 物性条件

詳細な検討が必要となる場合は、鉄筋やPC鋼材などの鋼材もモデル化する必要がありますが、今回は鋼材を無視したコンクリート部材のみのモデルとしています。なお、外ケーブルや鉄筋などの鋼材をモデル化する場合は、2次元トラス要素(棒要素)を用いてモデル化します。

コンクリートの物性条件にはヤング係数とポアソン比を設定します。ヤング係数には設計基準強度 ($\sigma_{ck} = 40 \text{ N/mm}^2$) が発現しているものとして $31\,000 \text{ N/mm}^2$ と設定しました²⁾。なお、解析の目的に応じて、実際の挙動を再現するために弱材齢におけるヤング係数や、実構造に用いるコンクリート供試体による割線静弾性係数を採用することもあります。

ポアソン比は弾性範囲内での検討であるため、0.2 と設定しました²⁾。このポアソン比は材料で決まる数値で、コンクリートでは強度によらず 1/6 程度とされています。

(2) 境界条件

外ケーブルによる定着力が載荷されたときに橋脚が倒れたりしないようにするなど、境界条件は、実挙動に合うように適切に設定する必要があります。今回は、外ケーブルの定着力方向の対面側の断面を橋軸方向に拘束して、橋軸方向に動かないようにしました。対称面については橋軸直角方向、橋脚の基部は全方向を拘束しています(図-3)。

なお、3次元ソリッド要素には回転自由度が無いので、回転の拘束は基本的に不要です。

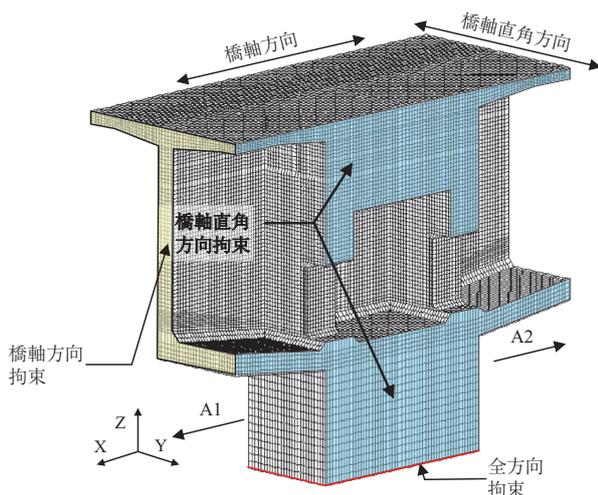


図-3 境界条件

(3) 荷重条件

解析モデルに載荷する荷重は、外ケーブル(19S15.2B)の定着力としてプレストレス直後の許容緊張力 ($0.7 P_u = 3\,413 \text{ kN}$) を定着力部に配置される支圧板(□

370 mm) の寸法に面載荷しました。また、今回のように横桁の両面から定着力が作用する場合には、横桁には全体的に圧縮力が作用しますが、この状態を再現するために、境界条件としてA2側に補償荷重(A1側定着力と同等)を逆載荷しています(図-4)。

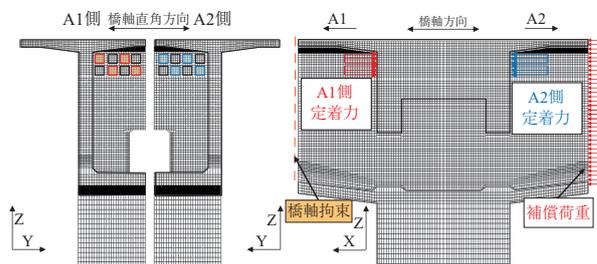


図-4 荷重条件

このような補償荷重を載荷した場合、横桁まわりの上床版やウェブなどの部位には、局部的に大きな応力が発生することがありますが、実際の構造物には外ケーブルの定着力以外の荷重が作用しているため、応力状態が異なります。これらの部位に対しては、別途、全体解析による検討や、局部解析による補強検討を実施します。

2.4 解析結果および補強鉄筋の検討

(1) 主応力結果

解析結果として、主応力の結果を示します(図-5)。結果が判別しやすいように、引張応力が 1.0 N/mm^2 を超える箇所のみを色づけして出力しました。また、出力した数値は要素中心での値としています。なお、コンクリートは圧縮に強いことからコンクリート構造解析では圧縮応力を正の値としますが、FEM解析では通常、引張応力を正の値としています。解析値の正負の値が普段と反対となっていると思いますので、符号の扱いには注意してください。

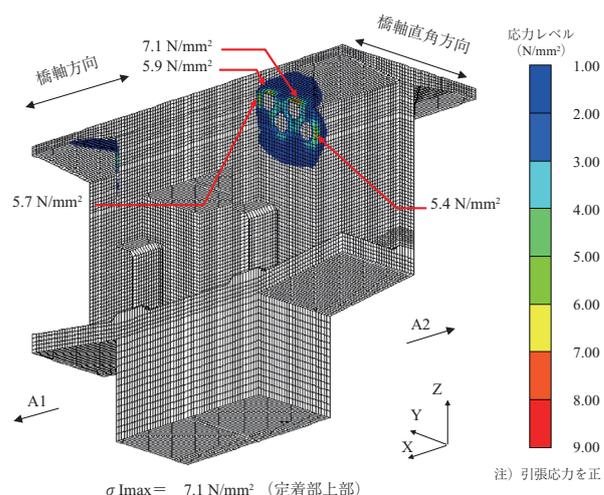


図-5 主応力結果

今回の検討モデルでは、定着位置が上床版に近く、人通孔から離れているため、人通孔周りには大きな引張応力は発生しませんでした。しかし、定着部まわりに大きな引

張応力が発生していることが読み取れます。この箇所は荷重を載荷した位置と隣接している要素であり、前述のとおり荷重条件による影響とみなせるため、ここでは定着部まわり以外の全体的な引張応力に着目してみましょう。横桁全体として発生している引張応力は、濃い青色を示しておりおおむね 2.0 N/mm^2 以下となっています。

引張応力が過大となる場合は、横桁形状や外ケーブルの定着位置の見直しが必要になります。見直しが必要となる引張応力の値については決められた数値がありませんが、既往の実物大外ケーブル定着力試験 ($\sigma_{ck} = 40 \text{ N/mm}^2$) では、事前の FEM 解析における応力の制限値と試験時のひび割れ発生状況との関係より、 3.0 N/mm^2 程度を引張応力の制限値とする実績が多いことがわかっています³⁾。したがって、今回の検討では、形状の変更を要するほどの大きな引張応力は発生していないと判断することができます。

(2) 橋軸直角方向応力結果および補強鉄筋の検討

次に、横桁に配置する補強鉄筋を決定してみます。この場合、鉄筋の配置方向と平行な方向の応力結果を用います。補強鉄筋の決定方法には定められた方法がないのですが、橋軸直角方向の補強鉄筋の検討例を紹介しましょう。FEM 解析による橋軸直角方向応力状態を図 - 6 に示します。

図 - 6 (a) は、モデル全体での応力分布図です。対称面付近の横桁表面に局部的ですが、最大 5.4 N/mm^2 の引張応力が発生しています。この付近に配置される補強鉄筋を検討してみます。

図 - 6 (b) は、対称面における応力分布の拡大図です。高さ方向 778 mm の範囲に、横桁表面から 100 mm の深さまで $1.0 \sim 2.1 \text{ N/mm}^2$ の引張応力が発生しています。補強鉄筋量の決定方法の一例として、ここでは鉄筋がすべての引張力を負担するものとして算出する方法で算出してみます。まず、引張応力が発生している範囲にある要素の引張力を足し合せて全体の引張力を求めます。次に、その引張力に抵抗できる鉄筋量を算出することによって補強鉄筋量を決定します。それでは、具体的に計算をしてみましょう。

この方法の場合、図 - 6 (b) の赤枠で示している範囲の引張力を合計すると、 122 kN となります。今回は、補強鉄筋の配置検討の一例として、発生している引張力を鉄筋の許容引張応力で除することにより必要鉄筋量を算出して、補強鉄筋配置を決定してみることになります。コンクリート表面のひび割れ幅を抑制する鉄筋の応力は、既往の実験および施工実績より $100 \sim 120 \text{ N/mm}^2$ とされている事例が多くあります³⁾。今回の事例の場合、許容引張応力を 120 N/mm^2 とすると、 1 m あたりの必要鉄筋量は $1306 \text{ mm}^2/\text{m}$ と計算できますので、横桁の側面には橋軸直角方向に D22 を 250 mm 間隔 ($A_s = 4 \text{ 本} \times 387.1 = 1548 \text{ mm}^2/\text{m}$) を配置すればよいと判断することができます。また、図 - 6 (a) により、上床版近くの全体に引張応力が分布していますので、橋軸直角方向の補強鉄筋を横桁上部付近の全長にわたって配置して、主桁ウェブ位置で定着する

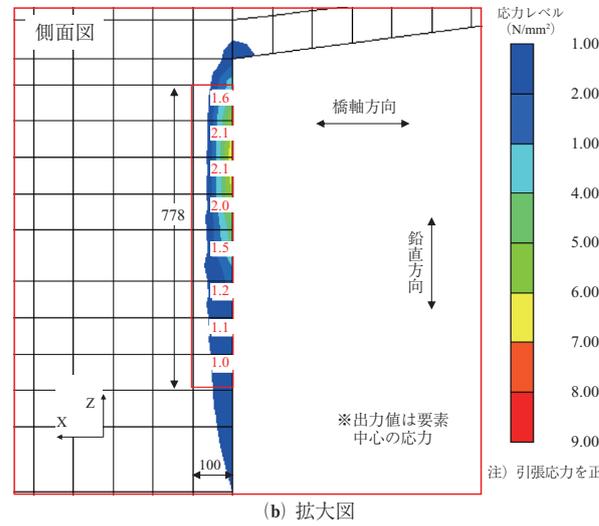
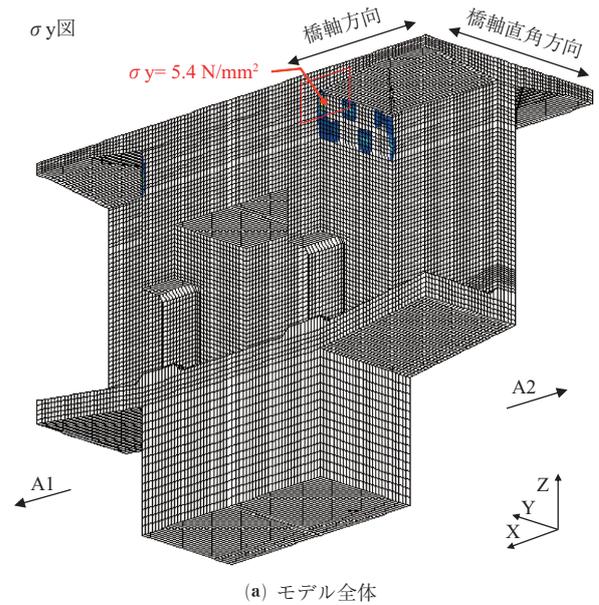


図 - 6 橋軸直角方向応力結果

ことにします。

なお、今回は補強鉄筋の配置方法の一例を紹介しましたが、算出方法が明示されている基準や指針類がないため、設計者の判断による場合があります。また、横桁には主筋やスターラップなど、補強鉄筋以外の鉄筋も配置されており、補強鉄筋の配置や定着が難しい場合があります。実際の補強鉄筋の配置には、それらを十分に吟味して決定しなければならないことに注意してください。

3. 張出し床版の活荷重断面力の算出

3.1 検討概要

PC 道路橋の張出し床版においては、道路橋示方書Ⅲ 7.4 に示されている活荷重算出式によって床版の断面力を算出しています。この算出式を適用することにより、道路橋示方書Ⅲ 7.2 に示されている床版の要求性能を満足することができるとされていますが、この式が適用できる床版支間長は 3.0 m 以下とされています。この長さを超える床版支間を有する橋梁の場合は、FEM 解析を用いて荷重の載荷

状態を再現して断面力を算出することになります。参考までに、表 - 1 に、道路橋示方書に示されている床版の設計断面力を示します。

表 - 1 PC 床版の設計断面力⁴⁾

区分	種類	適用範囲	曲げモーメント
片持版	支点曲げ	$0 \leq L \leq 1.5$	$-P \cdot L / (1.30L + 0.25)$
		$1.5 < L \leq 3.0$	$-(0.6L - 0.22)P$

ここに、L：床版支間長 (m)
P：T 荷重の片側荷重 (100 kN)

今回、検討対象とする張出し床版を図 - 7 に示します。この張出し床版は、床版支間長が 7.305 m と道路橋示方書の適用範囲を超えています。また、橋軸方向に 3.0 m 間隔でリブを有する床版構造となっており、道路橋示方書で想定している辺長比が 1：2 以上の矩形断面の床版とは支持条件が異なることから、FEM 解析を用いて活荷重断面力の算出を行う必要があると判断できます。なお、道路橋示方書による断面力には安全率が考慮されているため、一般的に FEM によって算出される断面力よりも大きくなりますので、両者の断面力を比較する際には注意してください。

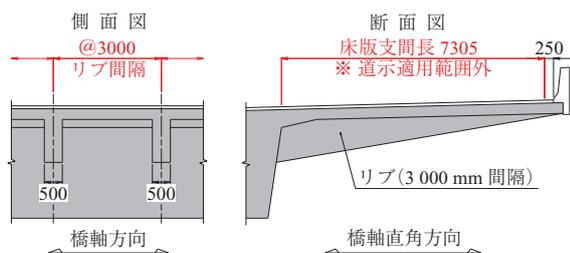


図 - 7 張出し床版

3.2 解析モデル

今回の解析例では、張出し床版の断面力を算出することが目的なので、1/2 モデルとしても検討はできますが、主桁断面が非対称な形状であることと、中間床版の断面力も同時に算出していることから、1/2 モデルとはせずに直角方向には全長 (全幅員) でモデル化をしました。

道路橋示方書における活荷重算定式では、橋軸方向を無限版と仮定して算出しているため、橋軸方向には十分な長さのモデル長が必要になります。今回の解析モデルでは、モデル長を決定するために橋軸方向の長さを変化させた事前 FEM 解析を数パターン実施して、橋軸方向の長さが十分に長いモデルと解析結果 (発生応力) が同じとなる最小の橋軸方向長として張出し床版長の 2 倍程度の長さ (15 m) をモデル長に設定しました。図 - 8 に今回の検討で用いた解析モデルを示します。

また、床版のような版構造の場合では、シェルモデルを使用した解析を実施することがありますが、床版を下から支えているリブをシェル要素でモデル化した場合、床版を線支持することになってしまうため、床版の断面力が過大に評価されてしまいます。したがって、本事例のようなリブ付き床版の解析モデルは、一般に 3 次元ソリッド要素を

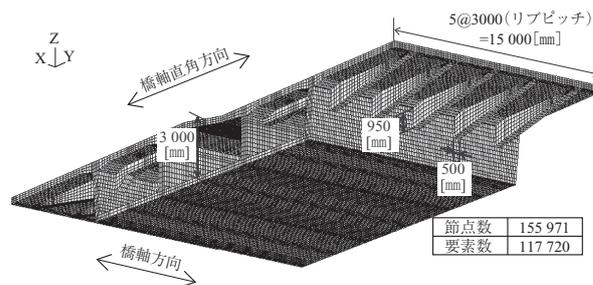


図 - 8 解析モデル

使用して解析します⁵⁾。

3.3 解析条件

(1) 物性条件

物性条件は、前項の外ケーブル定着力の検討の時と同じ条件ですので、ヤング係数は 31 000 N/mm²、ポアソン比は 0.2 と設定しました。

(2) 境界条件

境界条件は、荷重に対して構造物が安定 (静止) し、力のつり合い状態になるように設定する必要があります。

活荷重 (鉛直荷重) に対しては、構造物が安定するように橋軸方向の両端の断面で主桁ウェブ直下の 8 点を鉛直方向に拘束しました。また、橋軸方向と橋軸直角方向には荷重が作用しないため、これら 2 方向は拘束する必要はないのではないかと考えるかもしれませんが、それは間違いです。この 2 方向を拘束しなかった場合は、構造物が水平 (橋軸・橋軸直角) 方向に不安定になってしまいます。したがって、今回のモデルでは、橋軸方向の片側端面にある全ての点の橋軸方向と、両側端面の構造物中心にある 2 点の橋軸直角方向を拘束しました (図 - 9)。

境界条件の設定は、構造物の安定性についても大きく左右します。不安定な構造では解析計算が収束せずに、解析

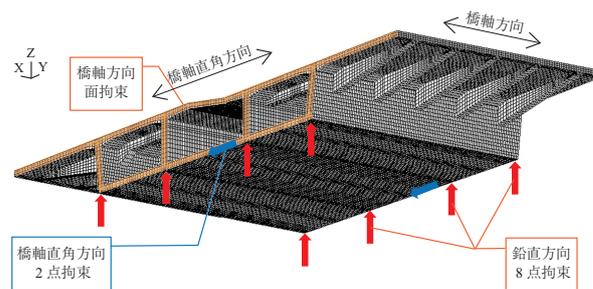


図 - 9 境界条件

不能となってしまうので、注意してください。

(3) 荷重条件

載荷荷重としては、道路橋示方書の算出式における荷重条件と同様に T 荷重を設定します。今回の解析対象となる張出し床版では、橋軸方向に 3.0 m 間隔でリブが配置されているため、リブによる断面力への影響を考慮するために、リブの直上に T 荷重を載荷したケースと、リブ間の中央に T 荷重を載荷したケースを検討しています。また、橋軸直角方向の T 荷重の配置については、なるべく多く

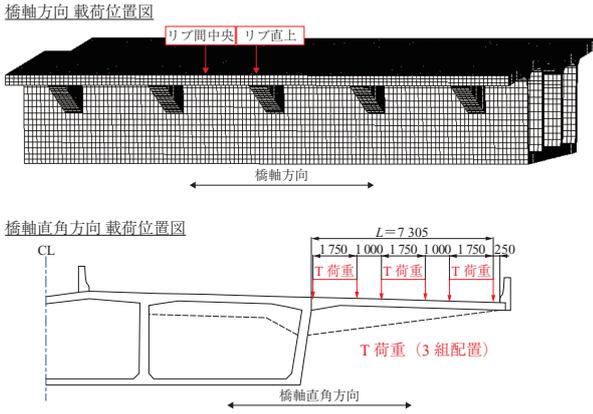


図 - 10 荷重条件

の組数の荷重が載荷されるように設定します (図 - 10)。また、橋面には厚さ 80 mm の舗装が敷設されますので、荷重の載荷面には荷重の分布を考慮して、図 - 11 のように載荷面 500 mm × 200 mm (舗装上面) から床版上面 (舗装下面) までを 45° で分布させた位置の面 (660 mm × 360mm) をモデル上での載荷面とした分布荷重として載荷しています。

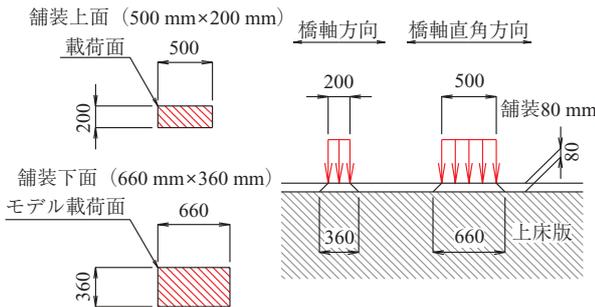


図 - 11 荷重の載荷面

その他、載荷する T 荷重には、1 載荷面あたりの荷重 (100 kN) に対して、衝撃と割増係数を考慮しています。今回、考慮した割増係数としては、「支間長による割増係数」および「FEM 解析に対する安全係数 (10%)」です。衝撃と割増係数を考慮した 1 載荷面あたりの載荷荷重の計算結果を表 - 2 に示します。

表 - 2 1 載荷面あたりの載荷荷重

項目	数値	備考
床版支間長 : L [m]	7.305	張出版版長 (活荷重)
衝撃係数 : i	0.349	20 / (50 + L) ※道示 I 表 2.2.6
FEM 解析に対する安全係数 : f	0.100	道示 III 7.4.2 解説 (1)(2)
割増係数 : k	1.232	1.0 + (L - 1.5) / 25 ※道示 III 表 7.4.3
T 荷重の割増	1.828	(1 + i) × (1 + f) × k
割増後の T 荷重 [kN] (1 載荷面あたり)	183	(1 + i) × (1 + f) × k × P

3.4 解析結果および断面力の算出

FEM 解析結果の例として、リブ直上に T 荷重を載荷したケースにおける橋軸直角方向応力の結果を示します (図 - 12)。

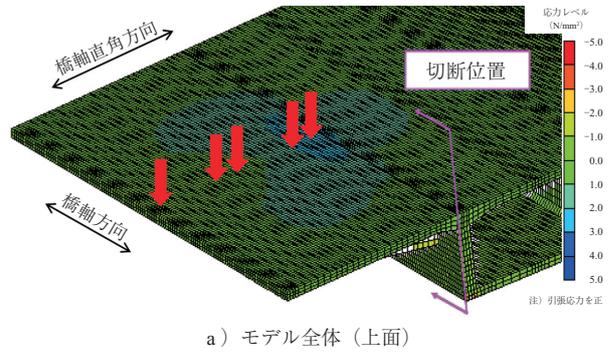
FEM 解析の出力結果は、今回のような 3 次元ソリッド要素の場合、断面力ではなく応力で出力されます。本解析の目的は、張出し床版の付け根部に発生する断面力を算出することですので、応力を断面力に換算する必要があります。

応力を曲げモーメントに換算する方法については、前回の講座において、各要素の応力に断面図心位置からの距離を乗じた断面力を足し合わせる方法を紹介しましたが、今回は、部材の上下縁応力の平均値を用いる方法として、式 - 1 に示すような連立方程式により断面力 (曲げモーメント M (kN · m), 軸力 N (kN)) を算出しました。

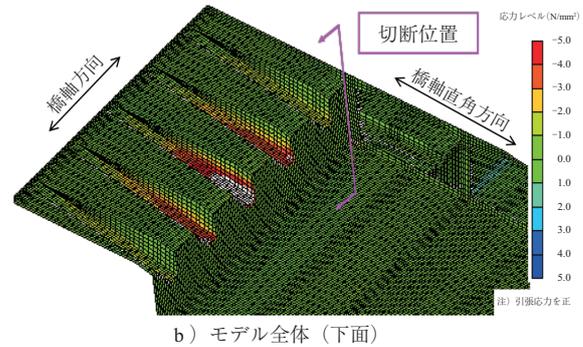
断面力換算式

$$\begin{cases} \sigma_u = \frac{N}{A} + \frac{M}{Z_u} \\ \sigma_L = \frac{N}{A} + \frac{M}{Z_L} \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} Z_u & A \\ Z_L & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_u \cdot A \cdot Z_u \\ \sigma_L \cdot A \cdot Z_L \end{bmatrix} \quad \dots \text{(式 - 1)}$$

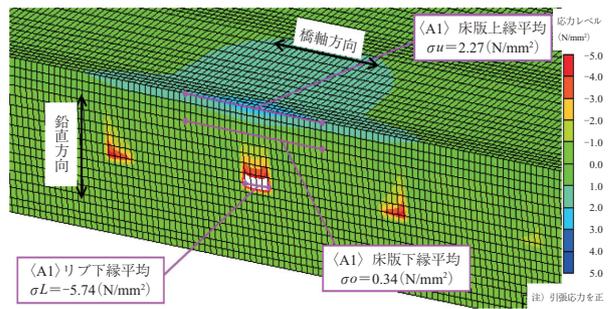
注: σ_u, Z_u は床版上縁の平均応力 (N/mm²) と断面定数 (mm²) を示す。
 σ_L, Z_L はリブ下縁の平均応力 (N/mm²) と断面定数 (mm²) を示す。
 A は断面積 (mm²) を示す。



a) モデル全体 (上面)



b) モデル全体 (下面)



c) 切断図

図 - 12 橋軸直角方向応力結果

計算内容の詳細については割愛しますが、式 - 1 を用いて応力を断面力に換算すると、曲げモーメント M の値は、 $M = -431 \text{ kN/m}$ となります。ちなみに道路橋示方書の算出式 ($1.5 < L \leq 3.0$) を使用した場合は、 $M = -513 \text{ kN/m}$ となり、FEM 解析を用いて算出した値よりも約 20 % 大きくなっていることがわかります。実際の設計に用いる設計曲げモーメントについては、FEM 解析による結果と道路橋示方書による算出式の結果を比較して、適切な値を選定します。

なお、リブ付き床版箱桁橋では、本事例のような床版に作用する断面力以外にも、適切なリブの断面形状、リブ間隔の検討、横締めプレストレス分布の確認、リブが主桁ウェブに与える影響などといった、骨組解析では検討できない多くの課題があるため、FEM 解析を活用する機会が多い構造事例であるといえます。

4. おわりに

本講座では、FEM 解析の PC 構造物の適用事例として、PC 箱桁橋に利用されている 2 つの事例を紹介しました。この他にも、外ケーブル構造の偏向部に発生する応力や、架設材の取付部周辺に発生する一時的な応力など、骨組解析では検討ができない局部応力に対する種々の検討が FEM 解析を用いて実施されています。過去の講座^{6)~9)} などにおきましても FEM 解析事例をいくつか紹介していますので、それらの記事についても参考にしてください。電子計算機の能力は飛躍的に向上しているため、PC 構造物の全体解析を含め、今後はさらに FEM 解析の活躍の場は広がっていくものと思われます。

なお、本講座中において FEM モデルの要素の選定や解析条件などについて具体的に紹介をしていますが、これらは解析結果に大きく影響を与えるものです。出力された結果をそのまま信頼して使用するのではなく、既往の試験・解析事例や文献をはじめ、骨組解析および簡易手法など、別の解析手法との比較をするなどして、解析結果が妥当であることの確認を忘れないようにしてください。とくに非

線形 FEM 解析を採用する場合は実績が少ないため、載荷試験を実施して実測値との比較をするなど、慎重に妥当性を検証しなければならないため、注意する必要があります。

また、解析結果に対する補強鉄筋の配置や構造物の形状の変更などの検討方法については、解析の内容や目的によって考え方が異なります。局部応力に対する検討では大きな引張応力が発生するケースが多く、重大なミスとなりえますので、事前に適切な解析方針について検討することが大切です。

今回は、温度応力解析（その 1）と題して、温度応力解析の基礎知識やモデル化に関する基本事項などについて解説します。

参考文献

- 1) 東・中・西日本高速道路(株) 設計要領 第二集 橋梁建設編 2015年7月
- 2) 土木学会 2012年制定 コンクリート標準示方書〔設計編〕 2013年3月
- 3) プレストレスト・コンクリート建設業協会 新技術評価事例（コンクリート構造）-外ケーブル構造- 2007年7月
- 4) 日本道路協会 道路橋示方書・同解説 IIIコンクリート橋編 2012年3月
- 5) プレストレスト・コンクリート建設業協会 新技術評価事例（コンクリート構造）-合理化床版構造- 2007年7月
- 6) 小幡, 栗野: 講座「よくわかる PC 構造物の FEM 解析」第 3 回 PC 構造で使ってみよう (その 1), プレストレストコンクリート, Vol.43, No.3, pp.82~87, 2001
- 7) 小幡, 安田: 講座「よくわかる PC 構造物の FEM 解析」第 4 回 PC 構造で使ってみよう (その 2), プレストレストコンクリート, Vol.43, No.4, pp.91~96, 2001
- 8) 角本, 正司: 講座「よくわかる PC 構造物の FEM 解析」第 5 回 土木分野ではどのように使っているの?, プレストレストコンクリート, Vol.43, No.5, pp.63~69, 2001
- 9) 岡本, 太田, 上林, 前中: 講座「よくわかる PC 構造物の FEM 解析」第 6 回 建築分野ではどのように使っているの?, プレストレストコンクリート, Vol.43, No.6, pp.118~126, 2001

【2016年1月22日受付】